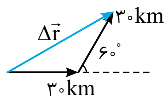
فصل ۱

۱- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل، اندازه‌ی بردار جابه‌جایی برابر است با:



$$|\Delta\vec{r}|=۲\times ۳۰\times \cos\frac{۶۰^\circ}{۲}=۳۰\sqrt{۳}\,km$$

(A) **۲- گزینه‌ی ۳** سرعت متوسط در کل مسیر حرکت برابر است با:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۵۴-۴}{۱۰}=۵\,\frac{m}{s}$$

سرعت متوسط در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت برابر است با:

$$\bar{v}'=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۲-۴}{۴}=۲\,\frac{m}{s}$$

بنابراین:

$$\frac{\bar{v}}{\bar{v}'}=\frac{۵}{۲}=۲/۵$$

(A) **۳- گزینه‌ی ۱** ابتدا فاصله‌ی بین دو شهر را به کمک سرعت نسبی به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=(v_۱+v_۲)t\Rightarrow \Delta x=(۲۰+۳۰)\times ۱/۵\Rightarrow \Delta x=۷۵km$$

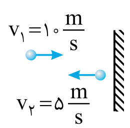
در این صورت زمان حرکت اتومبیل کندرو خواهد شد:

$$t_۱=\frac{\Delta x}{v_۱}\Rightarrow t_۱=\frac{۷۵}{۲۰}\Rightarrow t_۱=۳/۷۵\,h=۳\,h \text{ و } ۴۵\,min$$

(A) **۴- گزینه‌ی ۴** در هر دو بازه‌ی زمانی جابه‌جایی‌ها یکسان است.

$$\Delta x_۱=\Delta x_۲\Rightarrow ۱۰t=۶(t+۲)\Rightarrow ۴t=۱۲\Rightarrow t=۳\,s \quad , \quad \Delta x=vt\Rightarrow \Delta x=۱۰\times ۳=۳۰\,m$$

۵- گزینه‌ی ۴ جهت چپ به راست را مثبت می‌گیریم، ابتدا باید بزرگی تفاضل دو بردار را به‌دست آوریم.

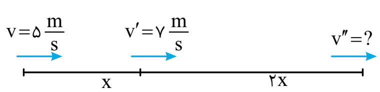


$$\Delta\vec{v}=\vec{v}_۲-\vec{v}_۱\Rightarrow |\Delta\vec{v}|=|-۵-۱۰|=۱۵\,\frac{m}{s}$$

حال شتاب متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{a}=\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}=\frac{۱۵}{۰/۲}=۷۵\,\frac{m}{s^۲}$$

۶- گزینه‌ی ۳ معادله‌ی سرعت- مکان را در قسمت اول می‌نویسیم.

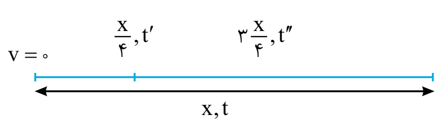


$$v'^۲-v^۲=۲ax\Rightarrow ۴۹-۲۵=۲ax\Rightarrow ax=۱۲$$

اکنون برای قسمت دوم نیز معادله‌ی سرعت- مکان را نوشته از قسمت اول در آن جایگذاری می‌کنیم.

$$v''^۲-v'^۲=۲a(۲x)\Rightarrow v''^۲-۴۹=۴ax\Rightarrow v''^۲-۴۹=۴\times ۱۲\Rightarrow v''^۲=۴۹+۴۸=۹۷\Rightarrow v''=\sqrt{۹۷}\,\frac{m}{s}$$

(B) **۷- گزینه‌ی ۳** با توجه به شکل روبه‌رو و معادله‌ی مکان- زمان حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{aligned} x&=\frac{۱}{۲}at^۲\\ \frac{x}{۴}&=\frac{۱}{۲}at'^۲\end{aligned}\right\}\Rightarrow \frac{x}{\frac{x}{۴}}=\frac{t^۲}{t'^۲}\Rightarrow ۴=\frac{t^۲}{t'^۲}\Rightarrow t'=\frac{t}{۲}$$

دقت کنید که همواره قسمت اول مسیر را که در آن سرعت اولیه صفر است، با تمام مسیر مقایسه می‌کنیم:

$$t''=t-t'\Rightarrow t''=t-\frac{t}{۲}=\frac{t}{۲}$$

(A) **۸- گزینه‌ی ۳** جابه‌جایی متحرک با شتاب ثابت روی خط راست در ثانیه‌ی tام حرکتش برابر است با:

$$\Delta x_{(t)}=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_۰\Rightarrow \frac{\Delta x_{(۳)}}{\Delta x_{(۱)}}=\frac{\frac{۱}{۲}a(۲\times ۳-۱)+۰}{\frac{۱}{۲}a(۲\times ۱-۱)+۰}\Rightarrow \frac{\Delta x_{(۳)}}{\Delta x_{(۱)}}=۵$$

۹- گزینه‌ی ۳ باید معادله‌ی حرکت دو متحرک را برابر قرار دهیم.

$$x_1=\frac{1}{2}at_1^2+v_0t_1+x_0\Rightarrow x_1=\frac{1}{2}(2)t_1^2\Rightarrow x_1=(t_2+5)^2\quad,\quad x_2=vt_2+x_0\Rightarrow x_2=5t_2$$

$$x_1=x_2\Rightarrow t_2^2+10t_2+25=5t_2\Rightarrow t_2^2+5t_2+25=0\Rightarrow t_2=\frac{-5\pm\sqrt{25-100}}{2}$$

معادله جوابی ندارد و دو متحرک به هم نمی‌رسند. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

Ⓐ **۱۰- گزینه‌ی ۱** با مشتق‌گیری معادله‌ی سرعت- زمان را به دست آورده و آن‌را تعیین علامت می‌کنیم.

$$v=-2t+6\xrightarrow{v=0}t=3s\Rightarrow\begin{cases}0<t<3\Rightarrow v>0\\ t>3\Rightarrow v<0\end{cases}\xrightarrow{a=-2\frac{m}{s^2}}\begin{cases}0<t<3,\ av<0 & \text{کندشونده}\\ t>3,\ av>0 & \text{تندشونده}\end{cases}$$

Ⓐ **۱۱- گزینه‌ی ۱** میزان کاهش سرعت در هر ثانیه، ۱/۶ متر بر ثانیه است، یعنی شتاب حرکت $-1/6\,\frac{m}{s^2}$ است. بنابراین:

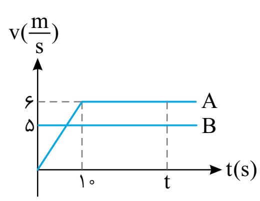
$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow 0-400=2(-1/6)\Delta x\Rightarrow\Delta x=125m$$

Ⓐ **۱۲- گزینه‌ی ۲** شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان، شتاب را مشخص می‌کند و در نقاط اکسترمم منحنی سرعت-زمان، شتاب صفر است و چون این نمودار سرعت-زمان سهمی است (خط راست نیست)، پس حرکت با شتاب متغیر است. (در حرکت با شتاب ثابت، نمودار سرعت- زمان، خط راست است.) با گذشت زمان سرعت نیز در حال افزایش است.

دقت کنید با آن‌که با گذشت زمان سرعت منفی‌تر می‌شود اما سرعت در حال افزایش است، زیرا علامت سرعت، جهت آن را مشخص می‌کند.

Ⓐ **۱۳- گزینه‌ی ۳** وقتی دو متحرک به هم می‌رسند باید سطح زیر نمودارشان برابر باشد. در لحظه‌ی غیر مشخص t، سطح زیر نمودارها را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\Delta x_A=\Delta x_B\Rightarrow S_A=S_B\Rightarrow[t+(t-10)]\times\frac{6}{2}=5t\Rightarrow 6t-30=5t\Rightarrow t=30s$$



Ⓐ **۱۴- گزینه‌ی ۴** نمودار سرعت- زمان (در دو بازه‌ی زمانی) خط راست مایل است. بنابراین نمودار مکان- زمان قطعاً خمیده بوده و گزینه‌ی (۱) نادرست است. دو بار سرعت صفر شده است پس گزینه‌ی (۲) نادرست است زیرا یک‌بار در آن سرعت صفر شده است. سرعت اولیه مثبت است اما در گزینه‌ی (۳) در $t=0$ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان منفی بوده و سرعت اولیه منفی است پس گزینه‌ی (۳) نیز نادرست است. پس گزینه‌ی (۴) می‌تواند نمودار مکان- زمان این متحرک باشد.

Ⓐ **۱۵- گزینه‌ی ۴** نمودار مکان- زمان قسمتی از یک سهمی است، بنابراین حرکت دارای شتاب ثابت است. در لحظه‌ی $t=0$، خط مماس بر نمودار موازی محور زمان است پس سرعت اولیه صفر است.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow(10-5)=\frac{1}{2}\times a\times(2)^2\Rightarrow a=2/5\,\frac{m}{s^2}$$

Ⓑ **۱۶- گزینه‌ی ۳** برای حل این مسأله، کافی است از معادله‌ی سرعت- زمان استفاده شود:

$$v=at+v_0$$

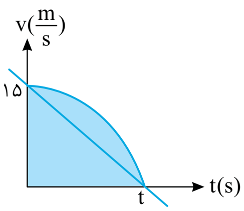
$$0\to10\,s:\qquad v_1=2\times10+0=20\,\frac{m}{s}$$

$$10\,s\to20\,s:\qquad v_2=-2\times(20-10)+20=0$$

$$20\,s\to30\,s:\qquad v_3=-2\times(30-20)+0=-20\,\frac{m}{s}$$

بنابراین در بازه‌ی ۰ تا ۱۰s سرعت از صفر به $20\,\frac{m}{s}$ می‌رسد و حرکت تندشونده است. سپس در بازه‌ی زمانی ۱۰s تا ۲۰s سرعت از $20\,\frac{m}{s}$ به صفر می‌رسد و حرکت کندشونده بوده و سرانجام در بازه‌ی زمانی ۲۰s تا ۳۰s اندازه‌ی سرعت از صفر به $|v_3|=+20\,\frac{m}{s}$ می‌رسد و حرکت تندشونده می‌باشد.

B **۱۷- گزینه‌ی ۲** برای بررسی این مسأله نمودار را با نمودار سرعت- زمان در حرکت با شتاب ثابت مقایسه می‌کنیم.



اگر حرکت دارای شتاب ثابت بود سرعت متوسط برابر می‌شد با: $\bar{v}=\frac{۱۵+۰}{۲}=۷/۵\frac{m}{s}$

از طرف سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی متحرک است؛ که جابه‌جایی متحرک از جابه‌جایی در شتاب ثابت بیش‌تر بوده پس سرعت متوسط از $۷/۵\frac{m}{s}$ بیش‌تر است. در این نمودار سرعت متوسط نمی‌تواند از $۱۵\frac{m}{s}$ بیش‌تر باشد، بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

B **۱۸- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول**: جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم و از معادله‌ی مکان - زمان، سرعت $v_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t\Rightarrow ۸۰=۵\times(۲)^۲+v_۱\times۲\Rightarrow v_۱=۳۰\frac{m}{s}$$

به کمک رابطه‌ی مستقل از زمان $h_۱$ را محاسبه کرده با ۸۰ متر جمع می‌کنیم تا ارتفاع رها شدن به‌دست آید.

$$v_۱^۲-v_۰^۲=۲gy\Rightarrow ۹۰۰-۰=۲۰\times h_۱\Rightarrow h_۱=۴۵m$$

$$۸۰+۴۵=۱۲۵m$$

راه‌حل دوم: روش دیگر، استفاده از رابطه‌ی جابه‌جایی در n ثانیه‌ی آخر است:

$$\Delta y_n=\frac{n}{۲}g(۲t-n)+nv_۰\Rightarrow ۸۰=\frac{۲}{۲}\times۱۰(۲t-۲)+۰\Rightarrow t=۵s$$

$$y=\frac{۱}{۲}gt^۲=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۲۵=۱۲۵m$$

A **۱۹- گزینه‌ی ۲** در حرکت پرتاب در راستای قائم، وقتی که جهت مثبت رو به بالا اختیار گردد، معادله‌ی سرعت - زمان به صورت زیر خواهد بود:

$$v=-gt+v_۰\Rightarrow -۵=-۱۰t+۲۰\Rightarrow t=۲/۵s$$

A **۲۰- گزینه‌ی ۱** ابتدا به کمک معادله‌ی سرعت- زمان، سرعت اولیه‌ی گلوله را به‌دست می‌آوریم: (جهت مثبت را رو به بالا اختیار کرده‌ایم.)

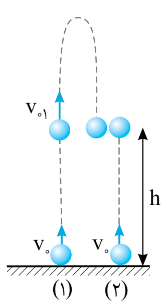
$$v=-gt+v_۰\Rightarrow -۴/۹=-۹/۸\times۳/۵+v_۰\Rightarrow -۰/۵\times۹/۸=-۳/۵\times۹/۸+v_۰$$

$$v_۰=۳\times۹/۸\Rightarrow v_۰=۲۹/۴\frac{m}{s}$$

اکنون ارتفاع اوج را حساب می‌کنیم:

$$H=\frac{v_۰^۲}{۲g}\Rightarrow H=\frac{۲۹/۴\times۲۹/۴}{۲\times۹/۸}\Rightarrow H=۱۴/۷\times۳\Rightarrow H=۴۴/۱m$$

B **۲۱- گزینه‌ی ۴** گلوله‌ی دوم قطعاً هنگام برگشت گلوله‌ی اول به آن می‌رسد. مطابق شکل روبه‌رو اختلاف زمانی حرکت دو گلوله مربوط به زمان رفت و برگشت گلوله از ارتفاع h تا اوج است.



$$t=\frac{۲v_{۰۱}}{g}\Rightarrow ۲=\frac{۲v_{۰۱}}{۱۰}\Rightarrow v_{۰۱}=۱۰\frac{m}{s}$$

اکنون به کمک معادله‌ی سرعت- مکان (مستقل از زمان) h را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_۰^۲=-۲gh\Rightarrow ۱۰۰-۱۶۰۰=-۲۰h\Rightarrow h=۷۵m$$

B **۲۲- گزینه‌ی ۲**

$$v_x=\frac{dx}{dt}=۶t^۲ \quad , \quad a_x=\frac{dv_x}{dt}=۱۲t$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}=۶t^۲ \quad , \quad a_y=\frac{dv_y}{dt}=۱۲t$$

$$\vec{a}=12t\vec{i}+12t\vec{j}\Rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{(12t)^2+(12t)^2}\Rightarrow 6\sqrt{2}=12\sqrt{2}\,t\Rightarrow t=0/5\,s$$

حال باید در لحظه‌ی $t=0/5s$ مکان ذره را بیابیم:

$$\begin{cases}x=2(0/5)^3=2(0/125)=0/25\,m\\ y=2(0/5)^3=2(0/125)=0/25\,m\end{cases}\Rightarrow|\vec{r}|=0/25\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}\,m$$

A ‏۲۳- گزینه‌ی ۱ ابتدا معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v_x=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v_x=3\frac{m}{s}\quad,\quad v_y=\frac{dv_y}{dt}\Rightarrow v_y=2t+1$$

با توجه به معادله‌ی به‌دســت آمده، مؤلفه‌ی حرکت روی محور x ها دارای ســرعت ثابت و مؤلفه‌ی حرکت روی محور y ها دارای شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ است، بنابراین در تمام لحظه‌ها شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای برابر $\vec{a}=2\vec{j}$ خواهد بود.

A ‏۲۴- گزینه‌ی ۳ بنا بر تعریف سرعت متوسط:

$$\vec{\bar{v}}=\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{\Delta t}\Rightarrow-\vec{i}+\vec{j}=\frac{-3\vec{i}+6\vec{j}-\vec{i}-2\vec{j}}{\Delta t}\Rightarrow-\vec{i}+\vec{j}=\frac{-4\vec{i}+4\vec{j}}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=4s$$

A ‏۲۵- گزینه‌ی ۳ کافی است معادله‌ی سرعت- زمان را به‌دست آورده و لحظه‌ی $t=2s$ را در آن قرار دهیم:

$$v_x=\frac{dx}{dt}=6\frac{m}{s}\quad,\quad v_y=\frac{dy}{dt}=4t\xrightarrow{t=2s}v_y=8\frac{m}{s}$$

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}\Rightarrow v=\sqrt{6^2+8^2}\Rightarrow v=10\frac{m}{s}$$

A ‏۲۶- گزینه‌ی ۲ در پرتاب افقی سرعت اولیه‌ی پرتاب در زمان رسیدن پرتابه به زمین تأثیری ندارد.

A ‏۲۷- گزینه‌ی ۲ با توجه به رابطه‌های بُرد و ارتفاع اوج می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{aligned}R&=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}\\ H&=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{R}{H}=\frac{\frac{v_0^2(2\sin\alpha\cos\alpha)}{g}}{\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}}\Rightarrow\frac{R}{H}=4\cot\alpha\Rightarrow\frac{H}{R}=\frac{1}{4}\tan\alpha\Rightarrow\tan\alpha=\frac{4H}{R}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{4\times15}{60}=1\Rightarrow\alpha=45^\circ$$

A ‏۲۸- گزینه‌ی ۲ در حرکت پرتابی، حرکت در امتداد محور افقی، یک حرکت یکنواخت با سرعت ثابت است.

B ‏۲۹- گزینه‌ی ۲ معادله‌ی مکان- زمان روی هر محور را می‌نویسیم:

$$x=v_0t\cos\alpha\Rightarrow 135=v_0t(0/6)\Rightarrow v_0t=\frac{135}{0/6}\quad(1)$$

$$y=\frac{-1}{2}gt^2+v_0t\sin\alpha\Rightarrow-225=-5t^2+0/8v_0t\qquad(2)$$

رابطه‌ی (۱) را در رابطه‌ی (۲) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$-225=-5t^2+0/8\times\frac{135}{0/6}\Rightarrow-225=-5t^2+180\Rightarrow 5t^2=405\Rightarrow t^2=81\Rightarrow t=9s$$

B ‏۳۰- گزینه‌ی ۴ در پرتاب افقی، سرعت اولیه‌ی پرتاب، در زمان رسیدن گلوله به زمین نقشی ندارد، اما با چهار برابر کردن ارتفاع، زمان رسیدن به زمین دو برابر می‌شود.

$$h=\frac{1}{2}gt^2\xrightarrow{t'=2t}h'=4h$$

فصل دوم: دینامیک

پاسخ‌های تشریحی

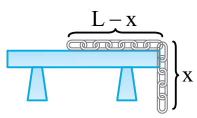
A **۱- گزینه‌ی ۳** دو جرم مانند زمین و ماه، بدون تماس، بر هم نیروی گرانشی وارد می‌کنند.

A **۲- گزینه‌ی ۴** بنابر قانون اول نیوتون، هرگاه برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد، اگر جسم ساکن است، ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت است، به حرکت روی خط راست با سرعت ثابت ادامه می‌دهد و چون سرعت تغییر نمی‌کند، تکانه ثابت می‌ماند.

قانون پایستگی تکانه:

$$\begin{cases} F=\frac{dP}{dt} \\ F=۰ \end{cases} \Rightarrow \frac{dP}{dt}=۰ \Rightarrow P=\text{ثابت}$$

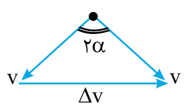
B **۳- گزینه‌ی ۳** نیروی وزن قسمت آویزان با نیروی اصطکاک در سطح افقی برابر است.



طناب یکنواخت است پس جرم متناسب با طول است.

$$\frac{x}{L}mg=\mu_s\frac{(L-x)}{L}mg \Rightarrow x=۰/۴L-۰/۴x \rightarrow x=\frac{۲}{۷}L$$

B **۴- گزینه‌ی ۱** ابتدا هم‌سنگ دو بردار را از یک نقطه رسم می‌کنیم:



$$\Delta v=۲v\sin\frac{\theta}{۲}\Rightarrow \Delta v=۲v\sin\frac{۲\alpha}{۲}=۲\,v\sin\alpha$$

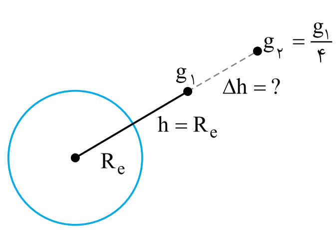
$$\begin{cases} \Delta v=۲v\sin\alpha \\ \Delta P=m\Delta v \end{cases}\Rightarrow \Delta P=۲mv\sin\alpha$$

A **۵- گزینه‌ی ۱** رابطه‌ی شتاب گرانش را در نقطه‌ی مورد نظر و در سطح زمین نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{g_h}{g_e}=\frac{G\frac{Me}{(R_e+h)^۲}}{G\frac{Me}{R_e^۲}}=\frac{R_e^۲}{(R_e+h)^۲}\Rightarrow \frac{۱}{۴}=\frac{R_e^۲}{(R_e+nR_e)^۲}\Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{R\,e}{(n+۱)R\,e}\Rightarrow n=۱$$

راه ساده‌تر: شتاب گرانش با مجذور فاصله نسبت وارون دارد، بنابراین وقتی شتاب گرانش $\frac{۱}{۴}$ برابر شده است، فاصله‌ی نقطه مورد نظر از مرکز زمین دو برابر R_e و از سطح زمین برابر R_e است و $n=۱$ است.

B **۶- گزینه‌ی ۲** با توجه به شکل روبه‌رو و رابطه‌ی $g=\frac{GM_e}{r^۲}$، می‌توان نوشت:



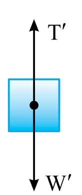
$$g_۲=\frac{g_۱}{۴}\Rightarrow G\frac{M_e}{(۲R_e+\Delta h)^۲}=\frac{۱}{۴}G\frac{M_e}{(۲R_e)^۲}$$

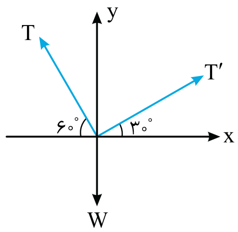
$$\frac{۱}{۲R_e+\Delta h}=\frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۲R_e}\right)\Rightarrow ۲R_e+\Delta h=۴R_e\Rightarrow \Delta h=۲R_e$$

A **۷- گزینه‌ی ۳** هرگاه از جرم فنرها صرف‌نظر شود، نیروی کشسانی در طول فنرها یکسان خواهد بود. بنابراین نیروی کشسانی فنر k، همان ۴ نیوتونی است که نیروسنج نشان می‌دهد.

$$F=k\Delta l\Rightarrow ۴=۵۰\Delta l\Rightarrow \Delta l=۰/۰۸\,m=۸\,cm$$

A **۸- گزینه‌ی ۱** با توجه به نیروی وارد بر W' کشش نخ متصل به آن برابر $T'=W'=۲۰N$ است. نیروهای وارد بر W را رسم می‌کنیم. با توجه به قانون سینوس‌ها می‌توان نوشت:





$$\frac{T'}{\sin(۹۰^\circ+۶۰^\circ)}=\frac{T}{\sin(۹۰^\circ+۳۰^\circ)}\Rightarrow\frac{۲۰}{\cos ۶۰^\circ}=\frac{T}{\cos ۳۰^\circ}\Rightarrow T=۲۰\sqrt{۳}N$$

Ⓑ **۹- گزینه‌ی ۱** نیروی اصطکاک عامل توقف جسم است.

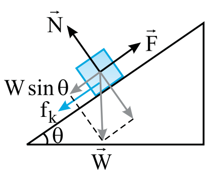
$$\Sigma F=Ma$$
$$\mu_k Mg=Ma\Rightarrow a=\mu_k g$$

* پس شتاب توقف حاصل از نیروی اصطکاک جنبشی برابر $a=\mu_k g$ است.

شتاب توقف، به جرم جسم بستگی ندارد و $x_{توقف}=\frac{v_\circ^۲}{۲a}$ در هر دو مورد یکی است.

Ⓐ **۱۰- گزینه‌ی ۱** منظور از وزن ظاهری همان N است.

$$\begin{cases}N-mg=ma\Rightarrow N=m(g+a)\\ mg-N'=ma\Rightarrow N'=m(g-a)\end{cases}\Rightarrow ۲=\frac{g+a}{g-a}\Rightarrow ۲۰-۲a=۱۰+a\Rightarrow ۱۰=۳a\Rightarrow a=\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

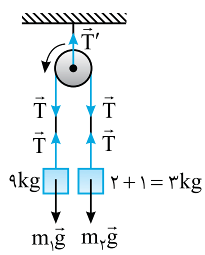


Ⓑ **۱۱- گزینه‌ی ۴** در حالتی که اصطکاک صفر است:

$$F-mg\sin\theta=ma\Rightarrow F-۴۰\sin\theta=۴\times۵=۲۰$$

در حالتی که اصطکاک وجود دارد:

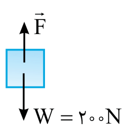
$$F-f_k-mg\sin\theta=ma\Rightarrow\underbrace{F-۴۰\sin\theta}_{۲۰}-f_k=۴\times۳\Rightarrow ۲۰-f_k=۱۲\Rightarrow f_k=۸N$$



Ⓑ **۱۲- گزینه‌ی ۲** شتاب حرکت وزنه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

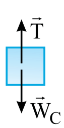
$$m_۱g-m_۲g=(m_۱+m_۲)a\Rightarrow ۹۰-۳۰=(۱۲)a\Rightarrow a=۵\frac{m}{s^۲}$$

$$m_۱g-T=m_۱a\Rightarrow ۹۰-T=۹\times۵\Rightarrow T=۴۵N$$
$$T'=۲T\Rightarrow T'=۲\times۴۵=۹۰N$$



Ⓐ **۱۳- گزینه‌ی ۲** چون حرکت رو به بالا و کندشونده است.

$$F<W\Rightarrow mg-F=ma\Rightarrow ۲۰۰-F=۲۰\times۲/۵\Rightarrow F=۱۵۰N$$



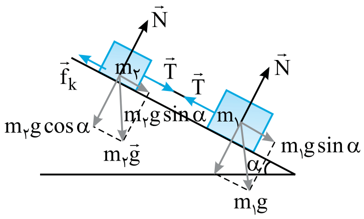
Ⓑ **۱۴- گزینه‌ی ۳** ابتدا با نوشتن رابطه‌ی اساسی دینامیک ($\Sigma F=ma$) برای دستگاه، شتاب حرکت دستگاه را به‌دست می‌آوریم:

$$m_Bg+m_Cg-f_k-m_Ag\sin\alpha=(m_A+m_B+m_C)a$$
$$\Rightarrow ۲+۴-\frac{\sqrt{۳}}{۵}\times۶\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}-۶\times\frac{۱}{۲}=(۰/۶+۰/۲+۰/۴)a\Rightarrow a=۱\frac{m}{s^۲}$$

حال برای جسم C رابطه‌ی اساسی دینامیک را می‌نویسیم:

$$W_C-T=m_Ca\Rightarrow ۴-T=۰/۴\times۱\Rightarrow T=۳/۶N$$

B **۱۵- گزینه‌ی ۲** نیروهای وارد بر هر جسم را رسم کرده و رابطه‌ی اساسی دینامیک $(\Sigma F=ma)$ را برای هر یک می‌نویسیم:



$$f_k=\mu_k m_۲ g\cos\alpha \Rightarrow f_k=۰/۵\times ۱۰۰\times ۰/۸=۴۰N$$

$$\begin{cases} m_۱ g\sin\alpha - T=m_۱ a\\ T+m_۲ g\sin\alpha - f_k=m_۲ a\end{cases}$$

$$m_۱ g\sin\alpha + m_۲ g\sin\alpha - f_k=(m_۱+m_۲)a$$

$$\Rightarrow ۱۰۰\times ۰/۶+۱۰۰\times ۰/۶-۴۰=۲۰a\Rightarrow a=۴\ \frac{m}{s^۲}$$

$$T+۶۰-۴۰=۱۰\times ۴\Rightarrow T=۲۰N$$

B **۱۶- گزینه‌ی ۲** ابتدا شتاب حرکت دستگاه را به‌دست می‌آوریم:

$$F=Ma\Rightarrow ۱۲=۱۰\,a\Rightarrow a=۱/۲\ \frac{m}{s^۲}$$

حال نیروی وارد بر جسم $۲kg$ را حساب می‌کنیم:

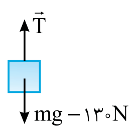
$$F'=Ma\Rightarrow F'=۲\times ۱/۲=۲/۴\ N$$

می‌توان از تناسب نیز بهره گرفت. نیروی $۱۲N$، جرم $۱۰kg$ را هُل می‌دهد. چه نیرویی با همان شتاب، جرم $۲kg$ را هُل می‌دهد؟

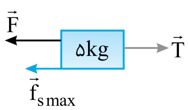
$$\frac{۱۲}{F'}=\frac{۱۰}{۲}\Rightarrow F'=۲/۴N$$

نیرویی که جرم $۳kg$ بر جرم $۲kg$ وارد می‌کند، همان نیرویی است که جرم $۲kg$ بر جسم $۳kg$ وارد می‌کند.

B **۱۷- گزینه‌ی ۳** دستگاه ساکن است، بنابراین کشش نخ برابر وزن وزنه‌ی $۱۳kg$ است.



$$T=۱۳\times ۱۰=۱۳۰N$$

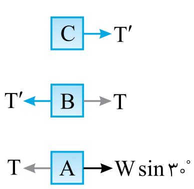


$$f_{s\,max}=\mu_s N=\mu_s mg=۱/۱\times ۵\times ۱۰=۵۵N$$

چون جسم ساکن است، شتاب صفر است.

$$\Sigma F=ma=۰\Rightarrow T-F-f_{s\,max}=۰\Rightarrow F=۱۳۰-۵۵=۷۵N$$

A **۱۸- گزینه‌ی ۲**



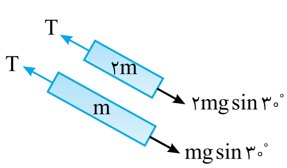
$$\Sigma F=ma\Rightarrow\begin{cases} T'=M_C a\\ T-T'=M_B a\\ W\sin ۳۰^\circ - T=M_A a\end{cases}\Rightarrow M_A g\sin ۳۰^\circ=(M_A+M_B+M_C)\,a$$

$$\Rightarrow ۵\,M_A=(۸+M_A)۱\Rightarrow ۴\,M_A=۸\Rightarrow M_A=۲\ kg$$

می‌توان هر سه جسم را یک دستگاه درنظر گرفت که تحت تأثیر نیروی $m_A g\sin ۳۰^\circ$ شتاب می‌گیرد و به سادگی نوشت:

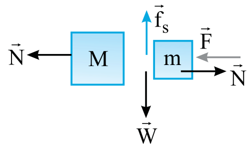
$$\Sigma F=Ma\Rightarrow M_A g\sin ۳۰^\circ=(m_A+m_B+m_C)a\Rightarrow M_A=۲kg$$

B **۱۹- گزینه‌ی ۴**



$$\Sigma F=ma\Rightarrow\begin{cases} ۲mg\sin ۳۰^\circ - T=۲ma\\ T-mg\sin ۳۰^\circ=ma\end{cases}\Rightarrow mg\sin ۳۰^\circ=۳ma\Rightarrow a=\frac{mg\times\frac{۱}{۲}}{۳m}=\frac{g}{۶}$$

Ⓒ **۲۰- گزینه‌ی ۲** بـرای آن‌که m در تماس با M باقی بماند، باید نیروی اصطکاک ایستایی با وزن جسم m برابر شود.



$$f_s = W \Rightarrow \mu_s N = mg \Rightarrow ۰/۲ \times N = ۱۰ \Rightarrow N = ۵۰N$$

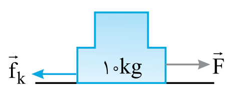
از طرفی نیروی N به جرم M شتاب می‌دهد.

$$N = Ma \Rightarrow ۵۰ = ۴a \Rightarrow a = ۱۲/۵\,\frac{m}{s^۲}$$

در این‌صورت نیروی F باید به مجموعه حداقل شتاب $۱۲/۵\,\frac{m}{s^۲}$ بدهد.

$$F = (M+m)a \Rightarrow F = ۵ \times ۱۲/۵ = ۶۲/۵N$$

Ⓑ **۲۱- گزینه‌ی ۳** مجموعه‌ی دو جسم را یکپارچه فرض می‌کنیم:

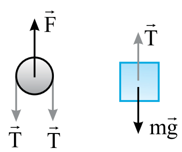


$$f_k = \mu_k (M_۱ + M_۲) g = ۱۰۰\,\mu_k$$

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - f_k = (M_۱ + M_۲)a \Rightarrow ۸۰ - ۱۰۰\,\mu_k = ۱۰ \times ۵$$

$$\Rightarrow ۳۰ = ۱۰۰\,\mu_k \Rightarrow \mu_k = ۰/۳$$

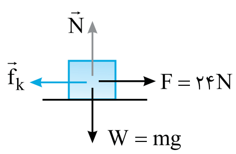
Ⓑ **۲۲- گزینه‌ی ۱**



$$F = ۲T \Rightarrow ۴۵ = ۲T \Rightarrow T = ۲۲/۵N$$

$$T - mg = ma \Rightarrow ۲۲/۵ - ۲۰ = ۲a \Rightarrow a = ۱/۲۵\,m/s^۲$$

Ⓑ **۲۳- گزینه‌ی ۱** ابتدا شکل ساده‌ای از تست رسم کرده، نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و رابطه‌ی اساسی دینامیک $(\Sigma F = Ma)$ را درباره‌ی آن می‌نویسیم:



$$F - f_k = ma \Rightarrow ۲۴ - f_k = ۶ \times ۳ \Rightarrow f_k = ۶N$$

$$f_k = \mu_k N \Rightarrow f_k = \mu_k mg \Rightarrow ۶ = \mu_k (۶۰) \Rightarrow \mu_k = ۰/۱$$

Ⓐ **۲۴- گزینه‌ی ۴** با توجه به رابطه‌ی تغییر تکانه با نیرو:

$$\Delta P = Ft \Rightarrow P - P_۰ = Ft \Rightarrow P - ۰ = Ft \Rightarrow P = Ft$$

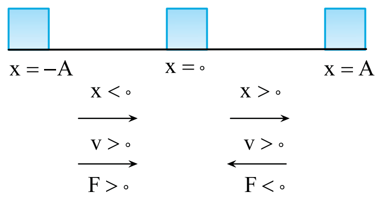
$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{F_۲ t_۲}{F_۱ t_۱} \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{\frac{F}{۳} \cdot ۲t}{F \cdot t} \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{۲}{۳}$$

Ⓐ **۲۵- گزینه‌ی ۳** شتاب لغزش جسم روی سطح شیب‌دار، برابر $a = g \sin \alpha$ است، بنابراین:

$$\frac{a'}{a} = \frac{g \sin ۶۰^\circ}{g \sin ۳۰^\circ} = \sqrt{۳}$$

فصل سوم: حرکت هماهنگ ساده

پاسخ آزمون



Ⓐ **۱- گزینه‌ی ۴** در حرکت هماهنگ ســاده، مطابق شکل بالا، وقتی سرعت مثبت اســت، نیروی وارد بر نوســانگر ممکن اســت مثبت و یا منفی باشد. اگر نوسانگر در مکان‌های مثبت باشــد، نیرو منفی و اگر نوسانگر با سرعت مثبت، در مکان‌های منفی باشد، نیرو مثبت است.

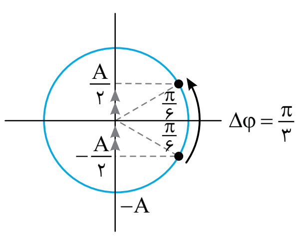
Ⓐ **۲- گزینه‌ی ۱** مکان نوسانگر را در $t=۰$ و $t=\frac{۳T}{۴}$ به‌دست می‌آوریم:

$$t=۰\Rightarrow x=۰$$

$$t=\frac{۳T}{۴}\Rightarrow x=A\sin\frac{۲\pi}{T}\times\frac{۳T}{۴}\Rightarrow x=A\sin\frac{۳\pi}{۲}\Rightarrow x=-A$$

بنابراین سرعت متوسط برابر است با:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \bar{v}=\frac{-A}{\frac{۳T}{۴}}\Rightarrow \bar{v}=-\frac{۴}{۳}\frac{A}{T}\Rightarrow \bar{v}=-\frac{۴}{۳}Af$$



Ⓑ **۳- گزینه‌ی ۴** بیشــینه‌ی جابه‌جایی در جایی اتفاق می‌افتد که سرعت بیشینه باشد. در دو طرف مرکز نوسان سرعت از بقیه‌ی نقاط بیش‌تر است، به همین دلیل در بازه‌ی $\frac{T}{۶}$ تغییر فاز را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{T}\Delta t\Rightarrow \Delta\varphi=\frac{T}{۳}$$

تغییر فاز $\frac{\pi}{۳}$ را به دو قســمت مســاوی در دو طرف مرکز نوســان تقسـیم می‌کنیم یعنی $\frac{\pi}{۶}$ و $\frac{\pi}{۶}$، مطابق دایره‌ی مثلثاتی رسم شده بیشینه‌ی جابه‌جایی در مدت $\frac{T}{۶}$ برابر با A است.

Ⓑ **۴- گزینه‌ی ۲** نوسانگر در لحظه‌ی $t_۱$ در بیشینه‌ی بعد مثبت $(x=+A)$ قرار دارد، بنابراین فاز آن $\varphi_۱=\frac{\pi}{۲}$ است. در لحظه‌ی $t_۲$ بعد نوسانگر مثبت است و نوسانگر به سمت $x=۰$ در حرکت است، بنابراین فاز نوسانگر در ربع دوم قرار دارد. داریم:

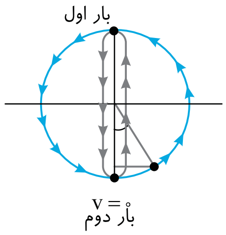
$$\left.\begin{array}{l}\sin\varphi_۲=\frac{x}{A}=\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\\ \text{فاز نوسانگر در ربع دوم قرار دارد}\end{array}\right\}\Rightarrow \varphi_۲=\frac{۳\pi}{۴}$$

با استفاده از رابطه‌ی سرعت زاویه‌ای $(\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t})$، ω را محاسبه کرده و با توجه به رابطه‌ی $\omega=\frac{۲\pi}{T}$، T به‌راحتی قابل محاسبه است:

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\frac{\frac{۳\pi}{۴}-\frac{\pi}{۲}}{\frac{۱}{۳۲}}=\frac{\frac{\pi}{۴}}{\frac{۱}{۳۲}}=۸\pi\frac{rad}{s}$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۸\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۰/۲۵s$$

Ⓑ **۵- گزینه‌ی ۱** به کمک معادله‌ی سرعت زمان، فاز حرکت در لحظه‌ی $v=+\frac{v_m}{۲}$ را به‌دست می‌آوریم:



$$v=v_m\cos\varphi\Rightarrow\frac{v_m}{۲}=v_m\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}\varphi=\frac{\pi}{۳} & \text{غ ق ق}\\ \varphi=\frac{۵\pi}{۳}\end{cases}$$

حرکت در این لحظه تندشـونده اسـت پس فاز در ربع چهارم مثلثاتی اسـت. از این لحظه تا لحظه‌ای که برای بار دوم سرعت صفر می‌شود مطابق دایره‌ی مثلثاتی روبه‌رو فاز حرکت به اندازه‌ی $(۲\pi-\frac{\pi}{۶}=\frac{۱۱\pi}{۶})$ تغییر می‌کند. بنابراین:

$$\begin{array}{c|c}\frac{۱۱\pi}{۶} & \frac{۱۱}{۲۴}s\\ \hline ۲\pi & T\end{array}\Rightarrow T=\frac{۱}{۲}s\xrightarrow{f=\frac{۱}{T}}f=۲Hz$$

بسامد خواهد شد: $f=\frac{۱}{T}=۲Hz$

Ⓐ **۶- گزینه‌ی ۱** **راه‌حل اول:** با توجه به معادله‌ی $\frac{x^۲}{A^۲}+\frac{v^۲}{v_m^۲}=۱$، معادله‌ی داده شده را به این شکل می‌نویسیم:

$$۱۰^۴x^۲+v^۲=۴\Rightarrow\frac{x^۲}{۴\times۱۰^{-۴}}+\frac{v^۲}{۴}=۱\Rightarrow\begin{cases}A=۲\times۱۰^{-۲}m\\ v_m=۲\frac{m}{s}\end{cases}$$

در این صورت:

$$v_m=A\omega\Rightarrow ۲=۲\times۱۰^{-۲}\times\omega\Rightarrow\omega=۱۰۰\frac{rad}{s}$$

راه‌حل دوم:

در مکان $x=۰$ سرعت بیشینه است.

$$۱۰^۴x^۲+v^۲=۲\xrightarrow{x=۰}v_m^۲=۲\Rightarrow v_m=\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

در دامنه سرعت صفر است.

$$۱۰^۴x^۲+v^۲=۲\xrightarrow{v=۰}۱۰^۴A^۲=۲\Rightarrow A=\frac{\sqrt{۲}}{۱۰۰}m$$

با توجه به رابطه‌ی سرعت بیشینه خواهیم داشت:

$$v_m=A\omega\Rightarrow\sqrt{۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۱۰۰}\omega\Rightarrow\omega=۱۰۰\frac{rad}{s}$$

Ⓑ **۷- گزینه‌ی ۱** با توجه به شکل:

$$\begin{cases}A=۰/۱m\\ v_m=۲\pi\frac{m}{s}\end{cases}\xrightarrow{v_m=A\omega}۲\pi=۰/۱\omega\Rightarrow\omega=۲۰\pi\frac{rad}{s}\quad,\quad\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۲۰\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۰/۱s$$

Ⓑ **۸- گزینه‌ی ۳** ابتدا به کمک معادله‌ی سرعت - مکان، دامنه و بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به‌دست می‌آوریم.

$$v=\pm\omega\sqrt{A^۲-x^۲}\Rightarrow\begin{cases}۴۰۰=\pm\omega\sqrt{A^۲-۳۶}\\ ۳۰۰=\pm\omega\sqrt{A^۲-۶۴}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۱۶۰۰۰۰=\omega^۲A^۲-۳۶\omega^۲\\ ۹۰۰۰۰=\omega^۲A^۲-۶۴\omega^۲\end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم.

$$۱۶۰۰۰۰-۹۰۰۰۰=۶۴\omega^۲-۳۶\omega^۲ \Rightarrow ۷۰۰۰۰=۲۸\omega^۲ \Rightarrow \omega^۲=۲۵۰۰ \Rightarrow \omega=۵۰\frac{rad}{s}$$

$$۴۰۰=\pm ۵۰\sqrt{A^۲-۳۶} \Rightarrow ۸=\pm\sqrt{A^۲-۳۶} \Rightarrow ۶۴=A^۲-۳۶ \Rightarrow A=۱۰cm=۰/۱m$$

شتاب بیشینه برابر است با:

$$a_m=A\omega^۲=۰/۱\times ۵۰^۲=۲۵۰\frac{m}{s^۲}$$

A **۹- گزینه‌ی ۴** دامنه نصف پاره‌خط مسیر نوسان است.

$$A=\frac{۲۰}{۲}=۱۰cm$$

معادله‌ی حرکت و معادله‌ی شتاب- زمان را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\left.\begin{matrix} x=A\sin(\omega t+\varphi_۰) \\ a=-A\omega^۲\sin(\omega t+\varphi_۰)\end{matrix}\right\} \Rightarrow a=-\omega^۲x \quad \text{معادله‌ی شتاب- مکان}$$

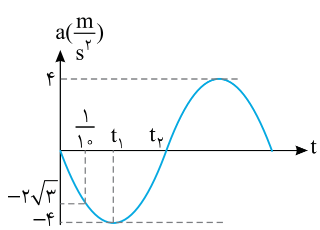
اکنون به حل مسأله می‌پردازیم، دقت کنید که شتاب و مکان هم‌علامت نیستند، بنابراین:

$$a=-\omega^۲x \Rightarrow -۸=-\omega^۲(۰/۰۸) \Rightarrow \omega=۱۰\frac{rad}{s}$$

با توجه به معادله‌ی سرعت - مکان می‌توان نوشت:

$$v=\pm\omega\sqrt{A^۲-x^۲} \Rightarrow v=\pm ۱۰\sqrt{(۰/۱)^۲-(۰/۰۸)^۲} \Rightarrow v=\pm ۰/۶\frac{m}{s}$$

B **۱۰- گزینه‌ی ۲** از نمودار سؤال می‌کنیم در لحظه‌ی $t=\frac{۱}{۱۰}s$ شتاب برابر چه مقداری است و پاسخ می‌شنویم $a=-۲\sqrt{۳}\frac{m}{s^۲}$ و شتاب بیشینه برابر $۴\frac{m}{s^۲}$ است به کمک معادله‌ی شتاب - زمان فاز حرکت در $t=\frac{۱}{۱۰}s$ را به‌دست می‌آوریم.



$$a=-a_m\sin\varphi \Rightarrow -۲\sqrt{۳}=-۴\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi=\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \varphi=\frac{\pi}{۳},\frac{۲\pi}{۳}$$

نمودار به ما می‌گوید در لحظه‌ی $t=\frac{۱}{۱۰}s$ اندازه‌ی شتاب در حال افزایش بوده پس فاز در ربع اول است و $\varphi=\frac{\pi}{۳}$ قابل قبول است.

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{T}\times\frac{۱}{۱۰} \Rightarrow T=۰/۶s$$

بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ با توجه به نمودار $\frac{T}{۴}$ است. از این رو:

$$t_۲-t_۱=\frac{T}{۴}=\frac{۰/۶}{۴} \Rightarrow t_۲-t_۱=۰/۱۵s$$

A **۱۲- گزینه‌ی ۲** انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ \Rightarrow ۲\times ۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times m\times(۱۶\times ۱۰^{-۴})\times(۱۰۰) \Rightarrow m=۲۵\times ۱۰^{-۳}kg \Rightarrow m=۲۵g$$

B **۱۳- گزینه‌ی ۳** انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است.

$$U+K=E \Rightarrow ۰/۰۶+۰/۱۲=۰/۱۸ \Rightarrow E=۰/۱۸J$$

انرژی مکانیکی برابر با $E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲$ است. بنابراین:

$$E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ \Rightarrow ۰/۱۸=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۱۰۰}\times\frac{۱۶}{۱۰۰۰۰}\times\frac{۴\pi^۲}{T^۲} \Rightarrow \frac{۰/۳۶\times ۱۰۰\times ۱۰۰۰۰}{۱۶\times ۴\pi^۲}=\frac{۱}{T^۲} \Rightarrow \frac{۰/۶\times ۱۰\times ۱۰۰}{۴\times ۲\pi}=\frac{۱}{T} \Rightarrow T=\frac{۸\pi}{۶۰۰}=\frac{\pi}{۷۵}s$$

A **۱۴- گزینه‌ی ۳** معادله‌ی سرعت - زمان این نوسانگر برابر با $v=A\omega\cos\omega t$ است.

$$\frac{K}{E}=\frac{\frac{۱}{۲}mv^۲}{\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲}\xrightarrow{v=A\omega\cos\omega t}\frac{K}{E}=\frac{\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\cos^۲\omega t}{\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲}\Rightarrow\frac{K}{E}=\cos^۲\omega t$$

باتوجه به فرض مسأله، انرژی جنبشی در لحظه‌ی مورد نظر نصف انرژی نوسانگر است.

$$\frac{۱}{۲}=\cos^۲\omega t\Rightarrow\cos\omega t=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\omega t=\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}t=\frac{\pi}{۴}\Rightarrow t=\frac{T}{۸}$$

B **۱۵- گزینه‌ی ۳** در لحظه‌ی $t=\frac{T}{۶}$ فاز حرکت برابر است با:

$$\varphi=\omega t+\varphi_\circ\xrightarrow{\varphi_\circ=\circ}\varphi=\frac{۲\pi}{T}\times\frac{T}{۶}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{۳}$$

نسبت انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی نوسانگر برابر است با:

$$\frac{U}{K}=\frac{\frac{۱}{۲}kA^۲\sin^۲\varphi}{\frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲\cos^۲\varphi}\xrightarrow{k=m\omega^۲}\frac{U}{K}=\tan^۲\varphi\xrightarrow{\varphi=\frac{\pi}{۳}}\frac{U}{K}=\tan^۲\frac{\pi}{۳}=۳$$

بنابراین $\frac{U}{K}>۱$ و گزینه‌ی (۳) درست است.

A **۱۶- گزینه‌ی ۳** در هر دوره شــتاب دو بار صفر می‌شــود، پس این نوسانگر در هر ثانیه ۴ نوسان کامل انجام می‌دهد و دوره‌ی آن $\frac{۱}{۴}$ ثانیه است.

A **۱۷- گزینه‌ی ۱** با توجه به نمودار:

$$\frac{۳T}{۲}=۳\Rightarrow T=۲s\quad,\quad\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۲}\Rightarrow\omega=\pi\frac{rad}{s}$$

$$a_m=v_m\omega\Rightarrow a_m=\frac{\pi}{۱۰}\pi=\frac{\pi^۲}{۱۰}=\frac{۱۰}{۱۰}\Rightarrow a_m=۱\frac{m}{s^۲}$$

B **۱۸- گزینه‌ی ۲** با توجه به نمودار، بیشــینه‌ی مقدار انرژی جنبشــی یا همان انرژی مکانیکی نوســانگر، برابر با یک ژول و دامنه‌ی حرکت $۱۰\,cm$ است.

$$K=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\Rightarrow۱=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{-۲}\times(۰/۱)^۲\omega^۲\Rightarrow\omega=۱۰^۲\frac{rad}{s}$$

A **۱۹- گزینه‌ی ۴**

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}\Rightarrow\omega\propto\sqrt{g}$$

A **۲۰- گزینه‌ی ۲** ابتدا به کمک‌رابطه‌ی $a_m=A\omega^۲$ بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$a_m=A\omega^۲\Rightarrow۴=۰/۰۴\omega^۲\Rightarrow\omega=۱۰\frac{rad}{s}$$

اکنون به کمک رابطه‌ی $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ ثابت فنر را حساب می‌کنیم:

$$۱۰=\sqrt{\frac{k}{۰/۳}}\Rightarrow k=۳۰\frac{N}{m}$$

A **۲۱- گزینه‌ی ۱** دوره‌ی آونگ ساده $T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است و با جذر طول آونگ نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{T_A}{T_B}=\frac{۲\pi\sqrt{\frac{l_A}{g}}}{۲\pi\sqrt{\frac{l_B}{g}}}\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\sqrt{\frac{l_A}{l_B}}\xrightarrow{l_A=\frac{۳۶}{۲۵}l_B}\frac{T_A}{T_B}=\sqrt{\frac{۳۶}{۲۵}}=\frac{۶}{۵}$$

از طرفی تعداد نوسان‌های آونگ در یک مدت معین با دوره نسبت وارون دارد، بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} N_A=\dfrac{t}{T_A} \\ N_B=\dfrac{t}{T_B}\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{N_A}{N_B}=\frac{T_B}{T_A}\Rightarrow \frac{۵}{N_B}=\frac{۵}{۶}\Rightarrow N_B=۶$$

B **۲۲- گزینه‌ی ۴** دوره‌ی آونگی که بر آن نیروی ثابت و قائم F وارد می‌شود، برابر است با: $T=۲\pi\sqrt{\dfrac{l}{g\pm\dfrac{F}{m}}}$

اگر F رو به پایین (هم‌جهت با نیروی گرانش زمین) باشد علامت مثبت و اگر رو به بالا (مخالف نیروی گرانش زمین) باشد علامت منفی به کار می‌رود.

$$\left.\begin{array}{l} T_۱=۲\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \\ T_۲=۲\pi\sqrt{\dfrac{۴l}{g+\dfrac{۳mg}{m}}}\Rightarrow T_۲=۲\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}\end{array}\right\}\Rightarrow T_۲=T_۱$$

B **۲۳- گزینه‌ی ۱**

$$a=-a_m\sin\omega t\xrightarrow{t=۰}\sin\varphi=-\frac{a}{a_m}$$

$$\sin\varphi=-\frac{۰/۰۵\pi}{۰/۱\pi}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\varphi=\dfrac{۷\pi}{۶}\quad \text{یا}\quad \dfrac{-۵\pi}{۶} \\ \varphi=\dfrac{۱۱\pi}{۶}\quad \text{یا}\quad \dfrac{-\pi}{۶}\end{array}\right.$$

در گزینه‌ها $-\frac{۵\pi}{۶}$ وجود دارد.

B **۲۴- گزینه‌ی ۱** چون ثابت فنر (k) تغییر نکرده و دامنه (A) ثابت مانده است، پس انرژی مکانیکی $(E=\frac{۱}{۲}kA^۲)$ تغییر نکرده است.

B **۲۵- گزینه‌ی ۴** با توجه به رابطه‌ی دوره‌ی آونگ:

$$T_A=۲\pi\sqrt{\frac{l_A}{g}}=۲\pi\sqrt{\frac{۴}{۱۰}}\Rightarrow T_A=۴s$$

$$T_B=۲\pi\sqrt{\frac{l_B}{g}}=۲\pi\sqrt{\frac{۱}{۱۰}}\Rightarrow T_B=۲s$$

$$N_B=N_A+۲\Rightarrow\frac{t}{T_B}=\frac{t}{T_A}+۲\Rightarrow\frac{t}{۲}=\frac{t}{۴}+۲\Rightarrow\frac{t}{۴}=۲\Rightarrow t=۸s$$

B **۲۶- گزینه‌ی ۱** مسافتی که نوسانگر در هر دوره می‌پیماید، چهار برابر دامنه است. $۴A=۱۶\Rightarrow A=۴cm$

با توجه به رابطه‌ی $F=-۱۰۰x$ و $F=-mw^۲x$ خواهیم داشت: $mw^۲=۱۰۰$

$$\left\{\begin{array}{l}K=\dfrac{۱}{۲}mv^۲ \\ v=\omega\sqrt{A^۲-x^۲}\end{array}\right.\Rightarrow K=\frac{۱}{۲}m\omega^۲(A^۲-x^۲)\Rightarrow K=\frac{۱}{۲}(۱۰۰)(۴^۲-۳^۲)\times۱۰^{-۴}=۳/۵\times۱۰^{-۲}J=۳۵mJ$$

فصل چهارم: موج‌های مکانیکی

پاسخ آزمون کوتاه

(A) **۱- گزینه‌ی ۳** با نزدیک شدن فرورفتگی موج به نقطه‌ی B، B رو به پایین حرکت می‌کند و چون B به حالت تعادل خود نزدیک می‌شود، حرکت آن تندشونده است.

(A) **۲- گزینه‌ی ۱**

$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{\frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho_A}}}{\frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho_B}}}=\sqrt{\frac{\rho_B}{\rho_A}}=\sqrt{\frac{۲/۶۵}{۱۰/۶}}=\sqrt{\frac{۱}{۴}}=\frac{۱}{۲}$$

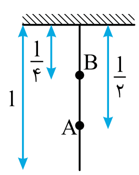
(A) **۳- گزینه‌ی ۲** سرعت انتشار موج تنها تابع شرایط فیزیکی محیط انتشار موج است. پس با تغییر دوره (بسامد) و دامنه، سرعت انتشار موج تغییر نمی‌کند.

در حالی که وقتی دوره‌ی چشمه‌ی موج را زیاد می‌کنیم طول موج افزایش می‌یابد.

$$\uparrow\lambda=vT\uparrow$$

(A) **۴- گزینه‌ی ۳** نقاطی که در هر لحظه وضعیت آن‌ها کاملاً قرینه‌ی یک‌دیگر باشد، نسبت به هم در فاز مخالف قرار دارند. نقطه‌ی C در بُعد مثبت و در حال حرکت رو به پایین و مکان آن $x=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ است. با توجه به نقش موج نقطه‌ی E و G در بُعد منفی و در حال حرکت رو به بالا و مکان آن‌ها $x=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ هستند. بنابراین با نقطه‌ی C در فاز مخالف هستند.

(B) **۵- گزینه‌ی ۳** طناب سنگین و همگن است. در وسط آن نیروی کشش نصف وزن طناب را تحمل می‌کند $(F_A=\frac{mg}{۲})$، و در $\frac{l}{۴}$ محل آویز، نیروی کشش $\frac{۳}{۴}$ وزن طناب را تحمل می‌کند $(F_B=\frac{۳}{۴}mg)$. اما μ در طول طناب همگن یکسان است.



$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{\sqrt{\frac{F_A}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F_B}{\mu}}}=\sqrt{\frac{F_A}{F_B}}=\sqrt{\frac{\frac{mg}{۲}}{\frac{۳}{۴}mg}}\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{۲}{۳}}=\frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

(A) **۶- گزینه‌ی ۲** سرعت انتشار موج $v=\frac{\omega}{k}$ است، بنابراین:

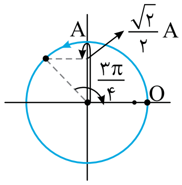
$$v=\frac{۱۰۰\pi}{\frac{\pi}{۵}}\Rightarrow v=۵۰۰\frac{m}{s}$$

(A) **۷- گزینه‌ی ۴**

$$\Delta\varphi=\frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x\Rightarrow\frac{\pi}{۵}=\frac{۲\pi}{\lambda}(۴۰)\Rightarrow\lambda=۴۰۰cm=۴m$$

(C) **۸- گزینه‌ی ۴** موج پس از زمان $t=\frac{\Delta x}{v}=\frac{۵/۵}{۱۰}=۰/۵۵s$ از سر طناب به نقطه‌ی M می‌رسد. پس در لحظه‌ی $t=۱s$ نقطه‌ی M به مدت $۱-۰/۵۵=۰/۴۵s$ در نوسان بوده است و حرکت‌های سر طناب را در این مدت تکرار کرده است. دوره‌ی نوسان

$T=\frac{\lambda}{v}=\frac{۲}{۱۰}=۰/۲s$ اســت. در هــر دوره حرکــت تکــرار می‌شــود. پــس در لحظه‌هــای $t=۰/۴۵s$، $t=۰/۴۵-۰/۲=۰/۲۵s$ و $t=۰/۲۵-۰/۲=۰/۰۵s$، وضعیت سر طناب شبیه وضعیت نقطه‌ی M است.



B **۹- گزینه‌ی ۴** با توجه به شــکل، نقطه‌ی O در حال حرکت رو به بالا اســت و پس از $\frac{۳T}{۸}$، به مکان $+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ می‌رسد.

A **۱۰- گزینه‌ی ۱** ابتدا بسامد زاویه‌ای و عدد موج را حساب می‌کنیم.

$$\omega=۲\pi f\Rightarrow\omega=۲\pi\times۲۰\Rightarrow\omega=۴۰\pi\frac{rad}{s}$$

$$k=\frac{\omega}{v}\Rightarrow k=\frac{۴۰\pi}{۲۰۰}\Rightarrow k=\frac{\pi}{۵}\frac{rad}{m}$$

موج در جهت منفی محور yها در حال پیشروی است، بنابراین فاز موج خواهد شد:

$$\varphi=\omega t+ky\Rightarrow\varphi=۴۰\pi t+\frac{\pi}{۵}y$$

از طرفی موج طولی اســت و راســتای پیشروی موج بر راستای نوسان ذره‌های محیط منطبق بوده و راستای ارتعاش ذرات محیط نیز محور yها می‌باشد و اندیس u درتابع موج باید حرف y باشد. بنابراین تابع موج به‌صورت زیر است:

$$u_y=۰/۰۶\sin(۴۰\pi t+\frac{\pi}{۵}y)$$

B **۱۱- گزینه‌ی ۲** ابتدا با قرار دادن $y=۱$ در تابع موج، معادله‌ی آن ذره را به‌دست می‌آوریم:

$$u_x=۰/۰۲\sin(۱۰\pi t-\frac{\pi}{۴})$$

اکنون با قرار دادن $t=\frac{۱}{۴}s$ در معادله‌ی ذره‌ی مورد نظر، بُعد ذره را حساب می‌کنیم.

$$u_x=۰/۰۲\sin(۱۰\pi\times\frac{۱}{۴}-\frac{\pi}{۴})=۰/۰۲\sin(\frac{۹\pi}{۴})\Rightarrow u_x=۰/۰۲\sin(۲\pi+\frac{\pi}{۴})\Rightarrow u_x=۰/۰۲(\frac{\sqrt{۲}}{۲})\Rightarrow u_x=\frac{\sqrt{۲}}{۱۰۰}m$$

B **۱۲- گزینه‌ی ۴** از رابطه‌ی داده شده در صورت سؤال می‌فهمیم که $k=\frac{\pi}{۴}\frac{rad}{m}$ و $\omega=۱۰\pi\frac{rad}{s}$ است.

$$k=\frac{\omega}{v}\Rightarrow k=\frac{۱۰\pi}{v}\Rightarrow\frac{\pi}{۴}=\frac{۱۰\pi}{v}\Rightarrow v=۴۰\frac{m}{s}$$

می‌دانیم که در یک سیم سرعت برابر $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است.

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\xrightarrow{\mu=\frac{m}{l}}v=\sqrt{\frac{F.l}{m}}\xrightarrow{m=\rho V}v=\sqrt{\frac{F.l}{\rho V}}\xrightarrow{V=Al}v=\sqrt{\frac{F.l}{\rho Al}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

$$\Rightarrow۴۰=\sqrt{\frac{F}{۳\times۱۰^{۳}\times۱۰^{-۶}}}\Rightarrow F=۴/۸N$$

A **۱۳- گزینه‌ی ۴** با مقایسه‌ی رابطه‌ی تابع موج با تابع موج ذکر شده در صورت پرسش داریم:

$$\begin{cases}u=A\sin(\omega t-kx)\\u=۰/۲\sin(۲\pi t-۲\pi x)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=۰/۲m\\\omega=۲\pi\frac{rad}{s}\\k=۲\pi\frac{rad}{m}\end{cases}$$

بیشینه سرعت ارتعاش ذرات از رابطه‌ی $v_m=A\omega$ و سرعت انتشار موج از رابطه‌ی $(v=\frac{\omega}{k})$ به‌دست می‌آید. بنابراین:

$$\begin{cases}v_m=A\omega=۰/۲\times۲\pi=۰/۴\pi\frac{m}{s}\\v_{\text{موج}}=\frac{\omega}{k}=\frac{۲\pi}{۲\pi}=۱\frac{m}{s}\end{cases}\Rightarrow\frac{v_m}{v_{\text{موج}}}=۰/۴\pi$$