۳۳۵. گزینه ۲ مختصات رأس سهمی را به‌دست آورده و در خط $y=-x$ صدق می‌دهیم:

$$y=-2x^2+bx-3 \xrightarrow{\text{طول } S} x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{-b}{2(-2)}=\frac{b}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{در تابع قرار بده}} y_S=y(\frac{b}{4})=-2(\frac{b}{4})^2+b(\frac{b}{4})-3$$

$$=-2\times\frac{b^2}{16}+\frac{b^2}{4}-3=-\frac{b^2}{8}+\frac{b^2}{4}-3=\frac{b^2}{8}-3$$

حالا باید رابطه‌ی $y=-x$ یا $y+x=0$ را با مختصات $S(\frac{b}{4},\frac{b^2}{8}-3)$ برقرار کنیم:

$$\frac{b^2}{8}-3+\frac{b}{4}=0 \xrightarrow{\times 8} b^2+2b-24=0$$

$$\xrightarrow{\text{تجزیه کن}} (b+6)(b-4)=0 \Rightarrow \begin{cases} b+6=0\\ \text{یا}\\ b-4=0\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=-6 \xrightarrow{\text{در این صورت}} S(\frac{b}{4},\frac{b^2}{8}-3)=(\frac{-6}{4},\frac{36}{8}-3)=(-\frac{3}{2},\frac{3}{2})\ \checkmark\\ \text{یا}\\ b=4 \xrightarrow{\text{در این صورت}} S(\frac{b}{4},\frac{b^2}{8}-3)=(\frac{4}{4},\frac{16}{8}-3)=(1,-1)\ \times \end{cases}$$

به نظر شما علت قبولی $b=-6$ و رد $b=4$ در این تست چیه؟! بله علت، قرار گرفتن رأس سهمی روی نیمساز ناحیه‌ی دوم (نه چهارم) است. درست است که هر نقطه روی خط $y=-x$ دارای طول و عرض قرینه است؛ اما نقاط روی این خط اگر در ناحیه‌ی دوم باشند، دارای طول منفی و عرض مثبت و اگر در ناحیه‌ی چهارم باشند، دارای طول مثبت و عرض منفی‌اند. طبق فرض سؤال، S روی $y=-x$ در ناحیه‌ی دوم قرار دارد، پس باید $x_S<0$ و $y_S>0$ باشد و از دو مقدار به‌دست‌آمده برای b فقط $b=-6$ این حالت را ایجاب می‌کند؛ بنابراین گزینه‌هایی که شامل ۴ هستند، رد می‌شوند.

۳۳۶. گزینه ۴

راهبرد: در سهمی‌هایی به فرم کلی $y=a(x-h)^2+k$، ریشه‌ی پرانتز (یعنی $x=h$) همان محور تقارن سهمی و مقدار تابع به ازای $x=0$ (یعنی $y=ah^2+k$) همان عرض از مبدأ سهمی است.

در این سؤال با توجه به نمودار تابع، خط $x=2$ محور تقارن تابع بوده و $f(0)=-1$ است، بنابراین:

$$y=-2(x+3m-5)^2+m+2n$$

$$\begin{cases} \text{ریشه‌ی پرانتز}=x+3m-5=0 \Rightarrow x=-3m+5=2 \Rightarrow m=1\\ y(0)=-2(-2)^2+1+2n=-1 \Rightarrow -8+1+2n=-1\\ \quad \Rightarrow 2n=6 \Rightarrow n=3 \end{cases}$$

حال با توجه به مقادیر m و n داریم:

$$y=mx^2+nx+1=x^2+3x+1$$

$$\begin{cases} x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{-3}{2(1)}=\frac{-3}{2}\\ y_S=y(\frac{-3}{2})=\frac{9}{4}-\frac{9}{2}+1=\frac{-9}{4}+1=\frac{-5}{4} \end{cases} \Rightarrow S(\frac{-3}{2},\frac{-5}{4})$$

۳۳۷. گزینه ۳ می‌دانیم که نمودار سهمی $y=ax^2+bx+c$ با شرط $\Delta=0$ و $x_S=\frac{-b}{2a}>0$ در نقطه‌ای به طول مثبت و با شرط $\Delta=0$ و $x_S=\frac{-b}{2a}<0$ در نقطه‌ای به طول منفی بر محور طول‌ها مماس می‌شود. همچنین همواره این سهمی با شرط $\Delta<0$ و $a<0$ پایین‌تر از محور طول‌ها و با شرط $\Delta<0$ و $a>0$ بالاتر از محور طول‌ها قرار می‌گیرد. (شاید دیگه نیازی به گفتن نباشه که با شرط $\Delta>0$ محور طول‌ها را در دو نقطه قطع کرده و از اون عبور می‌کنه.) حال باید ببینیم سهمی داده‌شده کدام شرط را دارد:

$$\Delta=b^2-4ac=(-(2m^2+1))^2-4(1)(m^4+m^2+\frac{1}{4})$$

$$=4m^4+4m^2+1-4m^4-4m^2-1=0$$

$$x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{2m^2+1}{2}>0$$

می‌بینیم که شرط $\Delta=0$ و $x_S>0$ برقرار بوده و گزینه‌ی «۳» درست است.

۳۳۸. گزینه ۱ رأس سهمی $y=ax^2+bx+c$ زمانی روی محور yها واقع می‌شود که $b=0$ باشد (زیرا وقتی $x_S=\frac{-b}{2a}=0$ می‌شود که $b=0$ شده باشد!)؛ پس:

$$y=-3x^2+(2m-1)x+5 \xrightarrow{b=0} 2m-1=0 \Rightarrow m=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y=-3x^2+5$$

حالا باید سهمی $y=-3x^2+5$ را با خط $y-2=0$ یا همان $y=2$ تلاقی دهیم:

$$\begin{cases} y=-3x^2+5\\ y=2 \end{cases} \Rightarrow -3x^2+5=2 \Rightarrow -3x^2=-3$$

$$\xrightarrow{\div(-3)} x^2=1 \xrightarrow{\text{جذر بگیر}} x=\pm1$$

۳۳۹. گزینه ۴ تست تلاش می‌کند بگوید تابع درجه‌ی دوم $y=ax^2-x+\frac{2}{3}$ حداقل مقداری برابر $y_{min}=\frac{1}{2}$ دارد؛ زیرا $y\geq\frac{1}{2}$ به معنای $y_{min}=\frac{1}{2}$ است. بنابراین اولاً باید $a>0$ باشد تا تابع بتواند دارای حداقل مقدار شود (رد گزینه‌های «۱» و «۲»)، ثانیاً باید این مقدار حداقل (یعنی $\frac{1}{2}$) برابر $\frac{-\Delta}{4a}$ باشد:

$$\Delta=(-1)^2-4(a)(\frac{2}{3})=1-\frac{8}{3}a$$

$$\frac{-\Delta}{4a}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\frac{8}{3}a-1}{4a}=\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین کن}} \frac{16}{3}a-2=4a$$

$$\Rightarrow \frac{16}{3}a-4a=2 \Rightarrow \frac{4}{3}a=2 \xrightarrow{\times\frac{3}{4}} a=2\times\frac{3}{4}=\frac{3}{2}$$

۳۴۰. گزینه ۴ نقطه‌ی مشترک نداشتن بین سهمی و خط به معنای عدم وجود ریشه در معادله‌ی تلاقی آن دو است:

$$\begin{cases} y=(2x+1)(x+8)\\ y=mx \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله‌ی تلاقی}} (2x+1)(x+8)=mx$$

$$\xrightarrow[\text{مرتب کن}]{\text{ساده و}} 2x^2+17x+8-mx=0 \Rightarrow 2x^2+(17-m)x+8=0$$

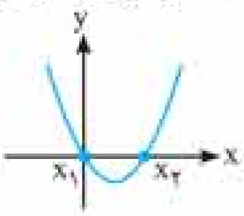
$$\xrightarrow[\text{معادله رو منفی کنیم}]{\text{حالا باید } \Delta \text{ این}} \Delta=(17-m)^2-4(2)(8)<0$$

$$\Rightarrow (17-m)^2-64<0 \xrightarrow{\text{حل نامعادله}} (17-m)^2<64$$

$$\xrightarrow{\text{جذر بگیر}} |17-m|<8 \Rightarrow -8<17-m<8$$

$$\xrightarrow{-17} -25<-m<-9 \xrightarrow{\times(-1)} 9<m<25$$

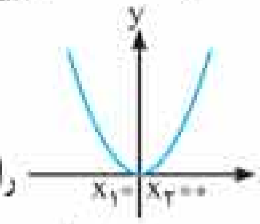
۳۴۱. گزینه ۲ معادله‌ی $y=ax^2-(a+2)x=0$ دو ریشه به‌صورت $x_1=0$ و $x_2=\frac{a+2}{a}$ دارد. حال با اندکی تجسم نموداری درمی‌یابیم برای این‌که نمودار این سهمی نتواند وارد ناحیه‌ی سوم شود، باید نمودار آن به شکل



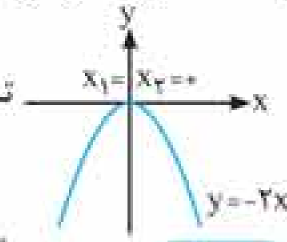
باشد. یعنی اولاً نمودار باید رو به بالا باز شود ($a>0$)، ثانیاً ریشه‌ی $x_2=\frac{a+2}{a}$ معادله‌ی مربوطه مثبت باشد:

$x_۲=\frac{a+۲}{a}>۰ \xrightarrow[\text{است } a>۰]{\text{با توجه به این‌که}} a+۲>۰ \Rightarrow a>-۲$

$\xrightarrow[a>۰]{\text{با اعمال شرط}}$ حدود a: $a>۰$



کمی اضافه‌تر: اگر می‌خواهید بدانید چرا حالت بالا را که در آن نیز نمودار سهمی وارد ناحیه‌ی سوم نشده است، در نظر نگرفتیم، باید بگوییم که این حالت برای سهمی $y=ax^۲-(a+۲)x$ غیرممکن است: زیرا این حالت زمانی رخ می‌دهد که $x_۲=\frac{a+۲}{۲}=۰$ شود و آن نیز به معنای $a=-۲$ بوده و در این‌حالت ضریب $x^۲$ منفی شده و نمودار به شکل



تبدیل می‌شود.

۲۴۲. گزینه ۴ مختصات رأس سهمی در آن صدق می‌کند؛ بنابراین:

$f(x)=x^۲+۲x-c \xrightarrow{f(-۱)=۳} ۳=(-۱)^۲+۲(-۱)-c$

$\Rightarrow ۳=-۱-c \Rightarrow c=-۴$

حالا باید با توجه به معادله‌ی سهمی $f(x)=x^۲+۲x+۴$، معادله‌ی سهمی $y=f(۲x-۱)$ را (با جایگزین کردن $(۲x-۱)$ به جای xها) به‌دست آورده و بعد مختصات رأسش را محاسبه کنیم:

$y=f(۲x-۱)=(۲x-۱)^۲+۲(۲x-۱)+۴$

$\xrightarrow{\text{ساده‌کن}} ۴x^۲-۴x+۱+۴x-۲+۴ \Rightarrow y=۴x^۲+۳$

$\Rightarrow x_S=\frac{-b}{۲a}=\frac{۰}{۲(۴)}=۰,\ y_S=y(۰)=۴(۰)^۲+۳=+۳$

$\Rightarrow S(۰,۳)$

۲۴۳. گزینه ۳ در گزینه‌ها موقعیت سهمی نسبت به محور xها بررسی شده و می‌دانیم آنچه در این مورد اهمیت دارد، علامت Δ و علامت ریشه‌ها (نقاط تلاقی با محور طول‌ها) است؛ بنابراین:

$\Delta=b^۲-۴ac=(-۳m)^۲-۴(m^۲)(-۱)$

$=۹m^۲+۴m^۲=۱۳m^۲ \xrightarrow{m\neq۰} \Delta>۰ \Rightarrow$ دو نقطه‌ی تلاقی دارد.

حاصل‌ضرب ریشه‌ها $=P=\frac{c}{a}=\frac{-۱}{m^۲}<۰$

آن دو ریشه مختلف‌العلامت‌اند، پس سهمی در دو طرف مبدأ، محور طول‌ها را قطع می‌کند.

۲۴۴. گزینه ۲

✽ $\frac{۱}{x_۱}+\frac{۱}{x_۲}=\frac{x_۱+x_۲}{x_۱x_۲}=\frac{S}{P}$

برای معادله‌ی $۲x^۲-۹x-۱=۰$ داریم:

$$\begin{cases}S=x_۱+x_۲=-\frac{b}{a}=\frac{۹}{۲}\\ P=x_۱x_۲=\frac{c}{a}=-\frac{۱}{۲}\end{cases} \xrightarrow{\text{در ✽}} \frac{۱}{x_۱}+\frac{۱}{x_۲}=\frac{\frac{۹}{۲}}{-\frac{۱}{۲}}=-۹$$

۲۴۵. گزینه ۴ در معادله‌ی داده‌شده داریم:

$$۳x^۲-۴x-۲=۰ \xrightarrow[c=-۲]{a=۳,b=-۴} \begin{cases}S=x_۱+x_۲=-\frac{b}{a}=\frac{۴}{۳}\\ P=x_۱x_۲=\frac{c}{a}=-\frac{۲}{۳}\end{cases}$$

$\xrightarrow{\text{خواسته‌ی تست}} x_۱^۲+x_۲^۲=S^۲-۲P=\frac{۱۶}{۹}-۲(-\frac{۲}{۳})$

$=\frac{۱۶}{۹}+\frac{۴}{۳}=\frac{۱۶+۱۲}{۹}=\frac{۲۸}{۹}$

۲۴۶. گزینه ۲ در اینجا ابتدا معادله‌ی داده‌شده را به‌صورت زیر مرتب می‌کنیم:

$(۳m-۱)x^۲-۲x+(۱-m^۲)=۰$

بنابراین: $S=\frac{-b}{a}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{۲}{۳m-۱}=\frac{۱}{۴}\xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}}۳m-۱=۸$

$\Rightarrow m=۳ \xrightarrow{\text{در معادله بذار}} ۸x^۲-۲x-۸=۰$

حاصل‌ضرب ریشه‌ها $=P=\frac{c}{a}=\frac{-۸}{۸}=-۱$

۲۴۷. گزینه ۴ اولاً برای این‌که معادله دارای دو ریشه‌ی حقیقی باشد، باید $\Delta>۰$؛ یعنی:

$\Delta=(\frac{-۱}{۴})^۲-۴(\frac{۱}{۲})(m)>۰ \Rightarrow \frac{۱}{۱۶}-۲m>۰ \xrightarrow{+۲m} ۲m<\frac{۱}{۱۶}$

$\Rightarrow m<\frac{۱}{۳۲}$

ثانیاً برای این‌که حاصل‌ضرب این دو ریشه برابر ۴ باشد، باید:

$P=\frac{c}{a}=\frac{m}{\frac{۱}{۲}}=۴ \Rightarrow ۲m=۴ \Rightarrow m=۲$

اما می‌بینیم که این جواب در شرط $m<\frac{۱}{۳۲}$ صدق نمی‌کند؛ پس هیچ مقداری برای m نداریم.

این‌جوری هم ببین:

ابتدا از شرط $P=\frac{c}{a}=۴$ مقدار m را ($\frac{m}{\frac{۱}{۲}}=۴ \Rightarrow m=۲$) یافته، سپس شرط وجود دو جواب حقیقی (همان $\Delta>۰$) را به ازای $m=۲$ بررسی می‌کنیم:

$\frac{x^۲}{۲}-\frac{x}{۴}+۲=۰ \Rightarrow \Delta=\frac{۱}{۱۶}-۴<۰$

در نتیجه معادله فاقد ریشه‌ی حقیقی است و $m=۲$ قابل قبول نیست!

۲۴۸. گزینه ۲ • روش اول طبق مطالب گفته‌شده در درسنامه داریم:

$|x'-x''|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{(-۴)^۲-۴\times۱\times۱}}{|۱|}=\sqrt{۱۲}=\sqrt{۴\times۳}=۲\sqrt{۳}$

• روش دوم:

ابتدا توجه کنید که $S=x'+x''=\frac{-b}{a}=۴$ و $P=x'x''=\frac{c}{a}=۱$. حال برای محاسبه‌ی عبارت خواسته‌شده با توجه به رابطه‌ی $|u|=\sqrt{u^۲}$ داریم:

$|x'-x''|=\sqrt{(x'-x'')^۲}=\sqrt{x'^۲+x''^۲-۲x'x''}$

$=\sqrt{(x'+x'')^۲-۲x'x''-۲x'x''}=\sqrt{(x'+x'')^۲-۴x'x''}$

$=\sqrt{S^۲-۴P}=\sqrt{۱۶-۴}=\sqrt{۱۲}=\sqrt{۴\times۳}=۲\sqrt{۳}$

۲۴۹. گزینه ۳ شکی نیست که جواب معادله در معادله صدق می‌کند. از اینجا مقدار m به‌دست می‌آید:

$-۳x^۲+(m+۱)x+m=۰ \xrightarrow{x=۱} -۳+m+۱+m=۰$

$\Rightarrow ۲m=۲ \Rightarrow m=۱ \xrightarrow{\text{در معادله بذار}} -۳x^۲+۲x+۱=۰$

$$\xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر است}} \begin{cases}\alpha=۱\\ \text{و}\\ \beta=\frac{c}{a}=\frac{۱}{-۳}\end{cases}$$

این‌جوری هم ببین: در معادله‌ی درجه‌ی دومی که یکی از ریشه‌هایش $\alpha=۱$ است، مجموع ضرایب صفر شده و ریشه‌ی دیگر معادله $\beta=\frac{c}{a}$ است:

$-۳x^۲+(m+۱)x+m=۰$

$\xrightarrow{\alpha=۱}$ مجموع ضرایب $=-۳+m+۱+m=۰ \Rightarrow ۲m=۲$

$\Rightarrow m=۱ \Rightarrow$ ریشه‌ی دیگر $=\beta=\frac{c}{a}=\frac{m}{-۳}=\frac{۱}{-۳}$

۳۵۰. گزینه ۱
از ویژگی «حاصل‌ضرب صفر» ($AB=0 \Rightarrow A=0$ یا $B=0$) استفاده کرده و داریم:

$$(2x+1)(3x^2-7x+1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+1=0 \Rightarrow x=\frac{-1}{2} \quad (\text{یک ریشه}) \\ \text{یا} \\ 3x^2-7x+1=0 \xrightarrow{\text{بدون حل}} P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{1}{3} \\ (\Delta=49-12>0 \Rightarrow \text{تضمین وجود دو ریشه}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل‌ضرب سه ریشه}=(\frac{-1}{2})(\frac{1}{3})=\frac{-1}{6}$$

به نظر شما مجموع ریشه‌های معادله چقدر است؟

۳۵۱. گزینه ۴ هدف سؤال، محاسبه‌ی مقدار $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$ است. اما پیش از شروع بهتر است به کمک ضرایب معادله مقادیر S و P را به‌دست آوریم:

$$2x^2-(m+1)x+\frac{1}{8}=0 \Rightarrow \begin{cases} S=\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{m+1}{2} \\ P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{1}{16}\end{cases}$$

حالا: $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\sqrt{(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2}=\sqrt{(\alpha+\beta)+2\sqrt{\alpha\beta}}$

$$\sqrt{\frac{m+1}{2}+\frac{1}{2}}=2 \xrightarrow{\text{به توان ۲ برسون}} \frac{m+1}{2}+\frac{1}{2}=4$$

$$\Rightarrow \frac{m+1}{2}=\frac{7}{2} \Rightarrow m+1=7 \Rightarrow m=6$$

توجه: مطابق با مطالب درسنامه، می‌توانستیم به کمک فرمول $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\sqrt{S+2\sqrt{P}}$ نیز این تست را حل کنیم.

۳۵۲. گزینه ۲

راهبرد: هرگاه در معادله‌ی درجه‌ی دو، دلتای معادله، مربع کامل باشد یا به عبارتی دارای جذر کامل باشد، لازم نیست از رابطه‌ی بین ریشه‌ها استفاده شود. در این‌حالت ریشه‌های معادله را حساب کرده، سپس خواسته‌ی سؤال را محاسبه کنید.

الان در چنین وضعی هستیم:

$$x^2-x-2=0 \xrightarrow[\text{با شرط } \alpha<\beta]{a+c=b} \begin{cases}\alpha=-1 \\ \beta=\frac{-c}{a}=2\end{cases}$$

$$\Rightarrow 5\alpha^2+7\beta^2=5(-1)^2+7(2)^2=5+28=33$$

۳۵۳. گزینه ۳ • **روش اول** ریشه‌های معادله را α و β می‌نامیم و داریم:

$$\alpha=\beta+2 \xrightarrow{\beta \text{ رو به طرفین اضافه کن}} \alpha+\beta=2\beta+2$$

$$\xrightarrow[\alpha+\beta=\frac{8}{2}=4]{\text{از روی ضرایب معادله}} 4=2\beta+2 \Rightarrow 2\beta=2 \Rightarrow \beta=1$$

$$\xrightarrow{x=1 \text{ در معادله قرار بده}} 2(1)^2-8(1)+m=0 \Rightarrow m=6$$

• **روش دوم** طبق نکته‌ی درسنامه، اگر ریشه‌ی یک معادله k واحد از ریشه‌ی دیگر بیشتر یا کمتر باشد، داریم: $\Delta=k^2a^2$

در این سؤال $k=2$ بوده و داریم:

$$\begin{cases}\Delta=(-8)^2-4\times2\times m=64-8m \\ k=2,\ a=2\end{cases}$$

$$\Rightarrow 64-8m=(2)^2(2)^2 \Rightarrow 64-8m=16 \Rightarrow m=6$$

۳۵۴. گزینه ۱ در این مسئله دلتای معادله جذر کامل دارد و ریشه‌ها به‌راحتی قابل محاسبه‌اند. **نگاه کنید:**

$$x^2-20x+64=0 \xrightarrow{\text{تجزیه کن}} (x-16)(x-4)=0 \Rightarrow \begin{cases}x_1=16 \\ x_2=4\end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{16}+\sqrt{4}=4+2=6$$

۳۵۵. گزینه ۴ اگر ریشه‌ها را α و β بنامیم، آن‌گاه:

$$\text{مجموع معکوس ریشه‌ها}=\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}=\frac{S}{P}=\frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}}=\frac{-b}{c}$$

$$=\frac{-(\sqrt{3}+\sqrt{2}+1)}{-(\sqrt{2}+1)}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}\times\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$$

$$=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\frac{\sqrt{6}+2+\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}-1}{2-1}$$

$$=\sqrt{6}-\sqrt{3}+1$$

۳۵۶. گزینه ۱ عکس یکدیگر بودن ریشه‌های معادله، یعنی $\alpha=\frac{1}{\beta}$ یا $\alpha\beta=1$؛ پس:

$$P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{3-a}{a-1}=1 \xrightarrow[(a\neq1)]{\text{طرفین وسطین}} 3-a=a-1$$

$$\Rightarrow 2a=4 \Rightarrow a=2$$

به دلیل وجود گزینه‌ی «۴»، حالا باید ببینیم که به ازای $a=2$ معادله جواب حقیقی دارد یا خیر:

$$(a-1)x^2+2ax+3-a=0 \xrightarrow{a=2} x^2+4x+1=0$$

$$\Rightarrow \Delta=16-4=12>0 \ \checkmark$$

پس معادله دارای ریشه‌ی حقیقی بوده و $a=2$ قابل قبول است.

۳۵۷. گزینه ۳ همان‌طور که در درسنامه گفته شد، در معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^2+bx+c=0$ اگر یکی از ریشه‌ها λ برابر ریشه‌ی دیگر باشد، آن‌گاه رابطه‌ی $\frac{b^2}{ac}=\frac{(\lambda+1)^2}{\lambda}$ بین ضرایب معادله و عدد λ برقرار است.
بنابراین با توجه به رابطه‌ی بالا برای $\lambda=3$ داریم:

$$\frac{(-4)^2}{k(k+2)}=\frac{(3+1)^2}{3} \Rightarrow \frac{16}{k^2+2k}=\frac{16}{3} \Rightarrow k^2+2k=3$$

$$\Rightarrow k^2+2k-3=0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} k=1 \ \text{یا}\ k=\frac{c}{a}=-3$$

۳۵۸. گزینه ۳ با توجه به ضرایب معادله، حاصل‌ضرب دو ریشه قابل محاسبه بوده و در نتیجه... $P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{-a}{3a}=\frac{-1}{3} \Rightarrow \alpha\beta=\frac{-1}{3}$

$$\xrightarrow{\alpha=\frac{2}{3}} \frac{2}{3}\times\beta=\frac{-1}{3} \xrightarrow{\times\frac{3}{2}} \beta=\frac{-1}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{-1}{2}$$

۳۵۹. گزینه ۳ عبارت داده‌شده بر حسب ریشه‌های معادله همان اتحاد مکعب دوجمله‌ای است:

$$\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3=(\alpha+\beta)^3=S^3=(\frac{-b}{a})^3$$

$$=(-3)^3=-27$$

۳۶۰. گزینه ۴ با توجه به ضرایب معادله، حاصل جمع ریشه‌ها قابل محاسبه است؛ کار را با همین شروع می‌کنیم:

$$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{-2}{1} \Rightarrow \alpha+\beta=-2 \Rightarrow \alpha=-\beta-2$$

حالا در رابطه‌ی داده‌شده به جای α قرار می‌دهیم $\alpha=-\beta-2$:

$$(-\beta-2)^2+3\beta^2+4\beta(-\beta-2)+4=0 \Rightarrow$$

$$\beta^2+4\beta+4+3\beta^2-4\beta^2-8\beta+4=0 \Rightarrow -4\beta+8=0$$

$$\Rightarrow 4\beta=8 \Rightarrow \beta=2 \rightarrow \alpha=-2-2=-4 \Rightarrow \alpha\beta=-8$$

۳۶۱. (گزینه ۳) برای ریشه‌های α و β، جذر معکوس ریشه‌ها، یعنی $\sqrt{\frac{1}{\alpha}}=\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ و $\sqrt{\frac{1}{\beta}}=\frac{1}{\sqrt{\beta}}$؛ پس:

$$\text{مجموع جذر ریشه‌ها}=A=\frac{1}{\sqrt\alpha}+\frac{1}{\sqrt\beta}=\frac{\sqrt\alpha+\sqrt\beta}{\sqrt\alpha.\sqrt\beta}$$

$$=\frac{\sqrt{S+2\sqrt P}}{\sqrt P}\xrightarrow[S=4,\ P=2]{\text{با توجه به ضرایب معادله}} A=\frac{\sqrt{4+2\sqrt2}}{\sqrt2}$$

$$=\sqrt{\frac{4+2\sqrt2}{2}}=\sqrt{\frac{4}{2}+\frac{2\sqrt2}{2}}=\sqrt{2+\sqrt2}$$

(روابط $\sqrt\alpha+\sqrt\beta=\sqrt{S+2\sqrt P}$ و $\sqrt\alpha-\sqrt\beta=\sqrt{S-2\sqrt P}$ را بین ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم به خاطر بسپارید!)

۳۶۲. (گزینه ۳) داشتن دو ریشه‌ی مساوی در یک معادله‌ی درجه‌ی دوم به معنای داشتن ریشه‌ی تکراری یا مضاعف بوده و شرطش این است که دلتای آن معادله صفر شود.

$$x(2x-5)=a \xrightarrow{\text{ساده و مرتب کن}} 2x^2-5x=a$$

$$\Rightarrow 2x^2-5x-a=0 \Rightarrow \Delta=(-5)^2-4(2)(-a)=0$$

$$\Rightarrow 25+8a=0 \Rightarrow 8a=-25 \Rightarrow a=\frac{-25}{8}$$

$$\xrightarrow{\text{در معادله قرار بده}} 2x^2-5x+\frac{25}{8}=0$$

$$\xrightarrow[x=x_S=\frac{-b}{2a}]{\text{فرمول ریشه‌ی مضاعف}} x=\frac{-(-5)}{2(2)}=\frac{5}{4}$$

این‌جوری هم ببین: تست فقط مقدار ریشه‌ی مضاعف رو خواسته و ما می‌دانیم که در معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^2+bx+c=0$ مقدار ریشه‌ی مضاعف از دستور $x=x_S=\frac{-b}{2a}$ به‌دست می‌آید:

$$x(2x-5)=a \Rightarrow 2x^2-5x-a=0$$

$$\xrightarrow{\text{بدون توجه به مقدار } a} x=x_S=\frac{-(-5)}{2(2)}=\frac{5}{4}$$ (ریشه‌ی مضاعف معادله)

۳۶۳. (گزینه ۲) با کمی توجه به رابطه‌ی داده‌شده و مقایسه‌ی آن با معادله‌ی درجه‌ی دوم درمی‌یابیم که برقراری رابطه‌ی $c+2b+4a=0$ بین ضرایب معادله‌ی $ax^2+bx+c=0$ به معنای این است که عدد $x=2$ یکی از ریشه‌های آن است؛ زیرا با جایگزین کردن $x=2$ در معادله دقیقاً به رابطه‌ی $4a+2b+c=0$ می‌رسیم. حال اگر ریشه‌ی دیگر معادله را β بنامیم و از رابطه‌ی حاصل‌ضرب ریشه‌ها $(P=\alpha\beta=\frac{c}{a})$ استفاده کنیم، داریم:

$$\alpha\beta=\frac{c}{a} \xrightarrow[\beta=?]{\alpha=2} 2\beta=\frac{c}{a} \Rightarrow \beta=\frac{c}{2a}$$

۳۶۴. (گزینه ۲) از آن‌جا که اشتباه در ضریب x بوده، عدد ثابت c و ضریب x^2 درست هستند و با توجه به ریشه‌های معادله‌ی دوم و رابطه‌ی حاصل‌ضرب ریشه‌ها می‌توان نوشت: $P=\frac{c}{a}=\frac{c}{1}=c=-2\times20=-40$

$$\xrightarrow{\text{در معادله‌ی اصلی قرار بده}} x^2-14x-40=0$$

$$\xrightarrow{\text{تجزیه کن}} (x-10)(x-4)=0$$

$$\xrightarrow{\text{ویژگی حاصل‌ضرب صفر}} \begin{cases} x-10=0 \Rightarrow x=10 \\ \text{یا} \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

۳۶۵. (گزینه ۱) در معادله‌ی درجه‌ی دوم داده‌شده ضرایب a و b معلوم بوده و با توجه به رابطه‌ی حاصل جمع ریشه‌ها داریم:

$$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=5 \xrightarrow{\alpha=2} 2+\beta=5 \Rightarrow \beta=3$$

بنابراین $\alpha=2$ و $\beta=3$ ریشه‌های این معادله بوده و...

$$\alpha^3+\beta^3=(2)^3+(3)^3=8+27=35$$

همان‌طور که می‌بینید بدون توجه به مقدار m توانستیم سؤال رو حل کنیم!

۳۶۶. (گزینه ۳) اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، آن‌گاه طبق فرض تست $\alpha=\beta^2$ بوده و با توجه به ضرایب معادله، $\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=6$ و $\alpha\beta=\frac{c}{a}=m+5$ است. ابتدا تلاش می‌کنیم به کمک روابط $\alpha+\beta=6$ و $\alpha=\beta^2$، مقدار ریشه‌ها را یافته، سپس به کمک رابطه‌ی $\alpha\beta=m+5$ مقدار m را پیدا کنیم. **نگاه کن:**

$$\begin{cases} \alpha=\beta^2 \\ \alpha+\beta=6 \end{cases} \Rightarrow \beta^2+\beta-6=0 \xrightarrow{\text{تجزیه}} (\beta+3)(\beta-2)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta+3=0 \Rightarrow \beta=-3 \\ \text{یا} \\ \beta-2=0 \Rightarrow \beta=2 \end{cases} \xrightarrow{\alpha=\beta^2} \begin{cases} \alpha=9 \\ \text{یا} \\ \alpha=4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha\beta=-27 \\ \text{یا} \\ \alpha\beta=8 \end{cases} \xrightarrow{\alpha\beta=m+5} \begin{cases} m+5=-27 \Rightarrow m=-32 \\ \text{یا} \\ m+5=8 \Rightarrow m=3 \end{cases}$$

که فقط $m=-32$ در گزینه‌ها دیده می‌شود!

۳۶۷. (گزینه ۱) با توجه به اتحاد $4-2\sqrt3=(\sqrt3-1)^2$، ضریب x^2 را ساده می‌کنیم و در معادله‌ی مرتب‌شده مقدار S را پیدا می‌کنیم و...

$$\sqrt{4-2\sqrt3}=\sqrt{(\sqrt3-1)^2}=|\underbrace{\sqrt3-1}_{\text{مثبت}}|=\sqrt3-1$$

$$\Rightarrow (\sqrt3-1)x^2+(1-\sqrt3)x-17=0$$

$$\Rightarrow S=\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{-(1-\sqrt3)}{(\sqrt3-1)}=\frac{(\sqrt3-1)}{(\sqrt3-1)}=1$$

$$\Rightarrow \alpha+\beta=1 \Rightarrow \alpha=-\beta+1 \quad ✱$$

با توجه به رابطه‌ی ✱ یکی از ریشه‌ها از قرینه‌ی ریشه‌ی دیگه، ۱ واحد بیشتره!

۳۶۸. (گزینه ۱) باید معادله‌ی $f(x)=0$ دو ریشه‌ی منفی داشته باشد. این زمانی محقق می‌شود که به‌طور همزمان داشته باشیم: $\Delta>0, P>0, S<0$

① $\Delta>0 \Rightarrow (a+3)^2-4(-1)(a)>0 \Rightarrow a^2+6a+9+4a>0$

$$\Rightarrow \underbrace{\boxed{a^2+10a+9}}_{P_1}>0$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت } P_1} P_1=a^2+10a+9=(a+1)(a+9)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+1=0 \Rightarrow a=-1 \\ a+9=0 \Rightarrow a=-9 \end{cases}$$

جدول:

a		-9		-1	
P_1	+	0	−	0	+

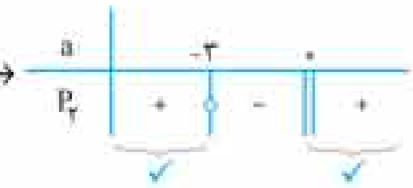
$$\xrightarrow[P_1>0]{\text{می‌خواهیم}} a<-9 \text{ یا } a>-1$$

② $P=\frac{c}{a}>0 \Rightarrow \frac{-1}{a}>0 \xrightarrow[\text{برای مثبت شدن کسر}]{\text{صورت کسر منفیه}}$ باید: $a<0$

③ $S=\frac{-b}{a}<0 \Rightarrow \frac{-(a+3)}{a}<0 \xrightarrow{\text{قرینه کن}} \underbrace{\boxed{\frac{a+3}{a}}}_{P_2}>0$

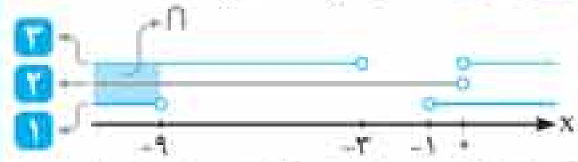
$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت } P_2} \begin{cases} a+3=0 \Rightarrow a=-3 \\ a=0 \end{cases}$$

$\xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}}$



$\xrightarrow[P_۲>۰]{\text{می‌خواهیم}} a>۰$ یا $a<-۳$

$\xrightarrow{\text{درنهایت}}$ مجموعه مقادیر a $= ۱ \cap ۲ \cap ۳ = \{a \mid a<-۹\}$



۳۶۹. گزینه ۱ با در نظر گرفتن شرط دو ریشه‌ی حقیقی و مثبت، داریم:

$$\xrightarrow{\text{شرط‌ها}} \begin{cases} \Delta>۰ & ۱ \\ P>۰ & ۲ \\ S>۰ & ۳ \end{cases}$$

$$x^۲+(m-۲)x+m+۱=۰$$

$$۱\ \ \Delta=b^۲-۴ac=(m-۲)^۲-۴\times۱\times(m+۱)>۰$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد و باز کن}} m^۲-۴m+۴-۴m-۴>۰ \Rightarrow m^۲-۸m>۰$$

$\Rightarrow m<۰$ یا $m>۸$

که این رابطه برای همه‌ی مقادیر m به‌جز صفر برقرار است، یعنی:

$\mathbb{R}-\{۰\}$ ۱

$$۲\ \ P=\frac{c}{a}=m+۱>۰ \Rightarrow m>-۱ \quad ۲$$

$$۳\ \ S=-\frac{b}{a}=-(m-۲)>۰ \Rightarrow -m+۲>۰ \Rightarrow m<۲ \quad ۳$$

جواب نهایی $= ۱\cap۲\cap۳=(-۱,۰)$

۳۷۰. گزینه ۱ اگر α و β را ریشه‌ها یا صفرهای تابع بنامیم، آن‌گاه با کم کردن نیم واحد از این صفرها به اعداد $(\alpha-\frac{۱}{۲})$ و $(\beta-\frac{۱}{۲})$ می‌رسیم و برای حاصل‌ضرب آن‌ها داریم:

$$(\alpha-\frac{۱}{۲})(\beta-\frac{۱}{۲})=\alpha\beta-\frac{۱}{۲}\alpha-\frac{۱}{۲}\beta+\frac{۱}{۴}$$

$$=\alpha\beta-\frac{۱}{۲}(\alpha+\beta)+\frac{۱}{۴}$$

$$\xrightarrow[(\alpha+\beta=-۳)]{\text{در تابع } f(x)} \alpha\beta-\frac{۱}{۲}(-۳)+\frac{۱}{۴}=\alpha\beta+\frac{۳}{۲}+\frac{۱}{۴}=\alpha\beta+\frac{۷}{۴}$$

یعنی به حاصل‌ضرب ریشه‌ها $\frac{۷}{۴}$ اضافه می‌شود.

۳۷۱. گزینه ۱ با توجه به ضرایب معادله‌ی $x^۲+bx+b=۰$ داریم:

$$S=\frac{-b}{a}=-b\ ,\ P=\frac{c}{a}=b$$

حالا سعی می‌کنیم رابطه‌ی داده‌شده را بر حسب S و P بنویسیم و...

$$\frac{۲}{\alpha}+\frac{۳}{\beta}=۱ \xrightarrow{\text{مخرج‌مشترک بگیر}} \frac{۲\beta+۳\alpha}{\alpha\beta}=۱$$

$$\xrightarrow[\text{S روبساز}]{\text{درصورت کسر}} \frac{(۲\beta+۲\alpha)+\alpha}{\alpha\beta}=۱ \Rightarrow \frac{۲(\alpha+\beta)+\alpha}{\alpha\beta}=۱$$

$$\xrightarrow[\alpha\beta=P=b]{\alpha+\beta=S=-b} \frac{-۲b+\alpha}{b}=۱ \xrightarrow[(b\neq۰)]{\times b} -۲b+\alpha=b$$

$\xrightarrow{+۲b} \alpha=۳b$ (یک ریشه‌ی معادله)

$$\xrightarrow[\text{قراربده}]{\text{در معادله}} (۳b)^۲+b(۳b)+b=۰ \Rightarrow ۹b^۲+۳b^۲+b=۰$$

$$\Rightarrow ۱۲b^۲+b=۰ \xrightarrow{\text{فاکتوربگیر}} b(۱۲b+۱)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=۰ \ \times \ (\text{چرا؟}) \\ \text{یا} \\ ۱۲b+۱=۰ \Rightarrow b=\frac{-۱}{۱۲} \ \checkmark \end{cases}$$

۳۷۲. گزینه ۴ برای حل این تست، به جای این‌که حاصل $(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})$ و $|\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}|$ را به‌طور جداگانه از روابط $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\sqrt{S+۲\sqrt{P}}$ و $|\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}|=\sqrt{S-۲\sqrt{P}}$ محاسبه کرده و جمع کنیم، فرض می‌کنیم α ریشه‌ی بزرگ‌تر معادله باشد ($\alpha>\beta$ و در نتیجه $\sqrt{\alpha}>\sqrt{\beta}$) و داریم:

$$A=\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}+|\underbrace{\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}}_{+}|$$

$$=\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=۲\sqrt{\alpha}$$

یعنی حاصل، دو برابر جذر ریشه‌ی بزرگ‌تر معادله است. حالا کافی است معادله را حل کرده و ریشه‌ی بزرگ‌تر آن را به‌دست آوریم:

$$\underset{a}{۲}x^۲\underbrace{-(\sqrt{۵}+۲)}_{b}x\underbrace{+\sqrt{۵}}_{c}=۰ \xrightarrow[\alpha>\beta]{a+b+c=۰} \begin{cases} \beta=۱ \\ \alpha=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{۵}}{۲} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\alpha>\beta} A=۲\sqrt{\alpha}=۲\sqrt{\frac{\sqrt{۵}}{۲}}=(\sqrt{۲})^۲\times\frac{\sqrt{\sqrt{۵}}}{\sqrt{۲}}$$

$$=\sqrt{۲}\times\sqrt[۴]{۵}=\sqrt[۴]{۲^۲}\times\sqrt[۴]{۵}=\sqrt[۴]{۲۰}$$

۳۷۳. گزینه ۲ ابتدا مقدار $S=x_۱+x_۲$ و $P=x_۱x_۲$ را به کمک ضرایب معادله به‌دست آورده، سپس شرط تشکیل دنباله‌ی حسابی را اعمال می‌کنیم:

$$S=x_۱+x_۲=\frac{-b}{a}=m\ ,\ P=x_۱x_۲=\frac{c}{a}=۲$$

دنباله‌ی حسابی: $۴,m,۲ \Rightarrow ۲m=۴+۲=۶ \Rightarrow m=\frac{۶}{۲}=۳$

> **یادآوری:** اگر a,b,c جملات متوالی دنباله‌ی حسابی باشند، آن‌گاه رابطه‌ی $۲b=a+c$ بین آن‌ها برقرار است.

۳۷۴. گزینه ۴ اگر ریشه‌ها را α و β بگیریم، بر اساس آنچه سؤال بیان می‌کند، داریم:

$$۲\alpha=\frac{\beta}{۲}+۱ \xrightarrow{\times۲} ۴\alpha=\beta+۲ \xrightarrow{+\alpha} ۵\alpha=(\alpha+\beta)+۲$$

$$\xrightarrow[\alpha+\beta=\frac{۱۰}{۴}=\frac{۵}{۲}]{\text{از ضرایب معادله}} ۵\alpha=\frac{۵}{۲}+۲=\frac{۹}{۲}$$

$\Rightarrow \alpha=\frac{۹}{۱۰}$ (یکی از ریشه‌های معادله)

ریشه‌ی معادله در معادله صدق می‌کند، پس:

$$۴(\frac{۹}{۱۰})^۲-۱۰(\frac{۹}{۱۰})+۲m=۰ \Rightarrow \frac{۸۱}{۲۵}-۹+۲m=۰$$

$$\Rightarrow ۲m=۹-\frac{۸۱}{۲۵}=\frac{۱۴۴}{۲۵} \xrightarrow{\div۲} m=\frac{۱۴۴}{۵۰}\times\frac{۲}{۲}=\frac{۲۸۸}{۱۰۰}=۲/۸۸$$

۳۷۵. گزینه ۳ در چنین سؤال‌هایی با قرار دادن α و β در معادله (به‌عنوان ریشه‌های معادله) روابط را به گونه‌ای می‌سازیم که ما را به سمت جواب هدایت کند. در اینجا داریم:

$$x^۲-۵x+۲=۰ \Rightarrow \begin{cases} \alpha^۲-۵\alpha+۲=۰ \Rightarrow \alpha^۲+۲=۵\alpha \\ \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در } A} \frac{\alpha}{\alpha^۲+۲}=\frac{\alpha}{۵\alpha}=\frac{۱}{۵} \\ \beta^۲-۵\beta+۲=۰ \\ \xrightarrow[\text{رو اضافه کن}]{(-\beta+۵)} \beta^۲-۶\beta+۷=-\beta+۵ \\ \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در } A} \frac{\beta-۵}{\beta^۲-۶\beta+۷}=\frac{\beta-۵}{-\beta+۵} \\ =\frac{(\beta-۵)}{-(\beta-۵)}=-۱ \end{cases}$$

بنابراین: $A=\frac{۱}{۵}-(-۱)=\frac{۱}{۵}+۱=\frac{۶}{۵}$

۳۷۶. گزینه ۴ • **روش اول** ابتدا توجه کنید که $S=\alpha+\beta=2$ و $P=\alpha\beta=\frac{3}{4}$. حالا تلاش می‌کنیم عبارت $\alpha^4+\beta^4$ را به کمک اتحاد $A^2+B^2=(A+B)^2-2AB$ بر حسب S و P بنویسیم و...

$$\alpha^4+\beta^4=(\underset{A}{\alpha^2})^2+(\underset{B}{\beta^2})^2=(\underbrace{\alpha^2+\beta^2}_{\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta})^2-2\alpha^2\beta^2$$

$$=[(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta]^2-2(\alpha\beta)^2=(S^2-2P)^2-2P^2$$

$$=(4-\frac{3}{2})^2-2(\frac{9}{16})=\frac{25}{4}-\frac{9}{8}=\frac{50-9}{8}=\frac{41}{8}$$

روش دوم با محاسبه‌ی $\Delta=4-3=1$، ریشه‌ها را یافته و...

$$x^2-2x+\frac{3}{4}=0 \Rightarrow x=\frac{2\pm1}{2} \Rightarrow \begin{cases}\alpha=\frac{3}{2}\\ \beta=\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha^4+\beta^4=\frac{81}{16}+\frac{1}{16}=\frac{41}{8}$$

۳۷۷. گزینه ۱ α ریشه‌ی معادله است و در آن صدق می‌کند:

$$\alpha^2-2\alpha-4=0 \Rightarrow \alpha^2-4=2\alpha \quad (*)$$

حالا با توجه به رابطه‌ی (*) حاصل عبارت موردنظر را به‌دست می‌آوریم:

$$(\alpha^2-4)^2+4\beta^2=(2\alpha)^2+4\beta^2=4\alpha^2+4\beta^2=4(\alpha^2+\beta^2)$$

$$=4[(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta]=4[(2)^2-2(-4)]=4(4+8)=48$$

مقادیر $\alpha+\beta$ و $\alpha\beta$ را از روی ضرایب معادله محاسبه کرده‌ایم:

$$x^2-2x-4=0$$

$$S=\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{-(-2)}{1}=2\ ,\ P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{-4}{1}=-4$$

۳۷۸. گزینه ۱ وقتی نمودار یک سهمی محور xها را در هر دو طرف مبدأ قطع می‌کند، معادله‌ی مربوطه دو ریشه دارد؛ یکی مثبت و دیگری منفی و این یعنی حاصل‌ضرب ریشه‌ها باید منفی باشد:

$$P=\frac{c}{a}<0 \Rightarrow \underbrace{\boxed{\frac{1-m}{m+2}}}_{P}<0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت P}} \begin{cases}1-m=0\\ m+2=0\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}m=1 & (\text{ریشه‌ی صورت})\\ m=-2 & (\text{ریشه‌ی مخرج})\end{cases}$$

جدول $\longrightarrow$

m		-2		1	
P	$-$ ✓	‖	$+$	۰	$-$ ✓

$\xrightarrow[\text{باشد } P<0]{\text{می‌خواهیم}}$ مجموعه مقادیر مورد قبول m $=\{m \mid m<-2 \text{ یا } m>1\}$

۳۷۹. گزینه ۴ شرط داشتن دو ریشه‌ی حقیقی منفی در معادله‌ی درجه‌ی دو عبارت است از: $S<0, P>0, \Delta>0$

بنابراین:

$$\Delta=(-2m)^2-4(m-6)(-3)=4m^2+12m-72>0$$

$$\xrightarrow{\div 4}\Delta=m^2+3m-18>0 \xrightarrow{\text{تجزیه کن}} (m+6)(m-3)>0$$

جدول تعیین علامت $\longrightarrow$

m		-6		3	
$m^2+3m-18$	$+$ ✓	۰	$-$	۰	$+$ ✓

$\Rightarrow m<-6$ یا $m>3$ ①

$P=\frac{c}{a}=\frac{-3}{m-6}>0 \Rightarrow m-6<0 \Rightarrow m<6$ ②

$S=\frac{-b}{a}=\frac{2m}{m-6}<0$

جدول تعیین علامت $\longrightarrow$

m		0		6	
$2m$	$-$	۰	$+$		$+$
$m-6$	$-$		$-$	۰	$+$
$\frac{2m}{m-6}$	$+$	۰	$-$ ✓	ت.ن	$+$

$\Rightarrow 0<m<6$ ③

جواب نهایی $=$ ① $\cap$ ② $\cap$ ③ $\Rightarrow 3<m<6$

۳۸۰. گزینه ۲

$$\begin{cases}\alpha=1-\sqrt{2}\\ \beta=1+\sqrt{2}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}S=\alpha+\beta=(1-\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})=2\\ P=\alpha\beta=(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})=(1)^2-(\sqrt{2})^2\\ \quad =1-2=-1\end{cases}$$

$$\xrightarrow{x^2-Sx+P=0} x^2-2x-1=0$$

کمی اضافه‌تر: اگر معادله‌ی $x^2-2x-1=0$ در گزینه‌ها وجود نداشته باشد، به جای آن می‌توان هر مضربی از معادله را به‌عنوان معادله‌ی موردنظر معرفی کرد. برای مثال به جای همین معادله‌ی $x^2-2x-1=0$ می‌توان هر یک از معادله‌های $-2x^2+4x+2=0$ (۲- برابر آن) یا $\frac{x^2}{3}-\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}=0$ ($\frac{1}{3}$ برابر آن) را معرفی کرد.

۳۸۱. گزینه ۱ معادله‌ی درجه‌ی دومی با $S=-1/5$ و $P=-7$ تشکیل می‌دهیم و آن را حل می‌کنیم:

$$x^2-Sx+P=0 \Rightarrow x^2+1/5x-7=0$$

$$\xrightarrow[\text{می‌کنیم تا ساده‌تر بشه}]{\text{ابتدا در ۲ ضرب}} 2x^2+3x-14=0$$

$$\xrightarrow[(\Delta=9+112=121)]{\text{از }\Delta\text{ برو}} x=\frac{-3\pm\sqrt{121}}{2(2)}=\frac{-3\pm11}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\alpha=\frac{-3+11}{4}=\frac{8}{4}=2 \ (\text{این تو گزینه‌ها نیومده})\\ \text{یا}\\ \beta=\frac{-3-11}{4}=\frac{-14}{4}=\frac{-7}{2} \checkmark\end{cases}$$

۳۸۲. گزینه ۲ با توجه به فرض سؤال $S=2\sqrt{3}$ و $P=-1$. از طرفی معادله‌ی موردنظر به‌صورت $x^2-Sx+P=0$ است؛ پس:

$$\underset{(\text{این تو گزینه‌ها نیست!})}{x^2-2\sqrt{3}x-1=0} \xrightarrow{\times\sqrt{3}} \sqrt{3}x^2-6x-\sqrt{3}=0 \checkmark$$

۳۸۳. گزینه ۲ ریشه‌های معادله با ضرایب معلوم $3x^2+7x+1=0$ را α و β و ریشه‌های معادله‌ی $x^2+ax+b=0$ را x_1 و x_2 می‌نامیم. بر اساس گفته‌ی تست $x_1=\alpha+1$ و $x_2=\beta+1$ است. از طرفی با توجه به ضرایب معادله‌ی $3x^2+7x+1=0$، $\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{-7}{3}$ و $\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$ است.

حال معادله‌ی درجه‌ی دوم با ریشه‌های x_1 و x_2 را به‌صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$$S=x_1+x_2=(\alpha+1)+(\beta+1)=(\alpha+\beta)+2=\frac{-7}{3}+2=\frac{-1}{3}$$

$$P=x_1x_2=(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=\frac{1}{3}-\frac{7}{3}+1=-1$$

$$\xrightarrow{x^2-Sx+P=0} x^2+\frac{1}{3}x-1=0 \xrightarrow[x^2+ax+b=0]{\text{مقایسه با معادله‌ی}} \begin{cases}a=\frac{1}{3}\\ b=-1 \checkmark\end{cases}$$

۳۸۴. (گزینه ۴) جواب‌های معادله‌ی $x^۲-bx-۲c=۰$ را α و β در نظر می‌گیریم؛ برای جواب‌های معادله‌ی مطلوب (که آن‌ها را $x_۱$ و $x_۲$ فرض کرده‌ایم) داریم:

$$\begin{cases}x_۱=-۲\alpha\\ x_۲=-۲\beta\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}S=x_۱+x_۲=-۲\alpha-۲\beta=-۲(\alpha+\beta)\xrightarrow{\alpha+\beta=b}S=-۲b\\ P=x_۱x_۲=(-۲\alpha)(-۲\beta)=۴\alpha\beta\xrightarrow{\alpha\beta=-۲c}P=-۸c\end{cases}$$

$$\xrightarrow{x^۲-Sx+P=۰}x^۲+۲bx-۸c=۰$$

۳۸۵. (گزینه ۴) ابتدا مقادیر S و P را به‌دست می‌آوریم:

$$S=\alpha+\beta=(\sqrt{a}-\sqrt{a+۱})+(\sqrt{a}+\sqrt{a+۱})=۲\sqrt{a}$$

$$P=\alpha\beta=(\sqrt{a}-\sqrt{a+۱})(\sqrt{a}+\sqrt{a+۱})=(\sqrt{a})^۲-(\sqrt{a+۱})^۲=a-(a+۱)=-۱$$

بنابراین: $x^۲-Sx+P=۰\Rightarrow x^۲-۲\sqrt{a}\,x-۱=۰$

(این تو گزینه‌ها نیست!)

$$\xrightarrow{\times\sqrt{a}}\sqrt{a}\,x^۲-۲ax-\sqrt{a}=۰$$

۳۸۶. (گزینه ۳) با توجه به ضرایب معادله‌ی $۲x^۲-۳x-۴=۰$، $\alpha+\beta=\frac{۳}{۲}$ و $\alpha\beta=-۲$ است و برای S و P معادله‌ی جدید داریم:

$$S=(\frac{۱}{\alpha}+۱)+(\frac{۱}{\beta}+۱)=\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}+۲=\frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}+۲=\frac{\frac{۳}{۲}}{-۲}+۲=\frac{-۳}{۴}+۲=\frac{۵}{۴}$$

$$P=(\frac{۱}{\alpha}+۱)(\frac{۱}{\beta}+۱)=\frac{۱}{\alpha\beta}+\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}+۱=\frac{۱}{\alpha\beta}+\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+۱$$

$$=\frac{۱}{-۲}+\frac{\frac{۳}{۲}}{-۲}+۱=\frac{-۱}{۲}-\frac{۳}{۴}+۱=\frac{-۲-۳+۴}{۴}=\frac{-۱}{۴}$$

حالا معادله‌ی جدید را به شکل $x^۲-Sx+P=۰$ تشکیل می‌دهیم:

$$x^۲-\frac{۵}{۴}x-\frac{۱}{۴}=۰\xrightarrow{\times۴}۴x^۲-۵x-۱=۰$$

۳۸۷. (گزینه ۳) • روش اول ابتدا معادله‌ی $x(۵x+۳)=۲$ را مرتب می‌کنیم و با توجه به ضرایب آن مقادیر $\alpha+\beta$ و $\alpha\beta$ را به‌دست می‌آوریم:

$$۵x^۲+۳x-۲=۰\xrightarrow[\text{ریشه‌ها هستن}]{\beta\text{ و }\alpha}\begin{cases}\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{-۲}{۵}\\ \alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{-۳}{۵}\end{cases}$$

سپس ریشه‌های معادله‌ی $۴x^۲-kx+۲۵=۰$ را $x_۱=\frac{۱}{\alpha^۲}$ و $x_۲=\frac{۱}{\beta^۲}$ فرض می‌کنیم:

$$S=x_۱+x_۲=\frac{۱}{\alpha^۲}+\frac{۱}{\beta^۲}=\frac{\beta^۲+\alpha^۲}{\alpha^۲\beta^۲}=\frac{(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta}{(\alpha\beta)^۲}$$

$$=\frac{(\frac{-۳}{۵})^۲-۲(\frac{-۲}{۵})}{(\frac{-۲}{۵})^۲}=\frac{\frac{۹}{۲۵}+\frac{۴}{۵}}{\frac{۴}{۲۵}}=\frac{۲۹}{۴}$$

از طرفی: $S=x_۱+x_۲=\frac{-b}{a}=\frac{k}{۴}$

بنابراین: $\frac{k}{۴}=\frac{۲۹}{۴}\Rightarrow k=۲۹$ ✓

روش دوم : چون معادله $۵x^۲+۳x-۲=۰$ به‌راحتی حل می‌شود، مستقیماً ریشه‌های آن را به‌دست می‌آوریم و...

$$۵x^۲+۳x-۲=۰\xrightarrow{a+c=b}\begin{cases}\alpha=-۱\\ \text{یا}\\ \beta=\frac{-c}{a}=\frac{۲}{۵}\end{cases}$$

ریشه‌های معادله‌ی $۴x^۲-kx+۲۵=۰$ عبارت‌اند از:

$$\begin{cases}x_۱=\frac{۱}{\alpha^۲}=۱\xrightarrow[\text{قرار بده}]{\text{در معادله}}۴-k+۲۵=۰\Rightarrow k=۲۹\ ✓\\ x_۲=\frac{۱}{\beta^۲}=\frac{۲۵}{۴}\end{cases}$$

۳۸۸. (گزینه ۲) ریشه‌های معادله‌ی $x^۲-۳\sqrt{۲}x+۴=۰$ را α و β و ریشه‌های معادله‌ی مطلوب را $x_۱$ و $x_۲$ فرض می‌کنیم. در این‌صورت بر اساس گفته‌ی سؤال، $x_۱=\alpha^۲$ و $x_۲=\beta^۲$ بوده و با توجه به این‌که $\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=۳\sqrt{۲}$ و $\alpha\beta=\frac{c}{a}=۴$ است، مقادیر $S=x_۱+x_۲$ و $P=x_۱x_۲$ را یافته و معادله را به شکل $x^۲-Sx+P=۰$ تشکیل می‌دهیم:

$$S=x_۱+x_۲=\alpha^۲+\beta^۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta=(۳\sqrt{۲})^۲-۲(۴)=۱۸-۸=۱۰$$

$$P=x_۱x_۲=\alpha^۲\beta^۲=(\alpha\beta)^۲=(۴)^۲=۱۶\Rightarrow x^۲-۱۰x+۱۶=۰$$

۳۸۹. (گزینه ۱) می‌دانیم که منظور از صفرهای تابع $f(x)=x-۳\sqrt{x}+۲$، ریشه‌های معادله‌ی $x-۳\sqrt{x}+۲=۰$ است. از طرفی این معادله با تغییر متغیر $\sqrt{x}=t$ (که معادل $x=t^۲$ است) به معادله‌ی درجه‌ی دوم $t^۲-۳t+۲=۰$ تبدیل می‌شود و داریم:

$$t^۲-۳t+۲=۰\xrightarrow[\text{ضرایب صفر}]{\text{مجموع}}\begin{cases}t=۱\\ \text{یا}\\ t=\frac{۲}{۱}=۲\end{cases}\xrightarrow{x=t^۲}\begin{cases}x=۱^۲=۱=\alpha\\ \text{یا}\\ x=۲^۲=۴=\beta\end{cases}$$

بنابراین دنبال معادله‌ای هستیم که ریشه‌های آن $\frac{۱}{\alpha}+۱=\frac{۱}{۱}+۱=۲$ و $\frac{۱}{\beta}+۱=\frac{۱}{۴}+۱=\frac{۵}{۴}$ هستند.

برای این منظور مقادیر $S=۲+\frac{۵}{۴}=\frac{۱۳}{۴}$ و $P=۲\times\frac{۵}{۴}=\frac{۵}{۲}$ را محاسبه می‌کنیم و معادله را به شکل $x^۲-Sx+P=۰$ تشکیل می‌دهیم:

$$x^۲-Sx+P=۰\xrightarrow[P=\frac{۵}{۲}]{S=\frac{۱۳}{۴}}x^۲-\frac{۱۳}{۴}x+\frac{۵}{۲}=۰$$

$$\xrightarrow{\times۴}۴x^۲-۱۳x+۱۰=۰$$

۳۹۰. (گزینه ۳) اگر ریشه‌های معادله‌ی $۸x^۲-mx-۸=۰$ را $x_۱$ و $x_۲$ و ریشه‌های معادله‌ی $۲x^۲-x-۲=۰$ را α و β بنامیم، بر اساس فرض تست و رابطه‌ی مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌ها می‌توان نوشت:

$$۸x^۲-mx-۸=۰\xrightarrow[x_۲\text{ و }x_۱\text{ هستن}]{\text{ریشه‌ها}}\begin{cases}x_۱=\alpha^۳\\ x_۲=\beta^۳\end{cases}$$

$$\Rightarrow x_۱+x_۲=\alpha^۳+\beta^۳=\frac{m}{۸}\ ,\quad x_۱x_۲=\alpha^۳\beta^۳=-۱$$

$$۲x^۲-x-۲=۰\xrightarrow[\beta\text{ و }\alpha\text{ هستن}]{\text{ریشه‌ها}}\begin{cases}\alpha\beta=\frac{-۲}{۲}=-۱\\ \alpha+\beta=\frac{-(-۱)}{۲}=\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

حال اگر طرفین رابطه‌ی $\alpha+\beta=\frac{۱}{۲}$ را به توان ۳ برسانیم، خواهیم داشت:

$$\underbrace{\alpha^۳+\beta^۳}_{\frac{m}{۸}}+۳\underbrace{\alpha\beta}_{(-۱)}\underbrace{(\alpha+\beta)}_{(\frac{۱}{۲})}=\frac{۱}{۸}\Rightarrow \frac{m}{۸}-\frac{۳}{۲}=\frac{۱}{۸}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{۸}=\frac{۳}{۲}+\frac{۱}{۸}=\frac{۱۳}{۸}\xrightarrow{\times ۸} m=۱۳$$

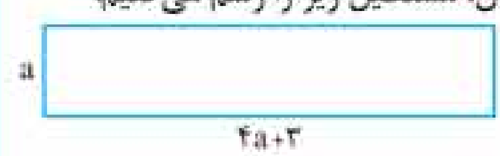
۳۹۱. گزینه ۱ این‌بار سؤال را از منظر دیگری حل می‌کنیم. ریشه‌های معادله‌ی $۴x^۲-۷x+۳=۰$ (به دلیل صفر شدن مجموع ضرایب) برابر $x_۱=۱$ و $x_۲=\frac{c}{a}=\frac{۳}{۴}$ بوده و در نتیجه ریشه‌های معادله‌ی $۳x^۲+ax+b=۰$ به‌صورت $\alpha=\frac{۲}{x_۱}=۲$ و $\beta=\frac{۲}{x_۲}=\frac{۸}{۳}$ هستند. حال اگر مجموع این دو ریشه را برابر رابطه‌ی مجموع دو ریشه با توجه به ضرایب معادله‌ی $۳x^۲+ax+b=۰$ قرار دهیم، a به‌دست می‌آید:

$$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}\Rightarrow ۲+\frac{۸}{۳}=\frac{-a}{۳}\Rightarrow \frac{۱۴}{۳}=\frac{-a}{۳}\Rightarrow a=-۱۴$$

برای به‌دست آوردن مقدار b نیز می‌توانیم از حاصل‌ضرب ریشه‌ها کمک بگیریم:

$$\alpha\beta=\frac{c}{a}\Rightarrow ۲\times\frac{۸}{۳}=\frac{b}{۳}\Rightarrow b=۱۶$$

۳۹۲. گزینه ۳ با توجه به داده‌های سؤال، مستطیل زیر را رسم می‌کنیم:



$$S_{\text{مستطیل}}=(۴a+۳)\times a=۴۵\xrightarrow{\text{مرتب‌کن}}۴a^۲+۳a-۴۵=۰$$

$$\xrightarrow{\text{از روش }\Delta\text{ حل کن}}\Delta=b^۲-۴ac=(۳)^۲-۴(۴)(-۴۵)=۷۲۹>۰\Rightarrow$$ دو ریشه داریم.

$$\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{۲a}=\frac{-۳+\sqrt{۷۲۹}}{۸}=\frac{-۳+۲۷}{۸}\\ \quad=\frac{۲۴}{۸}=۳=\text{عرض}\ ,\ ۴a+۳=۴(۳)+۳=۱۵=\text{طول}\\ \text{یا}\\ a=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{۲a}=\frac{-۳-\sqrt{۷۲۹}}{۸}=\frac{-۳-۲۷}{۸}\\ \quad=\frac{-۳۰}{۸}<۰\ \times\end{cases}$$

بنابراین: $\text{قطر}=\sqrt{۳^۲+۱۵^۲}=\sqrt{۲۳۴}$

۳۹۳. گزینه ۴ همان‌طور که گفتیم در یک لیگ با n تیم، که هر تیم با دیگر تیم‌های لیگ فقط یک بازی انجام می‌دهد، تعداد کل بازی‌های انجام‌شده از رابطه‌ی $N=\frac{۱}{۲}n^۲-\frac{۱}{۲}n=\frac{n(n-۱)}{۲}$ به‌دست می‌آید.

در اینجا داریم:

$$n=۱۵\xrightarrow{N=?}N=\frac{n(n-۱)}{۲}=\frac{۱۵\times۱۴}{۲}=۱۵\times۷=(۱۰+۵)۷=۷۰+۳۵=۱۰۵$$ (تعداد کل بازی‌های انجام‌شده‌ی لیگ)

۳۹۴. گزینه ۱ با توجه به شکل، طول قاب مستطیل‌شکل برابر $۲x+۱۵$ و عرض آن $۲x+۱۰$ است؛ داریم:

$$(۲x+۱۵)(۲x+۱۰)=۳۰۰$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}}(۲x)^۲+(۱۵+۱۰)(۲x)+۱۵\times۱۰=۳۰۰$$

$$\xrightarrow{\text{مرتب‌کن}}۴x^۲+۵۰x-۱۵۰=۰$$

$$\xrightarrow{\div۲}۲x^۲+۲۵x-۷۵=۰\quad(a=۲, b=۲۵, c=-۷۵)$$

$$\xrightarrow{\text{از }\Delta\text{ برو}}\Delta=(۲۵)^۲-۴(۲)(-۷۵)=۶۲۵+۶۰۰=۱۲۲۵$$

$$\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{۱۲۲۵}=۳۵\Rightarrow x=\frac{-۲۵\pm۳۵}{۴}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{۱۰}{۴}=\frac{۵}{۲}\ \checkmark\\ x=\frac{-۶۰}{۴}<۰\ \times\end{cases}\Rightarrow \text{ابعاد قاب}=(۲x+۱۰)\times(۲x+۱۵)$$

$$\xrightarrow{x=\frac{۵}{۲}}(۲\times\frac{۵}{۲}+۱۰)\times(۲\times\frac{۵}{۲}+۱۵)=۱۵\times۲۰$$

۳۹۵. گزینه ۳

راهبرد: برای حل معادله‌ی درجه‌ی ۴، $ax^۴+bx^۲+c=۰$ که به معادله‌ی «دو مجذوری» معروف است، از تغییر متغیر $x^۲=t$ استفاده کرده و معادله‌ی درجه‌ی دوم، $at^۲+bt+c=۰$ را حل می‌کنیم. در این معادله اگر $\Delta=b^۲-۴ac<۰$ باشد، هر دو معادله فاقد جواب حقیقی است. ولی اگر $\Delta\geq۰$ باشد، جواب‌های به‌دست آمده برای t را با توجه به تغییر متغیر $x^۲=t$ $(x=\pm\sqrt{t})$ به جواب‌های معادله‌ی درجه‌ی ۴ تبدیل کرده و بررسی می‌کنیم.

$$x^۴-۸x^۲+۸=۰\xrightarrow{x^۲=t}t^۲-۸t+۸=۰$$

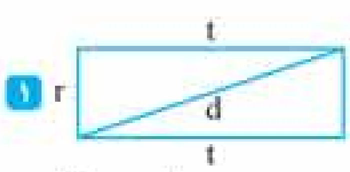
$$\xrightarrow[(\Delta=۶۴-۳۲=۳۲)]{\text{از }\Delta\text{ برو}}t=\frac{۸\pm\sqrt{۳۲}}{۲}\Rightarrow\begin{cases}t_۱=\frac{۸+\sqrt{۳۲}}{۲}\\ \text{یا}\\ t_۲=\frac{۸-\sqrt{۳۲}}{۲}\end{cases}$$

با توجه به این‌که $\sqrt{۳۲}<۸$ است، هر دو ریشه‌ی $t_۱$ و $t_۲$ مثبت بوده و با توجه به $x^۲=t$ یا $x=\pm\sqrt{t}$ معادله‌ی اصلی چهار ریشه‌ی دوبه‌دو قرینه دارد:

$$x=\pm\sqrt{t}\Rightarrow\begin{cases}x=\pm\sqrt{t_۱}=\pm\sqrt{\frac{۸+\sqrt{۳۲}}{۲}}\\ \text{یا}\\ x=\pm\sqrt{t_۲}=\pm\sqrt{\frac{۸-\sqrt{۳۲}}{۲}}\end{cases}$$

به نظرتون آیا می‌تونیم بگیم مجموع این ۴ ریشه برابر صفره؟!

۳۹۶. گزینه ۴ مستطیل با سیم به طول ۲۰ ساخته شده، پس محیط آن برابر ۲۰ است.



۱ $۲r+۲t=۲۰\xrightarrow{\div۲}r+t=۱۰$

$$\xrightarrow{r\text{ رو پیدا کن}}r=۱۰-t$$

۲ $\underbrace{d}_{\text{باید مینیمم شود}}=\underbrace{\sqrt{r^۲+t^۲}}_{\text{قطر مستطیل}}\xrightarrow[\text{بی‌خیال شو!}]{\text{رادیکال رو}}\underbrace{r^۲+t^۲}_{\text{مینیمم شود}}$

$$\xrightarrow{\text{طبق ۱}}(۱۰-t)^۲+t^۲\xrightarrow{\text{اتحاد}}۱۰۰-۲۰t+t^۲+t^۲$$

به تابعی درجه ۲ رسیدیم که برای min شدن کافی است طول رأس آن را حساب کنیم:

$$\xrightarrow{\text{ساده و مرتب کن}}۲t^۲-۲۰t+۱۰۰\xrightarrow{\text{مینیمم شود}}t=\frac{-b}{۲a}=-\frac{-۲۰}{۲(۲)}$$

$$=-\frac{-۲۰}{۴}=۵\xrightarrow{r+t=۱۰}r=۵\xrightarrow[S=rt]{\text{مساحت مستطیل}}۵\times۵=۲۵$$

۳۹۷. گزینه ۲ • روش اول مطابق شکل، اگر طول مستطیل را x و عرض آن را y در نظر بگیریم، طول به‌کاررفته برابر خواهد بود با: $x+۲y=۱۰۰$