

# فهرست

پیش‌نیاز

کتاب درسی

۱۱ فصل صفر: مروری بر مفاهیم پایه



۱۹ فصل ۱: مجموعه  
ایستگاه ۱: مفهوم مجموعه و جبر مجموعه‌های متناهی و نامتناهی  
ایستگاه ۲: متمم یک مجموعه



۳۳ فصل ۲: الگو و دنباله  
ایستگاه ۱: الگو و مفهوم دنباله  
ایستگاه ۲: دنباله‌ی حسابی و ویژگی‌های آن  
ایستگاه ۳: دنباله‌ی هندسی و ویژگی‌های آن



۵۷ فصل ۳: هندسه تحلیلی  
ایستگاه ۱: دستگاه مختصات و ویژگی‌های آن  
ایستگاه ۲: معادله‌ی خط و وضعیت نسبی دو خط  
ایستگاه ۳: فاصله‌ی نقطه از خط



۸۱ فصل ۴: معادله و تابع درجه‌ی دو  
ایستگاه ۱: معادلات درجه‌ی اول و دوم و روش‌های حل این معادلات  
ایستگاه ۲: تابع درجه‌ی دو و ویژگی‌های آن  
ایستگاه ۳: روابط بین ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دو  
ایستگاه ۴: تشکیل معادله‌ی درجه‌ی دو  
ایستگاه ۵: کاربردهای معادله‌ی درجه‌ی دو



۱۰۹ فصل ۵: توان‌های گویا و عبارت‌های جبری  
ایستگاه ۱: توان و رادیکال و کاربرد آن‌ها در محاسبات  
ایستگاه ۲: محاسبات در عبارت‌های جبری



۱۲۷ فصل ۶: معادله‌ها و نامعادله‌ها  
ایستگاه ۱: معادلات گویا و گنگ  
ایستگاه ۲: تعیین علامت عبارت‌های جبری و روش‌های حل نامعادلات



۱۴۷ فصل ۷: قدر مطلق و جزء صحیح  
ایستگاه ۱: تابع قدر مطلق و ویژگی‌های آن  
ایستگاه ۲: جزء صحیح و ویژگی‌های آن



۱۶۳ فصل ۸: تابع و انواع آن  
ایستگاه ۱: مفهوم تابع و آشنایی با توابع خواص  
ایستگاه ۲: دامنه و برد تابع - تساوی دو تابع  
ایستگاه ۳: تابع یک‌به‌یک



• ریاضی ۱، فصل ۱، درس اول و دوم

• ریاضی ۱، فصل ۱، درس سوم و چهارم

• ریاضی ۲، فصل ۱، درس اول

• ریاضی ۱، فصل ۴، درس اول و دوم  
• ریاضی ۲، فصل ۱، درس دوم

• ریاضی ۱، فصل ۳

• ریاضی ۱، فصل ۴، درس سوم  
• ریاضی ۲، فصل ۱، درس سوم

• ریاضی ۱، فصل ۵، درس سوم  
• ریاضی ۲، فصل ۳، درس اول

• ریاضی ۱، فصل ۵  
• ریاضی ۲، فصل ۳  
• ریاضی ۳، فصل ۱

• فصل ۴  
• فصل ۵  
• فصل ۶  
• فصل ۷



ایستگاه ۴: وارون یک تابع  
ایستگاه ۵: عملیات جبری روی توابع  
ایستگاه ۶: ترکیب توابع  
ایستگاه ۷: رسم نمودار توابع معروف و انتقال آن‌ها  
ایستگاه ۸: توابع چندجمله‌ای  
ایستگاه ۹: توابع صعودی و نزولی

۲۴۵

### فصل ۹: توابع نمایی و لگاریتمی

ایستگاه ۱: تابع نمایی و ویژگی‌های آن  
ایستگاه ۲: تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن  
ایستگاه ۳: قوانین و ویژگی‌های لگاریتم  
ایستگاه ۴: معادلات و نامعادلات نمایی  
ایستگاه ۵: معادلات و نامعادلات لگاریتمی



۲۷۵

### فصل ۱۰: مثلثات

ایستگاه ۱: شناخت دایره و نسبت‌های مثلثاتی  
ایستگاه ۲: رابطه‌ی بین نسبت‌های مثلثاتی  
ایستگاه ۳: نسبت‌های مثلثاتی  $(\frac{k\pi}{p} \pm \alpha)$   
ایستگاه ۴: نسبت‌های مثلثاتی  $2\alpha$   
ایستگاه ۵: مثلثات در لباس هندسه  
ایستگاه ۶: دوره‌ی تناوب تابع‌های مثلثاتی  
ایستگاه ۷: توابع مثلثاتی  
ایستگاه ۸: معادلات مثلثاتی



۳۳۳

### فصل ۱۱: حد و پیوستگی

ایستگاه ۱: بخش‌پذیری  
ایستگاه ۲: فرایندهای حد  
ایستگاه ۳: محاسبه‌ی حد توابع  
ایستگاه ۴: حدهای نامتناهی  
ایستگاه ۵: حد در بی‌نهایت  
ایستگاه ۶: پیوستگی



۳۸۹

### فصل ۱۲: مشتق

ایستگاه ۱: آشنایی با مفهوم مشتق  
ایستگاه ۲: قواعد مشتق‌گیری  
ایستگاه ۳: معادله‌ی خط مماس بر منحنی  
ایستگاه ۴: مشتق‌پذیری و پیوستگی  
ایستگاه ۵: رابطه‌ی بین نمودارهای  $f$  و  $f'$   
ایستگاه ۶: مشتق تابع مرکب  
ایستگاه ۷: مشتق مراتب بالاتر - قاعده‌ی هویپیتال  
ایستگاه ۸: آهنگ تغییر



■ فصل ۴  
■ فصل ۵  
■ فصل ۶  
■ فصل ۸

■ ریاضی ۲، فصل ۵

■ فصل ۵  
■ فصل ۸

■ ریاضی ۱، فصل ۲  
■ ریاضی ۲، فصل ۴  
■ ریاضی ۳، فصل ۲

■ فصل ۵  
■ فصل ۸  
■ فصل ۱۰

■ ریاضی ۲، فصل ۶  
■ ریاضی ۳، فصل ۳

■ فصل ۵  
■ فصل ۱۱

■ ریاضی ۳، فصل ۴

## پیش‌نیاز

## کتاب درسی

- فصل ۵
- فصل ۶
- فصل ۱۱
- فصل ۱۲

ریاضی ۳، فصل ۵

۴۴۱

### فصل ۱۳: کاربرد مشتق

ایستگاه ۱: توابع یکنوا و اکیداً یکنوا  
ایستگاه ۲: اکستریم‌های نسبی و مطلق  
ایستگاه ۳: بهینه‌سازی



- فصل ۵

ریاضی ۲، فصل ۲

۴۷۳

### فصل ۱۴: هندسه یازدهم

ایستگاه ۱: ترسیم‌های هندسی و استدلال  
ایستگاه ۲: نسبت، تناسب و تالس  
ایستگاه ۳: تشابه



- فصل ۳
- فصل ۱۴

ریاضی ۳، فصل ۶

۵۰۵

### فصل ۱۵: هندسه دوازدهم

ایستگاه ۱: تفکر تجسمی، دوران، برش و مقاطع مخروطی  
ایستگاه ۲: بیضی و ویژگی‌های آن  
ایستگاه ۳: دایره و ویژگی‌های آن



- فصل صفر

ریاضی ۱، فصل ۶

۵۶۱

### فصل ۱۶: شمارش، بدون شمردن

ایستگاه ۱: اصل ضرب و جمع  
ایستگاه ۲: جایگشت  
ایستگاه ۳: ترکیب



- فصل ۱۶

ریاضی ۱، فصل ۷، درس اول  
ریاضی ۲، فصل ۷، درس اول  
ریاضی ۳، فصل ۷

۵۸۱

### فصل ۱۷: احتمال

ایستگاه ۱: مفاهیم اولیه‌ی احتمال  
ایستگاه ۲: احتمال مقدماتی  
ایستگاه ۳: قوانین احتمال  
ایستگاه ۴: احتمال شرطی  
ایستگاه ۵: پیشامدهای مستقل و قوانین مربوط به آن  
ایستگاه ۶: قانون احتمال کل



- فصل ۵

ریاضی ۱، فصل ۷، درس دوم و سوم  
ریاضی ۲، فصل ۷، درس دوم

۶۱۹

### فصل ۱۸: آمار

ایستگاه ۱: مقدمه‌ای بر علم آمار  
ایستگاه ۲: آمار توصیفی



- همه‌ی فصل‌های کتاب

۶۳۷

### فصل ۱۹: آزمون‌های جامع

آزمون ۱  
آزمون ۲  
سوالات کنکور ۹۸



۶۴۵

پاسخ‌نامه‌ی کلیدی

## ایستگاه ۳: روابط بین ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دو

قسمتی شیرین و کنکوری! بیشتر دانش‌آموزان کار با  $S$  و  $P$  را دوست دارند و چه چیزی بهتر از این که این بخش سهم خوبی در کنکور هم داشته باشد...

### روابط بین ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دو: $S$ و $P$

در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $ax^2 + bx + c = 0$ ، با فرض  $\Delta > 0$  و وجود دو ریشه به نام‌های  $\alpha$  و  $\beta$ ، داریم:

نماد	بر حسب ریشه‌ها	بر حسب ضرایب‌ها
جمع دو ریشه	$\alpha + \beta$	$-\frac{b}{a}$
ضرب دو ریشه	$\alpha\beta$	$\frac{c}{a}$

**تست:** عدد  $\frac{5}{3}$  یکی از ریشه‌های معادله‌ی  $mx^2 - 6x - 4m - 1 = 0$  است. ضرب ریشه‌های این معادله کدام است؟

پاسخ:  $-\frac{35}{9}$  (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{35}{9}$  (۳)  $-\frac{2}{3}$  (۴)

بگذاریم  $x = \frac{5}{3}$  ریشه در معادله صدق می‌کند  $\rightarrow m\left(\frac{5}{3}\right)^2 - 6\left(\frac{5}{3}\right) - 4m - 1 = 0 \rightarrow 25m - 90 - 36m - 9 = 0$

ضرب ریشه‌ها  $\rightarrow P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{35}{-9}$   $\rightarrow -9x^2 - 6x + 35 = 0$  بگذاریم در معادله  $\rightarrow -9m - 99 = 0 \rightarrow m = -9$  حل کن

### رابطه‌ای بین ریشه‌ها در تست حضور داد...

هر تستی که در آن «رابطه‌ای مشخص، بین دو تا ریشه‌ی معادله‌ی درجه‌ی دو داده شده باشد» حتماً با روش  $S$  و  $P$  حل می‌شود؛ برای این منظور بنویسید:

۱  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$  ۲  $\alpha\beta = \frac{c}{a}$  ۳ رابطه‌ای که تست بین دو ریشه داده است! مثلاً گفته باشد:  $\alpha = \beta^2$  (یا به زبان فارسی بگویند که یکی از ریشه‌ها مجذور دیگری بوده است...!)

حالا با کمک سه رابطه‌ی بالا و جای‌گذاری، پارامتر موجود در تست را پیدا کنید...

**تست:** در معادله‌ی  $x^2 - 8x + m = 0$  یکی از ریشه‌ها از نصف ریشه‌ی دیگر  $5$  واحد بیشتر است. مقدار  $m$  کدام است؟ (خارج ۹۳)

۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴)

پاسخ:

$$x^2 - 8x + m = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{۱} \alpha + \beta = -\left(\frac{-8}{1}\right) = 8 \\ \text{۲} \alpha\beta = \frac{m}{1} = m \end{cases}$$

۲  $\Rightarrow \alpha = \frac{\beta}{5} + 5$  بگذاریم  $\frac{\beta}{5} + 5 + \beta = 8 \rightarrow \frac{\beta}{5} + \beta = 3$  ساده‌کن

$\times 5 \rightarrow \beta + 2\beta = 6 \Rightarrow 3\beta = 6 \Rightarrow \beta = 2$  بگذاریم  $\alpha + 2 = 8 \Rightarrow \alpha = 6$  بگذاریم  $6 \times 2 = m \Rightarrow m = 12$

### کنترل $\Delta$

در تستی که با  $S$  و  $P$  حل کرده‌اید و برای پارامتر موجود در سؤال، دو مقدار به دست آورده‌اید، یادتان باشد برای هر کدام کنترل کنید که  $\Delta$  مثبت می‌شود یا منفی؟! چنانچه به ازای پارامتری،  $\Delta < 0$  شود آن مقدار پارامتر، قابل قبول نیست!

**این جوری هم ببین:** خود  $S$  و  $P$  به تنهایی، لزوماً وجود ریشه را برای معادله‌ی درجه‌ی دوم تضمین نمی‌کنند، حتماً چک  $\Delta$  لازم است...

راستی یادتان هست که اگر  $a$  و  $c$  مختلف‌العلامت باشند، حتماً معادله‌ی درجه‌ی دوم ما دو ریشه‌ی حقیقی دارد و چک  $\Delta$ ، لازم نیست! خوب

حالا این طوری هم بدانید که کنترل  $\Delta$  همیشه لازم است، مگر این که  $\frac{c}{a} < 0$  شود...

**تست:** به ازای کدام مقدار  $m$  ریشه‌های حقیقی معادله‌ی  $mx^2 + 3x + m^2 = 2$  معکوس یکدیگرند؟ (خارج ۹۰)

۲ (۴) ۱ (۳) -۱ (۲) -۲ (۱)

پاسخ:

$$mx^2 + 3x + m^2 = 2 \xrightarrow{\text{همه رو به سمت چپ}} mx^2 + 3x + (m^2 - 2) = 0 \xrightarrow{P \text{ و } S \text{ رو تشکیل بده}} \begin{cases} 1) \alpha + \beta = -\frac{3}{m} \\ 2) \alpha\beta = \frac{m^2 - 2}{m} \end{cases}$$

$$\frac{\alpha = 1}{\beta} \rightarrow \alpha\beta = 1 \xrightarrow{\text{در 2 بنذار}} 1 = \frac{m^2 - 2}{m} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین کن}} m^2 - 2 = m \xrightarrow{\text{مرتب کن}} m^2 - m - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{حل کن}} m = -1, m = 2 \xrightarrow{\text{در معادله جای گذاری کن}} \begin{cases} m = -1 \rightarrow -x^2 + 3x - 1 = 0 \\ m = 2 \rightarrow 2x^2 + 3x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{کنترل } \Delta} \begin{cases} \Delta = 9 - 4(-1)(-1) = 5 \text{ ق ق} \\ \Delta = 9 - 4(2)(2) = -7 \text{ غ ق} \end{cases} \Rightarrow m = -1$$

### دو رابطه‌ی معروف بین ریشه‌ها

1) اگر تست گفت یکی از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم،  $k$  برابر ریشه‌ی دیگر است، غیر از روش کلی که در قسمت قبل گفتیم، می‌توانید سریع قرار دهید:  $\frac{b^2}{ac} = \frac{(k+1)^2}{k}$  و پارامتر را پیدا کنید.

2) اگر تست گفت یکی از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم،  $k$  واحد از دیگری بیشتر است، باز هم علاوه بر روش اصلی می‌توانید این فرمول را حفظ کنید که:  $\Delta = k^2 a^2$

اگر یکی از ریشه‌ها  $k$  واحد از اون یکی کمتر باشد، باز هم رابطه‌ی 2) درسته و هیچ فرقی نمی‌کنه!

تست: در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $2x^2 + mx + 9 = 0$  یک ریشه دو برابر ریشه‌ی دیگر است. مجموع دو ریشه‌ی مثبت کدام است؟

1) 3/5      2) 4      3) 4/5      4) 5

$$2x^2 + mx + 9 = 0 \xrightarrow{\text{یک ریشه } k \text{ برابر دیگری}} \frac{b^2}{ac} = \frac{(k+1)^2}{k} \Rightarrow \frac{m^2}{2 \times 9} = \frac{(2+1)^2}{2} \Rightarrow \frac{m^2}{18} = \frac{9}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{حل}} m^2 = 81 \Rightarrow m = \pm 9 \Rightarrow m = -9 \xrightarrow{\text{جای گذاری کن}} 2x^2 - 9x + 9 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ریشه‌ها}} S = -\frac{b}{a} = -\left(\frac{-9}{2}\right) = 4/5$$

توجه دارید که به ازای  $m = 9$ ، جمع ریشه‌ها می‌شود  $4/5$  و چون ضرب آن‌ها هم مثبت می‌شود، یعنی هر دو ریشه منفی بوده‌اند که قابل قبول تست نیست.

تست: یکی از ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - (m+3)x + 3m = 0$  از دیگری 5 واحد بیشتر است. حاصل ضرب ریشه‌های مثبت معادله کدام است؟

1) 12      2) 24      3) 21      4) 18

$$\alpha = 5 + \beta \xrightarrow{\frac{k=5}{\Delta=k^2 a^2}} (m+3)^2 - 4(1)(3m) = (5)^2 (1)^2 \xrightarrow{\text{اتحاد رو ساده کن}} m^2 - 6m + 9 = 25$$

$$\Rightarrow m^2 - 6m - 16 = 0 \xrightarrow{\text{حل کن}} m = 8, -2$$

چون حاصل ضرب ریشه‌های مثبت خواسته شده، پس حتماً باید ضرب ریشه‌ها مثبت باشد، یعنی  $m = 8$  قبوله:

$$m = 8 \xrightarrow{\text{جای گذاری}} x^2 - 11x + 24 = 0 \xrightarrow{\text{ضرب ریشه‌ها}} \frac{c}{a} = 24$$

### محاسبه‌ی رابطه‌های معروف بین ریشه‌ها بر حسب P و S

در این مدل از تست‌ها، یک معادله‌ی درجه‌ی دو دارید که خوب پارامتر هم ندارد و قرار است عبارتی را که بر حسب ریشه‌ها داده شده است، حساب کنید. مثل مجموع مکعبات ریشه‌ها یا هر چیز دیگری! طبق جدول زیر موارد مهم را به خاطر بسپارید:

مدل اول) معروف‌ها:

به فارسی	بر حسب ریشه‌ها	حاصل عبارت خواسته شده بر حسب P و S
مجموع مربعات ریشه‌ها	$\alpha^2 + \beta^2$	$S^2 - 2P$
مجموع مکعبات ریشه‌ها	$\alpha^3 + \beta^3$	$S^3 - 3SP$
قدر مطلق تفاضل ریشه‌ها	$ \alpha - \beta $	$\sqrt{S^2 - 4P}$ یا $\frac{\sqrt{\Delta}}{ a }$
مجموع جذرهای ریشه‌های مثبت	$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$	$\sqrt{S + 2\sqrt{P}}$

اینم دلش: واسه اثبات حالت‌هایی شبیه به (۳) و (۴)، عبارت را مساوی  $k$  گرفته و به توان ۲ برسانید و بعد حسابشون کنید، ببین:

$$(۴) \quad k = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} \xrightarrow{\text{توان } ۲} k^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = S + 2\sqrt{P} \xrightarrow[\alpha, \beta > 0]{\text{جذر بگیر}} k = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} \xrightarrow[\alpha, \beta > 0]{\text{نتیجه}} |\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}| = \sqrt{S - 2\sqrt{P}}$$

**تست:** در معادله‌ی  $x^2 - 8x + 4 = 0$  ریشه‌ها را  $\alpha$  و  $\beta$  نامیده‌ایم. حاصل تقسیم  $\alpha^2 + \beta^2$  به  $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{۵۶\sqrt{۳}}{۳}$       (۲)  $۲۸\sqrt{۳}$       (۳)  $\frac{۲۸\sqrt{۳}}{۳}$       (۴)  $۵۶\sqrt{۳}$

پاسخ:

$$x^2 - 8x + 4 = 0 \begin{cases} \xrightarrow{\frac{-b}{a}} S = \alpha + \beta = 8 \\ \xrightarrow{\frac{c}{a}} P = \alpha\beta = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 8^2 - 2(4) = 56 \\ \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} = \sqrt{8 + 2\sqrt{4}} = \sqrt{8 + 4} = \sqrt{12} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}} = \frac{56}{\sqrt{12}} = \frac{56}{2\sqrt{3}} \xrightarrow{\text{مویکین}} \frac{56 \times \sqrt{3}}{2 \times 3} = \frac{28\sqrt{3}}{3}$$

**تست:** در معادله‌ی  $x^2 + 3x - 1 = 0$  حاصل  $\alpha^2 + \beta^2$  کدام است؟

- (۱) ۳۶      (۲) -۳۶      (۳) ۲۷      (۴) -۲۷

پاسخ:

$$x^2 + 3x - 1 = 0 \begin{cases} \xrightarrow{\frac{-b}{a}} S = -3 \\ \xrightarrow{\frac{c}{a}} P = -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{فرمول}} \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2SP = (-3)^2 - 2(-3)(-1) = -۳۶$$

**مدل دوم) غیر معروف‌ها:**

اگر حاصل عبارتی را بر حسب ریشه‌ها خواستند که جزء جدول مدل اول نبود، ابتدا عبارت را با عملیات جبری مانند مخرج مشترک‌گیری، فاکتورگیری و اتحاد آن را ساده می‌کنیم؛ با این هدف که در آن‌ها فقط  $\alpha + \beta$  و  $\alpha\beta$  دیده شود یا عبارتهای معروفی که در جدول گفتیم، بعدش عبارت را بر حسب  $S$  و  $P$  نوشته و حاصل آن را از روی معادله پیدا می‌کنیم...

**تست:** اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $4x^2 - 12x + 1 = 0$  باشند، حاصل  $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۶

پاسخ:

$$1 \quad \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک بگیر}} \frac{\sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} \xrightarrow[\text{مخرج جذر P است}]{\text{صورت جزء جدول است}} \frac{\sqrt{S + 2\sqrt{P}}}{\sqrt{P}}$$

$$2 \quad 4x^2 - 12x + 1 = 0 \begin{cases} \xrightarrow{\frac{-b}{a}} S = -\left(\frac{-12}{4}\right) = 3 \\ \xrightarrow{\frac{c}{a}} P = \frac{1}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در 1}} \frac{\sqrt{S + 2\sqrt{P}}}{\sqrt{P}} = \frac{\sqrt{3 + 2\sqrt{\frac{1}{4}}}}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{\sqrt{3 + 2\left(\frac{1}{2}\right)}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3+1}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

**تست:** در معادله‌ی  $2x^2 + 7x - 2 = 0$  با ریشه‌های  $\alpha$  و  $\beta$ ، حاصل  $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$  کدام است؟

- (۱) -۳۵      (۲) ۴۵      (۳) ۳۵      (۴) -۴۵

پاسخ:

$$1 \quad 2x^2 + 7x - 2 = 0 \begin{cases} \xrightarrow{\frac{-b}{a}} S = -\frac{7}{2} \\ \xrightarrow{\frac{c}{a}} P = -\frac{2}{2} = -1 \end{cases}$$

$$2 \quad \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 \xrightarrow{\text{از } \alpha\beta \text{ فاکتور بگیر}} \alpha\beta(\alpha + \beta) \xrightarrow{\text{بر حسب S و P بنویس}} PS \xrightarrow[\text{جای‌گذاری کن}]{\text{طبق 1}} (-1) \times \left(-\frac{7}{2}\right) = 35$$

### بحث درباره‌ی علامت ریشه‌ها فقط با کمکی P و S

اگر در معادله‌ی درجه‌ی دومی  $\Delta > 0$  باشد و در واقع معادله دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز باشد، می‌توانید بدون آن‌که معادله را حل کرده و ریشه‌هایش را پیدا کنید، فقط با کمک علامت S و P درباره‌ی علامت ریشه‌ها اظهار نظر کنید.  
این جوری هم ببین: یادت باشه اگه علامت ریشه‌ها رو خواستن، به یاد علامت S و P بیفتی...

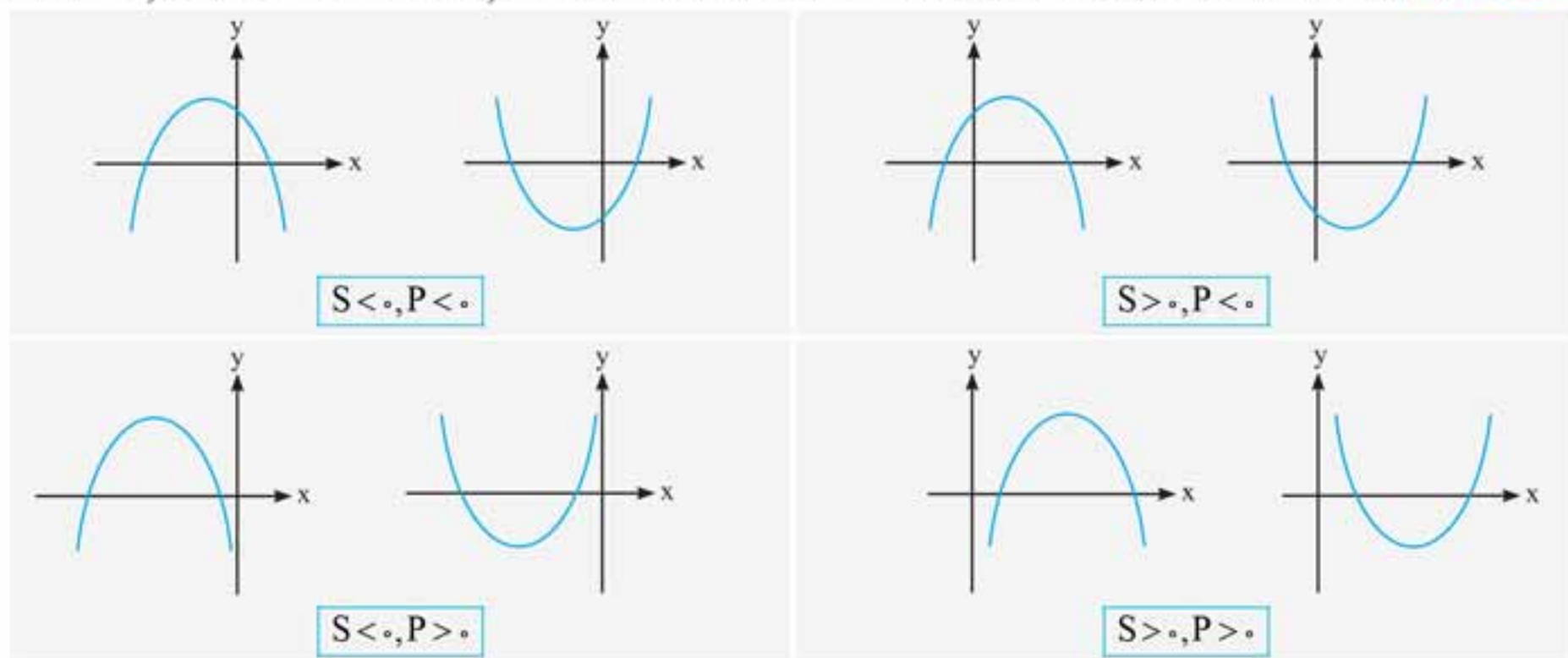
$P < 0$	$P > 0$	$\Delta > 0$
دو ریشه‌ی با علامت متفاوت دارد و قدرمطلق ریشه‌ی مثبت، بزرگ‌تر است؛ مثل ۴ و -۲.	هر دو ریشه مثبت هستند.	$S > 0$
دو ریشه‌ی با علامت متفاوت دارد و قدرمطلق ریشه‌ی منفی، بزرگ‌تر است؛ مثل -۵ و ۲.	هر دو ریشه منفی هستند.	$S < 0$



اگر  $S = 0$  باشد، یعنی معادله دو ریشه‌ی قرینه دارد؛ مثل ۳ و -۳. در این حالت حتماً P منفی است.  
اگر  $P = 0$  باشد، یعنی معادله حتماً یک ریشه‌ی صفر دارد.



این جوری هم ببین: چهار حالتی را که در جدول صفحه‌ی قبل آوردیم، به صورت نموداری هم ببینید؛ برای  $y = ax^2 + bx + c$  و با فرض  $\Delta > 0$  داریم:



تست: کدام یک از معادله‌های زیر دارای دو ریشه‌ی مثبت است؟

(۴)  $x^2 - 4x + 2 = 0$

(۳)  $x^2 + 8x + 1 = 0$

(۲)  $x^2 - 2x + 4 = 0$

(۱)  $x^2 - 4x - 2 = 0$

پاسخ: بررسی گزینه‌ها:

\* علامت ریشه‌ها مختلف است.  $\Rightarrow P = -2 \Rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0 \rightarrow \frac{c}{a} \rightarrow$  گزینه‌ی «۱»

\* اصلاً ریشه ندارد.  $\Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4(1)(4) = 4 - 16 = -12 < 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 4 = 0 \rightarrow \frac{b^2 - 4ac}{a} \rightarrow$  گزینه‌ی «۲»

\* هر دو ریشه منفی اند.  $\Rightarrow S = -8 \Rightarrow x^2 + 8x + 1 = 0 \rightarrow \frac{b}{a} \rightarrow$  گزینه‌ی «۳»

اما در گزینه‌ی «۴»،  $P = 2$  و  $S = 4$  است که یعنی وجود دو ریشه‌ی مثبت؛ در ضمن  $\Delta$  آن هم مثبت است...

## ایستگاه ۴: تشکیل معادله‌ی درجه‌ی دو

برای تسلط به این بخش، پیشنهاد می‌کنیم حتماً ایستگاه ۳ را خوب خوانده باشید و تست‌های آن را زده باشید. چون می‌خواهیم معادله‌ی درجه‌ی دو بنویسیم...

### نوشتن معادله‌ی درجه‌ی دوم با داشتن S و P آن

اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دومی را داشته باشید، که آن‌ها را به ترتیب S و P می‌نامیم، آن وقت معادله‌ی درجه‌ی دوم مورد نظر می‌شود:  $x^2 - Sx + P = 0$

این جوری هم ببین: اگر دو تا عدد حقیقی  $\alpha$  و  $\beta$  را بخواهید به طوری که جمع آن‌ها مساوی عدد معلوم S و ضربشان هم P باشد، برای پیدا کردن این دو عدد باید معادله‌ی  $x^2 - Sx + P = 0$  را حل کنید...

تست: ریشه‌های کدام معادله‌ی زیر،  $2 + \sqrt{4-a}$  و  $2 - \sqrt{4-a}$  هستند؟

(۴)  $x^2 + ax - 4 = 0$

(۳)  $x^2 - 4x + a = 0$

(۲)  $x^2 + ax + 4 = 0$

(۱)  $x^2 + 4x - a = 0$

پاسخ:

$$\alpha = 2 + \sqrt{4-a}, \beta = 2 - \sqrt{4-a} \begin{cases} \text{جمع کن} \rightarrow S = (2 + \sqrt{4-a}) + (2 - \sqrt{4-a}) = 4 \\ \text{ضرب کن} \rightarrow P = (2 + \sqrt{4-a}) \times (2 - \sqrt{4-a}) \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} P = 4 - (4-a) = a \end{cases}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \xrightarrow{\substack{S=4 \\ P=a}} x^2 - 4x + a = 0$$

پس معادله‌ی درجه‌ی دوم مورد نظر برابر است با:

**نوشتن معادله‌ی درجه‌ی دوم با کمک معادله‌ای دیگر؛ دو معادله‌ی درجه‌ی ۲ در یک تست!**

در این مدل تست‌ها، دو تا معادله‌ی درجه‌ی دوم بهتون میدن! ریشه‌های معادله‌ی اولی  $\alpha$  و  $\beta$  فرض می‌شوند و ریشه‌های معادله‌ی دوم هم بر حسب  $\alpha$  و  $\beta$  داده می‌شوند؛ خوب شما  $S$  و  $P$  معادله‌ی اول را حساب می‌کنید، بعدش جمع و ضرب ریشه‌های دومی را تشکیل می‌دهید و  $S'$  و  $P'$  می‌نامید. حالا باید  $S'$  و  $P'$  را با ساده کردن و عملیات جبری بر حسب  $S$  و  $P$  ساخته و حساب کنید، خوب حالا  $S'$  و  $P'$  هم معلوم شده، دیگه برو واسه خودت!

**تست:** اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 - 3x = 1$  باشند، به ازای کدام مقدار  $k$ ، مجموعه جواب‌های معادله‌ی  $\lambda x^2 + kx - 1 = 0$  به صورت  $\{\alpha^2\beta, \alpha\beta^2\}$  است؟

- (خارج ۹۰)
- ۵ (۱)      ۶ (۲)      ۷ (۳)      ۹ (۴)
- پاسخ:

$$1 \quad 2x^2 - 3x = 1 \xrightarrow{\text{مرتب کن}} 2x^2 - 3x - 1 = 0 \begin{cases} \frac{-b}{a} \rightarrow S = \frac{3}{2} = \alpha + \beta \\ \frac{c}{a} \rightarrow P = -\frac{1}{2} = \alpha\beta \end{cases}$$

$$2 \quad \lambda x^2 + kx - 1 = 0 \begin{cases} \frac{-b}{a} \rightarrow S' = -\frac{k}{\lambda} = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 \\ \frac{c}{a} \rightarrow P' = -\frac{1}{\lambda} = (\alpha^2\beta)(\alpha\beta^2) \end{cases}$$

حالا ساده می‌کنیم:

$$\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 \xrightarrow{\text{فاکتور بگیر}} \alpha\beta(\alpha + \beta) \xrightarrow{\text{بر حسب } S \text{ و } P \text{ جای گذاری کن}} PS \xrightarrow{\text{طبق 1}} (-\frac{1}{2})(\frac{3}{2}) = -\frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{طبق 2}} -\frac{k}{\lambda} = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 \xrightarrow{\times (-\lambda)} -k = -\frac{3}{4} \times (-\lambda) \rightarrow k = \frac{3\lambda}{4}$$

گاهی تست، ریشه‌های معادله‌ی اولی را به زبان ریاضی برایتان  $\alpha$  و  $\beta$  اعلام نمی‌کند! بلکه رابطه‌ی بین ریشه‌های معادله‌ی دومی و معادله‌ی اول را به صورت فارسی به شما می‌دهد، باز هم مراحل شما فرقی با قبل ندارد. ریشه‌های اولی را  $\alpha$  و  $\beta$  بگیرید و از روی جملات فارسی داده‌شده، ریشه‌های دومی را بر حسب  $\alpha$  و  $\beta$  بنویسید و بعد هم دقیقاً مثل قبل عمل کنید...

**تست:** ریشه‌های کدام معادله از معکوس ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ، یک واحد کمترند؟

- (کنکور ۹۴)
- ۱)  $x^2 - 3x + 1 = 0$       ۲)  $x^2 + 3x + 1 = 0$       ۳)  $x^2 - 5x + 2 = 0$       ۴)  $x^2 + 5x + 2 = 0$
- پاسخ:

$$1 \quad 2x^2 - 3x - 1 = 0 \begin{cases} \frac{-b}{a} \rightarrow S = \frac{3}{2} \\ \frac{c}{a} \rightarrow P = -\frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{فرم ریشه‌های دومی رو بنویس}} \frac{1}{\alpha} - 1, \frac{1}{\beta} - 1$$

از معکوس، یک واحد کمتر

$$2 \quad \text{معادله‌ی دوم:} \begin{cases} S' = (\frac{1}{\alpha} - 1) + (\frac{1}{\beta} - 1) = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} - 2 = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} - 2 \Rightarrow S' = \frac{S}{P} - 2 \\ P' = (\frac{1}{\alpha} - 1) \times (\frac{1}{\beta} - 1) = \frac{1}{\alpha\beta} - \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{1}{\alpha\beta} - \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 1 = \frac{1}{P} - \frac{S}{P} + 1 \end{cases}$$

عددهای ۱ رو جای گذاری کن

$$\begin{cases} S' = \frac{S}{P} - 2 = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} - 2 = -5 \\ P' = \frac{1}{P} - \frac{S}{P} + 1 = \frac{1}{-\frac{1}{2}} - \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} + 1 = -2 + 3 + 1 = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله‌ی دوم رو بنویس}} x^2 + 5x + 2 = 0$$



۳۳۷. نمودار سهمی به معادله  $y = x^2 - (2m^2 + 1)x + m^2 + m^2 + \frac{1}{4}$  به ازای هر مقدار دلخواه  $m$  همواره:

(۱) محور طول‌ها را قطع می‌کند. (۲) بالاتر از محور طول‌ها قرار می‌گیرد.

(۳) در نقطه‌ای به طول مثبت بر محور طول‌ها مماس می‌شود. (۴) در نقطه‌ای به طول منفی بر محور طول‌ها مماس می‌شود.

۳۳۸. رأس سهمی به معادله  $y = -3x^2 + (2m - 1)x + 5$  روی محور عرض‌ها واقع است. خط به معادله  $y - 2 = 0$ ، سهمی را در نقاطی با کدام طول قطع می‌کند؟

(۱)  $\pm 1$  (۲)  $\pm 2$  (۳)  $\pm \sqrt{2}$  (۴) قطع نمی‌کند.

۳۳۹. اگر مجموعه نقاط سهمی به معادله  $y = ax^2 - x + \frac{2}{3}$  دارای عرضی بزرگ‌تر یا مساوی  $\frac{1}{4}$  باشند، مقدار  $a$  کدام است؟

(۱)  $-2$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۳۴۰. سهمی به معادله  $y = (2x + 1)(x + 8)$  با خط  $y = mx$  نقطه‌ی مشترک ندارد. مجموعه مقادیر  $m$  چگونه است؟

(۱)  $5 < m < 13$  (۲)  $15 < m < 23$  (۳)  $7 < m < 15$  (۴)  $9 < m < 25$

۳۴۱. به ازای چه مقادیری از  $a$ ، سهمی به معادله  $y = ax^2 - (a + 2)x$  هیچ‌گاه از ناحیه‌ی سوم محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

(۱)  $a \leq 2$  (۲)  $a > 0$  (۳)  $a \leq -2$  (۴)  $-2 \leq a < 0$

۳۴۲. اگر رأس نمودار سهمی  $f(x) = x^2 + 2x - c$  نقطه‌ی  $(-1, 3)$  باشد، مختصات رأس سهمی  $y = f(2x - 1)$  کدام خواهد بود؟

(۱)  $(4, -5)$  (۲)  $(4, 5)$  (۳)  $(0, 5)$  (۴)  $(0, 3)$

۳۴۳. منحنی نمایش  $y = m^2x^2 - 3mx - 1$  به ازای مقادیر مختلف  $m \neq 0$ ، همواره:

(۱) بالای محور  $x$  ها قرار دارد. (۲) محور  $x$  ها را در یک طرف مبدأ قطع می‌کند.

(۳) محور  $x$  ها را در دو طرف مبدأ قطع می‌کند. (۴) بر محور  $x$  ها مماس است.

### ایستگاه ۳: روابط بین ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دو



۳۴۴. هرگاه  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $2x^2 - 9x - 1 = 0$  باشند، حاصل  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  کدام است؟

(۱)  $9$  (۲)  $-9$  (۳)  $4/5$  (۴)  $-4/5$

۳۴۵. مجموع مربعات ریشه‌های معادله‌ی  $3x^2 - 4x - 2 = 0$  کدام است؟

(۱)  $\frac{20}{9}$  (۲)  $\frac{29}{9}$  (۳)  $\frac{16}{9}$  (۴)  $\frac{28}{9}$

۳۴۶. مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $m^2x^2 - 2x + 1 = 0$  برابر با  $\frac{1}{4}$  است. حاصل ضرب دو ریشه کدام است؟

(۱)  $1$  (۲)  $-1$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۳۴۷. به ازای کدام مقدار  $m$  حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله‌ی  $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{4} + m = 0$  مساوی  $4$  است؟

(۱)  $2$  (۲)  $-2$  (۳)  $1$  (۴) هیچ مقدار  $m$

۳۴۸. اگر  $x'$  و  $x''$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 4x + 1 = 0$  باشند، حاصل  $|x' - x''|$  کدام است؟

(۱)  $3\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $12$  (۴)  $3$

۳۴۹. یکی از جواب‌های معادله‌ی  $-3x^2 + (m + 1)x + m = 0$  برابر با  $\alpha = 1$  است. جواب دیگر معادله کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $-\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۳۵۰. حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی  $(2x + 1)(3x^2 - 7x + 1) = 0$  برابر کدام است؟

(۱)  $-\frac{1}{6}$  (۲)  $\frac{1}{6}$  (۳)  $-\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۳۵۱. به ازای کدام مقدار  $m$ ، مجموع جذر هر دو ریشه‌ی معادله‌ی درجه‌ی دوم  $2x^2 - (m + 1)x + \frac{1}{8} = 0$  برابر  $2$  می‌باشد؟

(۱)  $3$  (۲)  $4$  (۳)  $5$  (۴)  $6$

۳۵۲. معادله‌ی  $x^2 - x - 2 = 0$  دو ریشه‌ی  $\alpha < \beta$  دارد. حاصل عبارت  $5\alpha^2 + 7\beta^2$  کدام است؟

(۱)  $30$  (۲)  $33$  (۳)  $21$  (۴)  $15$

۳۵۳. اگر در معادله‌ی  $2x^2 - 8x + m = 0$  یکی از جواب‌ها  $2$  واحد بیشتر از جواب دیگر باشد،  $m$  کدام است؟

(۱)  $3$  (۲)  $1$  (۳)  $6$  (۴)  $12$

۳۵۴. در معادله‌ی  $x^2 - 20x + 64 = 0$ ، حاصل  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$  کدام است؟ ( $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله هستند.)

(۱)  $6$  (۲)  $\sqrt{5}$  (۳)  $2$  (۴)  $\sqrt{6}$

۳۵۵. مجموع معکوس ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)x - (\sqrt{2} + 1) = 0$  چقدر است؟

(۱)  $\sqrt{6}$  (۲)  $\sqrt{6} - \sqrt{3}$  (۳)  $\sqrt{6} + \sqrt{3} - 1$  (۴)  $\sqrt{6} - \sqrt{3} + 1$

۳۵۶. برای کدام مقدار  $a$  ریشه‌های حقیقی معادله‌ی  $(a-1)x^2 + 2ax + 3 - a = 0$  عکس یکدیگرند؟

(۱)  $a = 2$  (۲)  $a = 1$  (۳)  $a = -1$  (۴) هیچ مقدار  $a$

۳۵۷. برای کدام مقادیر  $k$  در معادله‌ی  $kx^2 - 4x + k + 2 = 0$  یکی از ریشه‌ها ۳ برابر ریشه‌ی دیگر است؟

(۱) ۳ و ۱ (۲) -۱ و -۳ (۳) ۱ و -۳ (۴) -۱ و ۳

۳۵۸. یکی از ریشه‌های معادله‌ی  $2ax^2 + bx - a = 0$  مساوی  $\frac{2}{3}$  است. ریشه‌ی دیگر این معادله کدام است؟

(۱)  $-\frac{2}{9}$  (۲)  $\frac{2}{9}$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۳۵۹. در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 + 2x - 1 = 0$  با ریشه‌های  $\alpha$  و  $\beta$  حاصل  $\alpha^2 + 2\alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 + \beta^2$  کدام است؟

(۱) ۹ (۲) -۹ (۳) -۲۷ (۴) ۲۷

۳۶۰. بین ریشه‌های  $\alpha$  و  $\beta$  در معادله‌ی  $x^2 + 2x + 2c - 1 = 0$  رابطه‌ی  $\alpha^2 + 2\beta^2 + 4\alpha\beta + 4 = 0$  برقرار است. حاصل ضرب ریشه‌های این معادله کدام است؟

(۱)  $-3/5$  (۲) -۷ (۳) -۴ (۴) -۸

۳۶۱. جذر معکوس ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 4x + 2 = 0$  را با هم جمع کرده‌ایم. حاصل در کدام گزینه آمده است؟

(۱)  $2 + \sqrt{2}$  (۲)  $2 + 2\sqrt{2}$  (۳)  $\sqrt{2} + \sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

۳۶۲. به ازای یک مقدار  $a$ ، معادله‌ی  $x(2x - 5) = a$  دو ریشه‌ی مساوی دارد. این ریشه کدام است؟

(۱)  $-\frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{-5}{4}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{5}{2}$

۳۶۳. اگر بین ضرایب معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  رابطه‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  برقرار باشد، یکی از ریشه‌های معادله کدام است؟

(۱)  $\frac{a}{2c}$  (۲)  $\frac{c}{2a}$  (۳)  $-\frac{a}{2c}$  (۴)  $-\frac{c}{2a}$

۳۶۴. تارا ضمن حل معادله‌ی  $x^2 - 14x + c = 0$  ضریب  $x$  را به اشتباه ۱۸- دیده و جواب‌های -۲ و ۲۰ را برای آن به دست آورده است. ریشه‌های معادله‌ی اصلی کدام‌اند؟

(۱) -۴ و -۱۰ (۲) ۴ و ۱۰ (۳) ۱۴ و ۱۰ (۴) -۱۴ و -۱۰

۳۶۵. در معادله‌ی  $x^2 - 5x + m^2 + 5m = 0$  اگر  $\alpha = 2$  یک ریشه‌ی آن باشد، آن‌گاه حاصل عبارت  $\alpha^2 + \beta^2$  چقدر است؟

(۱) ۳۵ (۲) ۱۹ (۳) -۱۹ (۴) به  $m$  بستگی دارد.

۳۶۶. به ازای کدام مقدار  $m$  یکی از ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 6x + 5 + m = 0$  مجذور ریشه‌ی دیگر است؟

(۱) ۳۲ (۲) ۲ (۳) -۳۲ (۴) -۳

۳۶۷. کدام بیان درباره‌ی معادله‌ی  $(\sqrt{4} - 2\sqrt{3})x^2 + (1 - \sqrt{3})x = 17$  درست است؟

(۱) یکی از ریشه‌ها از قرینه‌ی ریشه‌ی دیگر ۱ واحد بیشتر است.

(۲) یکی از ریشه‌ها از قرینه‌ی ریشه‌ی دیگر ۱ واحد کمتر است.

(۳) یکی از ریشه‌ها از ریشه‌ی دیگر ۱ واحد بیشتر است.

(۴) یکی از ریشه‌ها از ریشه‌ی دیگر ۱ واحد کمتر است.

۳۶۸. به ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$ ، نمودار تابع  $f(x) = ax^2 + (a+3)x - 1$  محور  $x$  ها را در دو نقطه به طول‌های منفی قطع می‌کند؟ (خارج ۹۲)

(۱)  $a < -9$  (۲)  $a < -3$  (۳)  $a > -1$  (۴)  $-3 < a < 0$

۳۶۹. به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 + (m-2)x + m + 1 = 0$  دارای دو ریشه‌ی حقیقی مثبت است؟ (خارج ۹۷)

(۱)  $-1 < m < 0$  (۲)  $m < 0$  (۳)  $2 < m < 8$  (۴)  $m > 8$

۳۷۰. اگر از صفرهای تابع  $f(x) = x^2 + 2x - c$  نیم واحد کم کنیم، حاصل ضرب صفرها چقدر تغییر خواهد کرد؟

(۱)  $\frac{c}{4}$  (۲)  $\frac{c}{4} + c$  (۳)  $\frac{c}{4}$  (۴)  $\frac{c}{4} - c$

۳۷۱. برای کدام مقدار  $b$ ، بین ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 + bx + b = 0$ ، رابطه‌ی  $\frac{2}{\alpha} + \frac{3}{\beta} = 1$  برقرار است؟

(۱)  $-\frac{1}{12}$  (۲)  $\frac{1}{12}$  (۳) صفر (۴) صفر یا  $\frac{-1}{12}$

۳۷۲. در تابع  $f(x) = 2x^2 - (\sqrt{5} + 2)x + \sqrt{5}$  با صفرهای  $\alpha$  و  $\beta$ ، حاصل  $|\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}| + |\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}|$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲)  $\sqrt{5}$  (۳)  $\sqrt{20}$  (۴)  $\sqrt[4]{20}$

۳۷۳. اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - mx + 2 = 0$  باشند و اعداد  $4, x_1 + x_2, x_1x_2$  تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند، آن‌گاه مقدار  $m$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۹

۳۷۴. در معادله‌ی  $4x^2 - 10x + 2m = 0$  دو برابر یکی از ریشه‌ها از نصف ریشه‌ی دیگر یک واحد بیشتر است. در این صورت:

(۱)  $m = 5/76$  (۲)  $m = 2/88$  (۳)  $m = 5/4$  (۴)  $m = 2/52$



۳۷۵. ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 5x + 2 = 0$  را  $\alpha$  و  $\beta$  نامیده‌ایم. حاصل عبارت  $A = \frac{\alpha}{\alpha^2 + 2} - \frac{\beta - 5}{\beta^2 - 6\beta + 7}$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{4}{5}$  (۲)  $\frac{-4}{5}$  (۳)  $\frac{6}{5}$  (۴)  $\frac{-6}{5}$

۳۷۶. در معادله‌ی  $x^2 - 2x + \frac{2}{f} = 0$  حاصل  $\alpha^f + \beta^f$  کدام است؟ ( $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌ها هستند).

- (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{5}{8}$  (۳)  $\frac{41}{2}$  (۴)  $\frac{41}{8}$

۳۷۷. در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 - 2x - 4 = 0$ ، اگر ریشه‌ها  $\alpha$  و  $\beta$  باشند، حاصل  $(\alpha^2 - 4)^2 + 4\beta^2$  چقدر است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۳۷۸. به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، منحنی به معادله‌ی  $y = (m+2)x^2 + 2x + 1 - m$  محور  $x$  ها را در هر دو طرف مبدأ مختصات قطع می‌کند؟

- (۱)  $m > 1$  یا  $m < -2$  (۲)  $-2 < m < 1$  (۳) فقط  $m < -2$  (۴) فقط  $m > 1$  (خارج ۹۵)

۳۷۹. به ازای کدام مقادیر  $m$ ، معادله‌ی درجه‌ی دوم  $(m-6)x^2 - 2mx - 3 = 0$ ، دارای دو ریشه‌ی حقیقی منفی است؟

- (۱)  $m < -6$  (۲)  $m > 3$  (۳)  $0 < m < 3$  (۴)  $3 < m < 6$  (کنکور ۹۷)

ایستگاه ۴: تشکیل معادله‌ی درجه‌ی دو



۳۸۰. معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌های آن  $1 - \sqrt{2}$  و  $1 + \sqrt{2}$  باشند، در کدام گزینه آمده است؟

- (۱)  $x^2 - 2x + 1 = 0$  (۲)  $x^2 - 2x - 1 = 0$  (۳)  $x^2 + 2x + 1 = 0$  (۴)  $x^2 - 2x - 4 = 0$  (کتاب درسی)

۳۸۱. مجموع دو عدد حقیقی،  $-1/5$  و حاصل ضرب آن دو  $-7$  است. یکی از آن دو عدد کدام است؟

- (۱)  $\frac{-7}{2}$  (۲)  $-2$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴)  $3$  (کتاب درسی)

۳۸۲. دو عدد حقیقی که مجموعشان  $2\sqrt{3}$  و حاصل ضربشان  $-1$  است، ریشه‌های کدام معادله هستند؟

- (۱)  $\sqrt{3}x^2 + 6x - \sqrt{3} = 0$  (۲)  $\sqrt{3}x^2 - 6x - \sqrt{3} = 0$   
(۳)  $x^2 + 2\sqrt{3}x - 1 = 0$  (۴)  $x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$

۳۸۳. ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 + ax + b = 0$  یک واحد از ریشه‌های معادله‌ی  $3x^2 + 7x + 1 = 0$  بیشتر است.  $b$  کدام است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $-1$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

۳۸۴. جواب‌های کدام معادله  $-2$  برابر جواب‌های معادله‌ی  $x^2 - bx = 2c$  است؟

- (۱)  $x^2 - 2bx - 8c = 0$  (۲)  $x^2 + 2bx + 8c = 0$  (۳)  $x^2 - 2bx + 8c = 0$  (۴)  $x^2 + 2bx - 8c = 0$

۳۸۵. معادله‌ای که ریشه‌هایش عددهای حقیقی  $(\sqrt{a} - \sqrt{a+1})$  و  $(\sqrt{a} + \sqrt{a+1})$  هستند، در کدام گزینه دیده می‌شود؟

- (۱)  $x^2 + 2\sqrt{a}x - 1 = 0$  (۲)  $x^2 - 2\sqrt{a+1}x + 1 = 0$  (۳)  $x^2 - 2\sqrt{a}x + 1 = 0$  (۴)  $\sqrt{a}x^2 - 2ax - \sqrt{a} = 0$

۳۸۶. اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 - 3x - 4 = 0$  باشند، مجموعه جواب‌های کدام معادله به صورت  $\{1 + \frac{1}{\alpha}, 1 + \frac{1}{\beta}\}$  است؟

- (۱)  $4x^2 - 5x + 1 = 0$  (۲)  $4x^2 - 3x + 1 = 0$  (۳)  $4x^2 - 5x - 1 = 0$  (۴)  $4x^2 - 3x - 1 = 0$  (کنکور ۹۲)

۳۸۷. اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $x(5x+3) = 2$  باشند، به ازای کدام مقدار  $k$  مجموعه جواب‌های معادله‌ی  $4x^2 - kx + 25 = 0$  به صورت  $\{\frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\beta^2}\}$  است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۹ (۴) ۳۱ (کنکور ۹۰)

۳۸۸. معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌هایش مربع ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 3\sqrt{2}x + 4 = 0$  باشند، کدام است؟

- (۱)  $x^2 + 10x - 16 = 0$  (۲)  $x^2 - 10x + 16 = 0$  (۳)  $x^2 - 10x - 16 = 0$  (۴)  $x^2 + 10x + 16 = 0$

۳۸۹. عددهای  $\alpha$  و  $\beta$  صفرهای تابع  $f(x) = x - 3\sqrt{x} + 2$  هستند. ریشه‌های کدام معادله، اعداد  $(\frac{1}{\alpha} + 1)$  و  $(\frac{1}{\beta} + 1)$  است؟

- (۱)  $4x^2 - 13x + 10 = 0$  (۲)  $4x^2 + 13x + 10 = 0$  (۳)  $4x^2 - 17x + 18 = 0$  (۴)  $4x^2 + 17x + 18 = 0$

۳۹۰. به ازای کدام مقدار  $m$ ، هر یک از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $8x^2 - mx - 8 = 0$ ، توان سوم ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 - x - 2 = 0$  می‌باشد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵ (خارج ۹۶)

۳۹۱. اگر هر یک از ریشه‌های معادله‌ی  $3x^2 + ax + b = 0$  دو برابر معکوس هر ریشه از معادله‌ی  $4x^2 - 7x + 3 = 0$  باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-14$  (۲)  $-12$  (۳)  $-8$  (۴)  $-6$