

فصل اول

عددنویسی و الگوها



عددنویسی

در سال گذشته، با خواندن و نوشتن اعداد تا طبقه‌ی میلیون آشنا شدیم. یعنی آموختیم که چگونه اعداد را تا ۹ رقم بخوانیم و بنویسیم. هم‌چنین آموختیم که چگونه یک عدد را در یک جدول ارزش مکانی قرار دهیم. به‌عنوان نمونه عدد ۲,۰۱۳,۱۲۳ را در یک جدول ارزش مکانی قرار می‌دهیم و آن را به‌حروف می‌نویسیم.

یکه	هزار			میلیون		
ی	د	ص	ی	د	ص	ی
۳	۲	۱	۳	۰	۱	۲
صد و بیست و سه	سیزده هزار			دو میلیون		

دو میلیون و سیزده هزار و صد و بیست و سه
عدد طبقه‌ی میلیون عدد طبقه‌ی هزار عدد طبقه‌ی یکی

مثال ۱ عدد های زیر را در جدول ارزش مکانی قرار داده و آن‌ها را به‌حروف بنویسید.

الف) ۲۵۰۰۰۴۰۳

یکه	هزار			میلیون		
ی	د	ص	ی	د	ص	ی
۳	۰	۴	۰	۰	۵	۲
سه و چهارصد	چهارصد و بیست و پنج			دو میلیون و پنجاه و پنج		

«بیست و پنج میلیون و چهارصد و سه»

چون تمام ارقام طبقه‌ی هزار، صفر می‌باشند، بنابراین عدد

مربوط به این طبقه را نمی‌نویسیم.

ب) ۲۸۴۰۰۲

یکه	هزار		
ی	د	ص	ی
۲	۰	۰	۴
دو	دویست و هشتاد و چهار		

«دویست و هشتاد و چهار هزار و دو»

ارزش مکانی یک رقم

یکه	هزار		
ی	د	ص	ی
۰	۰	۲	۳
صفر	سه هزار و بیست		

ارزش مکانی هر رقم از مرتبه و طبقه‌ی آن رقم تشکیل شده است، به‌عنوان

مثال ارزش مکانی رقم ۶ در عدد مقابل «دهگان هزار» می‌باشد.
مرتبه طبقه

مثال ۲ با توجه به عدد ۴۸۰۲۵۶۱۳۹ ارزش مکانی رقم‌های خواسته‌شده را بنویسید.

ب) ۵: دهگان هزار

د) ۹: یکان

الف) ۴: صدگان میلیون

ج) ۲: صدگان هزار

تغییر ارزش یک رقم

الف) هرگاه عددی در ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ... ضرب شود، ارزش ارقام آن عدد به تعداد صفرها **بیش تر** می شود. به عنوان مثال، عدد ۳۵۲ را در ۱۰ و ۱۰۰ ضرب و ارزش رقم ۵ را در این دو حالت بررسی می کنیم.

ارزش مکانی رقم ۵ در عدد ۳۵۲: دهگان
 ارزش مکانی رقم ۵ در عدد ۳۵۲۰: صدگان
 ارزش مکانی رقم ۵ در عدد ۳۵۲۰۰: یکان هزار

یکی			هزار		
ی	د	ص	ی	د	ص
۲	۵	۳			
۰	۲	۵	۳		

$\times 10$

یکی			هزار		
ی	د	ص	ی	د	ص
۲	۵	۳			
۰	۰	۲	۵	۳	

$\times 100$

مثال ۳ اگر اعداد زیر را ۱۰۰ برابر کنیم، ارزش رقم ۳ در آن‌ها چند خواهد شد؟

- الف) $۵۳۱ \times 100 \Rightarrow ۵۳۱۰۰$ ارزش رقم ۳: یکان هزار
 ب) $۳۸۲۵ \times 100 \Rightarrow ۳۸۲۵۰۰$ ارزش رقم ۳: صدگان هزار
 ج) $۳۲۰ \times 100 \Rightarrow ۳۲۰۰۰$ ارزش رقم ۳: دهگان هزار

مثال ۴ جدول ارزش مکانی مقابل را پر کنید.

میلیون			هزار			یکی		
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
					۸	۷	۳	۰
					۸	۷	۳	۰
					۸	۷	۳	۰
					۸	۷	۳	۰

$\times 10$, $\times 100$, $\times 1000$

نکته

ده‌ها ده‌تایی برابر است با یک صدتایی. صدتا صدتایی برابر است با یک ده‌هزارتایی.
 هزارتا هزارتایی برابر است با یک میلیون تایی.

ب) هرگاه عددی بر ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ... **تقسیم** شود، ارزش ارقام آن عدد به تعداد صفرها **کم تر** می شود. به عنوان مثال، عدد ۹۷۶۰۰۰ را بر ۱۰ و ۱۰۰۰ تقسیم کرده و ارزش رقم ۷ را در این دو حالت بررسی می کنیم.

یکی			هزار		
ی	د	ص	ی	د	ص
۰	۰	۰	۹	۷	۶
۰	۰	۰	۹	۷	۶

$\div 10$

یکی			هزار		
ی	د	ص	ی	د	ص
۰	۰	۰	۹	۷	۶
۰	۰	۰	۹	۷	۶

$\div 1000$

- ارزش مکانی رقم ۷ در عدد ۹۷۶۰۰۰: دهگان هزار
 ارزش مکانی رقم ۷ در عدد ۹۷۶: دهگان



مثال ۵ اگر اعداد زیر را بر ۱۰۰ تقسیم کنیم، ارزش رقم ۲ در آن‌ها چند خواهد شد؟

- ارزش رقم ۲: دهگان $۸۲۴۰۰ \xrightarrow{+۱۰۰} ۸۲۴$ (الف)
- ارزش رقم ۲: یکان هزار $۲۵۸۰۰۰ \xrightarrow{+۱۰۰} ۲۵۸۰$ (ب)
- ارزش رقم ۲: یکان $۱۳۲۰۰ \xrightarrow{+۱۰۰} ۱۳۲$ (ج)

مثال ۶ جدول ارزش مکانی زیر را پر کنید.

میلیون			هزار			یکی		
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
		۲	۰	۸	۴	۰	۰	۰
			۲	۰	۸	۴	۰	۰
				۲	۰	۸	۴	۰
					۲	۰	۸	۴

Handwritten annotations: $\div 10$ (from 400 to 40), $\div 100$ (from 400 to 4), $\div 1000$ (from 400 to 0.4).

مثال ۷ جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

- (الف) ۱۰ تا ۱۰۰ تایی برابر است با یک ~~هزار تایی~~ **هزار تایی**.
- (ب) ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ تایی برابر است با یک ~~صد هزار تایی~~ **صد هزار تایی**.
- (ج) ۱۰ تا ۱۰۰۰۰ تایی برابر است با یک ~~صد هزار تایی~~ **صد هزار تایی**.
- (د) ۱۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰ تایی برابر است با یک ~~ده میلیون تایی~~ **ده میلیون تایی**.

بیشترین و کمترین مقدار حاصل ضرب دو عدد دورقمی:

اگر بخواهیم با استفاده از چند رقم، دو عدد دورقمی بدون تکرار ارقام بنویسیم به طوری که حاصل ضرب آن‌ها بیشترین یا کمترین مقدار ممکن باشد، به روش‌های زیر عمل می‌کنیم.

الف) حاصل ضرب، بیشترین مقدار یکن شود:

ابتدا از بین رقم‌های داده شده، دو رقم بزرگ‌تر را در جایگاه دهگان دو عدد قرار می‌دهیم، سپس از بین ارقام باقی مانده، دو رقم بزرگ‌تر دیگر را مشخص کرده و آن‌ها را به جای یکان اعداد قرار می‌دهیم، به طوری که عددی که رقم دهگان بزرگ‌تری دارد، دارای رقم یکان کوچک‌تر نیز باشد. حاصل ضرب به دست آمده، **بیشترین** مقدار ممکن خواهد بود.

مثال ۸

چهار کارت داریم که روی آن‌ها ارقام ۲، ۳، ۵ و ۹ نوشته شده است. با استفاده از این کارت‌ها دو عدد دورقمی به دست آورید که حاصل ضربشان بیشترین مقدار ممکن شود.

ابتدا رقم‌های ۹ و ۵ را که بزرگ‌ترین ارقام هستند، در جایگاه دهگان قرار می‌دهیم.

عدد اول: : عدد دوم:

سپس رقم ۲ را که کوچک‌تر می‌باشد، به جای یکان عدد اول که دارای دهگان بزرگ‌تری است قرار می‌دهیم و در نهایت، آخرین رقم (یعنی ۳) را به جای یکان عدد دوم قرار می‌دهیم.

عدد اول: : عدد دوم:

دو عدد ۹۲ و ۵۳ دارای بزرگ‌ترین حاصل ضرب هستند.

$۹۲ \times ۵۳ = ۴۸۷۶$

ب) حاصل ضرب، کمترین مقدار هکن شود:

ابتدا از بین رقم‌های داده شده، دو رقم کوچک‌تر (به جز صفر) را در جایگاه دهگان دو عدد قرار می‌دهیم، سپس از بین ارقام باقی‌مانده، دو رقم کوچک‌تر دیگر را مشخص کرده و آن‌ها را به جای یکان اعداد قرار می‌دهیم، به طوری که عددی که رقم دهگان کوچک‌تری دارد، دارای رقم یکان کوچک‌تر نیز باشد. حاصل ضرب به دست آمده، کمترین مقدار ممکن خواهد بود.

مثال ۹ چهار کارت داریم که روی آن‌ها اعداد ۴، ۶، ۱ و ۸ نوشته شده است. با استفاده از این کارت‌ها، دو عدد دورقمی به دست آورید که حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن شود. ابتدا رقم‌های ۱ و ۴ را که کوچک‌ترین رقم‌ها هستند، در جایگاه دهگان قرار می‌دهیم.

عدد اول: عدد دوم:

سپس رقم ۶ که کوچک‌تر است را در جایگاه یکان عدد اول که دهگان کوچک‌تری دارد قرار می‌دهیم تا اعداد مورد نظر، حاصل شوند.

عدد اول: عدد دوم:

$$۱۶ \times ۴۸ = ۷۶۸$$

دو عدد ۱۶ و ۴۸، دارای کمترین حاصل ضرب خواهند بود.

نمایش اعداد روی محور

با توجه به این که اندازه‌ی واحدها یکسان است، بنا به فاصله‌ی صفر تا اولین واحد، می‌توانیم اعداد را روی محور نمایش دهیم. به عنوان مثال، بقیه‌ی اعداد را روی محور زیر نمایش می‌دهیم.



مثال ۱۰ با توجه به محورها، جاهای خالی را پر کنید.



با توجه به فاصله‌ی صفر تا اولین واحد، باید همه‌ی واحدها را به همان مقدار (یعنی ۱۰۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰ تا) جلو ببریم.



چون فاصله‌ی صفر تا دومین واحد ۲۰۰۰۰ است، پس هر واحد ۱۰۰۰۰ تایی است.

گسترده‌نویسی اعداد

گسترده‌نویسی یعنی نوشتن یک عدد، به صورت مجموع ارقام جدا از هم با حفظ ارزش مکانی آن‌ها. برای گسترده‌نویسی، بهتر است جدول ارزش مکانی را به صورت زیر نمایش دهیم.

یکی	ده تایی	صد تایی	هزار تایی	ده هزار تایی	صد هزار تایی	یک میلیون تایی	ده میلیون تایی	صد میلیون تایی



مثال ۱۱ گسترده‌ی عدد 2540236 را بنویسید.

$$2540236 = 2000000 + 500000 + 40000 + 200 + 30 + 6$$

یا:

$$2540236 = 2 \text{ تا یک میلیون تایی} + 5 \text{ تا صد هزار تایی} + 4 \text{ تا ده هزار تایی} + 2 \text{ تا صد تایی} + 3 \text{ تا ده تایی} + 6 \text{ تا یکی}$$

مثال ۱۲ هریک از عبارت‌های زیر، چه عددی را نشان می‌دهد؟

(الف) $46510 = 4 \text{ تا ده هزار تایی} + 6 \text{ تا صد تایی} + 5 \text{ تا صد تایی} + 1 \text{ تا ده تایی}$

(ب) $3450021 = 3000000 + 400000 + 50000 + 20 + 1$

مثال ۱۳ جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

(الف) 47000000 از 47 تا یک میلیون درست شده است.

(ب) 520000 از 520 تا هزار ساخته شده است.

(ج) 43 تا هزار درست شده است.

(د) 300000 از 3 تا صد هزار یا از 30 تا ده هزار یا از 300 تا هزار ساخته شده است.

(ه) 20 تا ده هزار درست شده است.

معرفی میلیارد

اگر ده دسته‌ی 100 هزار تایی را کنار هم قرار دهیم، عدد $1,000,000$ به دست می‌آید و اگر ده دسته‌ی 100 میلیون تایی را کنار هم بگذاریم، عدد **میلیارد** که به صورت $1,000,000,000$ نوشته می‌شود به دست می‌آید و به این ترتیب، یک طبقه‌ی جدید به نام میلیارد به جدول ارزش مکانی اضافه خواهد شد.

یک	هزار		میلیون		میلیارد	
ی	ص	د	ی	ص	د	ی
ص	د	ص	د	ص	د	ص
→ طبقه						
→ مرتبه						
→ رقم						

به کمک این جدول جدید، می‌توانیم اعداد با رقم ۱۲ رقم را بخوانیم و بنویسیم.

مثال ۱۴ عدد مربوط به هر جدول ارزش مکانی را به حروف بنویسید.

یک	هزار		میلیون		میلیارد	
ی	ص	د	ی	ص	د	ی
ص	د	ص	د	ص	د	ص
۳	۴	۱	۵	۰	۱	۳
سی و یک	چهارصد و پنجاه و پنج	هزار و بیست و سه	هشتصد و سی و دو	صفر	چهارصد و سی و یک	میلیارد

$\Rightarrow 31,045,832,413$

سی و یک عدد طبقه‌ی میلیارد چهارصد و پنجاه و پنج عدد طبقه‌ی میلیون هشتصد و سی و دو هزار و چهارصد و سی و یک عدد طبقه‌ی هزار

ب)

هزار			میلیون			میلیارد		
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
۲	۳	۰	۲	۰	۰	۴	۸	۵

$\Rightarrow 485,002,302,000$

چهارصد و هشتاد و پنج میلیارد و دو میلیون و سیصد و دو هزار

ج)

میلیون			میلیارد		
ص	د	ی	ص	د	ی
۶	۵	۰	۸	۱	۰

$\Rightarrow 81,056,000,000$

هشتاد و یک میلیارد و پنجاه و شش میلیون

د)

میلیارد		
ص	د	ی
۲	۱	۰

$\Rightarrow 210,000,000,000$

دویست و ده میلیارد

مثال ۱۵ عددهای زیر را در جدول ارزش مکانی بنویسید.

	یکی			هزار			میلیون			میلیارد		
	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
الف)	۰	۴	۳	۰	۰	۵	۰	۰	۲	۰	۰	۹
ب)	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۳	۳	۵	۱	۱	۴

الف) دو میلیارد و پنج میلیون و سیصد و چهل

ب) چهل و یک میلیارد و پانصد و سی و سه میلیون و دویست هزار

مثال ۱۶ گسترده‌ی هر یک از اعداد زیر را بنویسید.

الف) $98540300189 = 90,000,000,000 + 8,000,000,000 + 500,000,000 + 40,000,000 + 300,000 + 100 + 80 + 9$

ب) $5640000000 = 5,000,000,000 + 600,000,000 + 40,000,000$

مقایسه‌ی اعداد

منظور از مقایسه‌ی دو عدد، این است که ببینیم کدام یک بزرگ‌تر و کدام یک کوچک‌تر هستند. برای مقایسه‌ی دو عدد، باید به صورت زیر عمل کنیم.

الف) ابتدا تعداد ارقام دو عدد را می‌شماریم، عددی که ارقام **بیش‌تری** داشته باشد **بزرگ‌تر** است.

مثال ۱۷ اعداد زیر را باهم مقایسه کنید و علامت $<$ یا $>$ قرار دهید.

الف) $9898989 < 32222222$
 هفت‌رقمی هشت‌رقمی

ب) $453210 > 45321$
 شش‌رقمی پنج‌رقمی

ب) اگر تعداد ارقام دو عدد باهم برابر بود، ارقام با ارزش‌ترین مرتبه‌ی آن‌ها را باهم مقایسه می‌کنیم و در صورتی که برابر بودند، به سراغ مقایسه‌ی ارقام مرتبه‌های بعدی می‌رویم.

مثال ۱۸ اعداد زیر را باهم مقایسه کنید و علامت $<$ یا $>$ قرار دهید.

الف) $123400000 < 124400000$
 $\uparrow \quad \quad \quad \uparrow$
 $3 < 4$

ب) $270017000 < 270170000$
 $\uparrow \quad \quad \quad \uparrow$
 $0 < 1$



محل تقریبی اعداد روی محور

برای نشان دادن محل تقریبی یک عدد روی محور، به صورت زیر عمل می‌کنیم.
الف) مشخص کردن اندازه‌های هر واحد روی محور
ب) یافتن دو واحد متوالی که عدد مورد نظر در بین آن‌ها قرار دارد.
ج) با مقایسه‌ی عدد مورد نظر با این دو واحد، تعیین می‌کنیم که به کدام یک از آن‌ها نزدیک‌تر است.

مثال ۱۹ در هر مورد، محل تقریبی عدد را روی محور داده شده مشخص کنید.

$$\text{الف} = ۶,۸۹۳,۰۰۰,۰۰۰$$



$$\text{ب} = ۵۲,۳۲۹,۴۰۰,۰۰۰$$



تقریب

برای نوشتن مقدار تقریبی یک عدد، می‌توان از محور استفاده کرد به طوری که فاصله‌های واحدهای محور از هم، طبق تقریب داده شده باشد (به طور مثال برای نوشتن تقریب با رقم صدگان، باید فاصله‌ی واحدها، ۱۰۰ تا بی باشد). سپس عدد مورد نظر را به صورت تقریبی روی محور مشخص می‌کنیم. محل مشخص شده به هر واحد که نزدیک‌تر باشد، آن واحد مقدار تقریبی آن عدد است.

مثال ۲۰ مقدار تقریبی عدد ۶۵۲۳۰۰۰ با تقریب صد هزار چند است؟



چون تقریب رقم صد هزار خواسته شده است، پس واحدهای محور را باید صد هزار تایی مشخص کنیم. با توجه به محور رسم شده، می‌بینیم که عدد ۶۵۲۳۰۰۰ به عدد ۶۵۰۰۰۰۰ نزدیک‌تر است، که مقدار تقریبی آن را نشان می‌دهد.

$۶۵۲۳۰۰۰ \xrightarrow{\text{تقریب صد هزار}} ۶۵۰۰۰۰۰$

مثال ۲۱ در یک کشور، تعداد هواداران تیم آبی‌پوش ۹۲۴ هزار نفر، تعداد هواداران تیم قرمزپوش ۷۶۵ هزار نفر و تعداد هواداران تیم سبزپوش ۵۲۰ هزار نفر است. مجموع تعداد هواداران این سه تیم با تقریب یک میلیون چه قدر است؟ (ابتدا حاصل جمع را به دست آورید و سپس تقریب بزنید.)

$$۹۲۴۰۰۰ + ۷۶۵۰۰۰ + ۵۲۰۰۰۰ = ۲۲۰۹۰۰۰$$



چون حاصل جمع به دست آمده به عدد ۲ میلیون نزدیک‌تر است، پس مقدار تقریبی آن ۲ میلیون می‌شود.

مثال ۲۲ بلون رسم محور، تعیین کنید عددهای داده شده به کدام یک نزدیکتر است. (عدد مورد نظر را با ✓ مشخص کنید).

الف) $32,300,000,000 \leftarrow 32,384,000,000 \Rightarrow 32,400,000,000$

ب) $5,980,000,000 \leftarrow 5,984,000,000 \Rightarrow 5,990,000,000$

مثال ۲۳ جمعیت سه کشور ۷۸ میلیون و ۳۴۰ هزار نفر، ۲۵ میلیون و ۸۳۰ هزار نفر و ۳۹ میلیون و ۵۴۰ هزار نفر است. مجموع جمعیت این کشورها را با تقریب یک میلیون پیدا کنید. (ابتدا اعداد را تقریب بزنید و سپس جمع کنید).

$$\left. \begin{array}{l} 78340000 \xrightarrow{\text{تقریبی}} 78000000 \\ 25830000 \xrightarrow{\text{تقریبی}} 26000000 \\ 39540000 \xrightarrow{\text{تقریبی}} 40000000 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مجموع} = 78,000,000 + 26,000,000 + 40,000,000 = 144,000,000$$

جمع و تفریق

جمع و تفریق اعداد به روش های زیر انجام می شود.

الف) جمع و تفریق اعداد دارای یک طبقه: اعدادی که تنها دارای یک طبقه هستند را ابتدا باید هم طبقه کرد و سپس عملیات جمع و تفریق مربوط به آن ها را انجام داد.

مثال ۲۴ جمع و تفریق های زیر را انجام دهید.

الف) ۱۵ میلیون = ۳ میلیون + ۱۲ میلیون

ب) ۱ میلیون و ۳۶۰ هزار = ۱۳۶ ده هزار = ۱۰۰ ده هزار + ۳۶ ده هزار = ۱ میلیون + ۳۶ ده هزار

ج) ۱۳ میلیارد = ۱۳ میلیارد - ۲۶ میلیارد

د) ۱ میلیون و ۶۹۰ هزار = ۱۶۹ ده هزار = ۳۱ ده هزار - ۲۰۰ ده هزار = ۳۱ ده هزار - ۲۰ صد هزار

ب) جمع و تفریق از طریق زیرهم نویسی: همانند آن چه در سال گذشته آموختیم، برای جمع یا تفریق در این روش، باید از سمت راست ارقام را زیرهم قرار دهیم و سپس عملیات جمع یا تفریق را انجام دهیم. به این ترتیب که برای جمع، با ارزش ترین رقم عدد دوم را به عدد اول اضافه می کنیم و سپس رقم های بعدی را به ترتیب، به حاصل هر مرحله اضافه می کنیم و برای تفریق نیز، به همین صورت با ارزش ترین رقم عدد دوم را از عدد اول کم می کنیم و سپس رقم های بعدی را به همین ترتیب از حاصل مرحله ی قبل کم می کنیم.



مثال ۲۵ حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

الف)

$$\begin{array}{r} ۸۵۳۰۰۰ \\ + ۱۲۰۰۰ \\ \hline ۸۶۳۰۰۰ \\ + ۲۰۰۰ \\ \hline ۸۶۵۰۰۰ \end{array}$$

ب)

$$\begin{array}{r} ۹۵۸۴۳۰۰ \\ - ۴۵۳۲۰۰ \\ \hline ۹۱۸۴۳۰۰ \\ - ۵۳۲۰۰ \\ \hline ۹۱۳۴۳۰۰ \\ - ۳۲۰۰ \\ \hline ۹۱۳۱۳۰۰ \\ - ۲۰۰۰ \\ \hline ۹۱۳۱۱۰۰ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۳۵۷۰۰۰۰۰ \\ + ۱۲۵۲۰۰۰۰۰ \\ \hline ۲۶۰۹۰۰۰۰۰ \end{array}$$

مثال ۲۶ اگر جمعیت کشور چین ۱۳۵۷۰۰۰۰۰ نفر و جمعیت کشور هند ۱۲۵۲۰۰۰۰۰ نفر باشد، مجموع جمعیت‌های این دو کشور چند نفر است؟

$$\begin{array}{r} ۵۸۹۵۸۶۰۰ \\ - ۳۸۲۵۳۰۰۰ \\ \hline ۲۰۷۰۵۶۰۰ \end{array}$$

مثال ۲۷ در یک کشور ۵۸۹۵۸۶۰۰ کودک وجود دارد که از این تعداد ۳۸۲۵۳۰۰۰ کودک دختر می‌باشند. چند کودک پسر در این کشور وجود دارد؟



مثال ۲۸ اعداد ۱، ۳، ۴، ۵، ۶ را در خانه‌های شکل مقابل طوری بنویسید که مجموع سه عدد عمودی با مجموع سه عدد افقی برابر ۱۲ شود.

ابتدا از بین اعداد داده شده، سه عدد را جدا می‌کنیم که مجموع آن‌ها ۱۲ باشد. $۳+۵+۴=۱۲$ اعداد باقی‌مانده یعنی ۱ و ۶ را در مربع بالا و مربع پایین شکل قرار می‌دهیم. مجموع این دو عدد ۷ است و برای آن که به عدد ۱۲ برسیم، به عدد ۵ نیاز داریم، پس عدد ۵ در وسط شکل قرار می‌گیرد و جایگاه همه‌ی اعداد مشخص می‌شود.

مثال ۲۹ اعداد ۴، ۵، ۶، ۷، ۹ را در خانه‌های شکل زیر چنان قرار دهید که مجموع سه عدد عمودی با مجموع سه عدد افقی برابر ۱۸ باشد.



در این جا نیز $۶+۵+۷=۱۸$ است، پس دو عدد باقی‌مانده یعنی ۴ و ۹ را در مربع‌های بالا و پایین قرار می‌دهیم. اگر در مربع وسط عدد ۵ قرار داده شود، مجموع آن‌ها ۱۸ خواهد بود. پس جایگاه همه‌ی اعداد مشخص می‌شود.

تذکره:

برای ضرب اعدادی که در سمت راست آن‌ها صفر وجود دارد، کافی است ابتدا اعداد را بدون در نظر گرفتن صفرها در هم ضرب کنیم و سپس صفرهای کنار گذاشته شده از اعداد را در سمت راست حاصل ضرب قرار دهیم.

مثال ۳۰ ضربهای زیر را انجام دهید.

الف)
$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 2 \\ \hline 760000 \end{array}$$
 بدون در نظر گرفتن صفرها \rightarrow
$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 2 \\ \hline 76 \end{array}$$
 تا ۴ صفر اضافه می‌شود

ب)
$$\begin{array}{r} 8002 \\ \times 5 \\ \hline 4001000 \end{array}$$
 بدون در نظر گرفتن صفرها \rightarrow
$$\begin{array}{r} 8002 \\ \times 5 \\ \hline 40010 \end{array}$$
 تا ۲ صفر اضافه می‌شود

مثال ۳۱ در یک فروشگاه ۵۰۰ جعبه تلویزیون است که در هر جعبه ۱۰ تلویزیون قرار دارد. هم‌چنین ۲۰۰۰ جعبه رادیو است که در هر جعبه ۲۰ رادیو قرار دارد. در این فروشگاه چند رادیو و تلویزیون موجود است؟

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد تلویزیون‌ها} = 500 \times 10 = 5000 \\ \text{تعداد رادیوها} = 2000 \times 20 = 40000 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{تعداد کل رادیوها و تلویزیون‌ها} = 40000 + 5000 = 45000$$

مثال ۳۲ جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

الف) $15000 = \dots$ پنج‌برابر ۳ تا هزار (الف)

ب) $40000 = \dots$ دوبرابر ۲ تا ده هزار (ب)

ج) $40000000 = \dots$ دوبرابر ۲ تا ده میلیون (ج)

د) $5000000000 = \dots$ صدبرابر ۵ تا یک میلیارد (د)

تقسیم دو عدد

برای تقسیم دو عدد که بر یک‌دیگر بخش‌پذیرند، می‌توانیم مطابق مراحل زیر عمل کنیم.

الف) عدد دوم را به صورت حاصل ضرب دو عدد می‌نویسیم.

ب) عدد اول را بر یکی از دو عدد به دست آمده از قسمت قبل تقسیم می‌کنیم (بهتر است بر عدد بزرگ‌تر تقسیم کنیم).

ج) حاصل به دست آمده از قسمت قبل را بر عدد دیگر نیز تقسیم می‌کنیم.

مثال ۳۳ حاصل تقسیم عدد ۱۶۰۰۰ بر ۸۰۰ را به دست آورید.

برای انجام این تقسیم، عدد دوم یعنی ۸۰۰ را می‌توانیم به صورت 8×100 در نظر بگیریم. پس:

$$16000 \div 800 = 16000 \div (8 \times 100) \Rightarrow 16000 \div 100 = 160 \Rightarrow 160 \div 8 = 20$$

مثال ۳۴ می‌خواهیم ۶۰۰ کیلوگرم برنج را بین ۲۰ خانواده به طور مساوی تقسیم کنیم. به هر خانواده چند کیلو برنج

$$600 \div 20 = 600 \div (2 \times 10) \Rightarrow 600 \div 10 = 60 \Rightarrow 60 \div 2 = 30$$

خواهد رسید؟

نکته

برای تقسیم دو عدد که بر یک‌دیگر بخش‌پذیرند و در سمت راست آن‌ها صفر قرار دارد، می‌توان صفرهای مشترک بین دو عدد را در نظر نگرفت و عملیات تقسیم را انجام داد. دقت کنید که حاصل تقسیم دوم با حاصل تقسیم اولیه برابر خواهد بود.



مثال ۲۵ تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

(الف) $۱۶۰۰۰۰ \div ۴۰۰۰ = ۴۰$

(ب) $۴۹۰۰۰۰۰۰ \div ۷۰۰۰۰ = ۷۰۰$

در این حالت، تعداد صفرهای مشترک این دو عدد، ۴ تا است، پس می‌توان حاصل $۴۹۰۰ + ۷$ را به دست آورد. در این حالت، تعداد صفرهای مشترک این دو عدد، ۳ تا است، پس می‌توان حاصل $۱۶۰ + ۴$ را به دست آورد.

مثال ۲۶ جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

(الف) $\frac{۳۰۰۰۰۰}{۱۰۰۰} =$ نصف ۶ تا صد هزار

(ب) $\frac{۱۰۰۰۰}{۱۰۰} =$ ربع ۴ تا ده هزار

(ج) $\frac{۳۰۰۰۰۰۰۰}{۱۰۰۰۰۰} =$ ثلث ۹ تا صد میلیون

(د) $\frac{۴۰۰۰۰۰۰۰۰}{۱۰۰۰۰۰۰} =$ نصف ۸ تا یک میلیارد

تقسیم دو عدد با باقی مانده‌ی غیر صفر

$$\begin{array}{r} ۵۰۰۰ \overline{) ۳۰۰} \\ - ۳۰۰۰ \\ \hline ۲۰۰۰ \end{array}$$

در تقسیم دو عدد که باقی مانده‌ای غیر از صفر دارند، باید به روش متفاوتی عمل کنیم. مثلاً برای تقسیم عدد ۵۰۰۰ بر ۳۰۰، ابتدا بررسی می‌کنیم که به ۳۰۰ نفر چند دسته‌ی ۱۰ تایی می‌رسد. چون باقی مانده از مقسوم‌علیه بیش‌تر است، تقسیم را ادامه می‌دهیم، یعنی بررسی می‌کنیم که به ۳۰۰ نفر چند یکی می‌رسد.

$$\begin{array}{r} ۲۰۰۰ \overline{) ۳۰۰} \\ - ۱۸۰۰ \\ \hline ۲۰۰ \end{array}$$

در نهایت خارج قسمت‌های هر دو مرحله را باهم جمع می‌کنیم. بنابراین خارج قسمت این تقسیم به صورت $۱۰ + ۶ = ۱۶$ و باقی مانده‌ی آن، برابر ۲۰۰ خواهد بود.

مثال ۳۷ تقسیم‌های داده شده را انجام دهید.

(الف) $۹۰۰۰۰۰ \overline{) ۴۰۰۰۰۰}$

$$\begin{array}{r} ۹۰۰۰۰۰ \overline{) ۴۰۰۰۰۰} \\ - ۸۰۰۰۰۰ \\ \hline ۱۰۰۰۰۰ \end{array}$$

چون باقی مانده از مقسوم‌علیه کمتر است، پس در همین یک مرحله جواب تقسیم حاصل می‌شود.

(ب) $۶۰۰۰۰ \overline{) ۷۰۰}$

$$\begin{array}{r} ۶۰۰۰۰ \overline{) ۷۰۰} \\ - ۵۶۰۰۰ \\ \hline ۴۰۰۰ \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} ۴۰۰۰ \overline{) ۷۰۰} \\ - ۳۵۰۰ \\ \hline ۵۰۰ \end{array}$$

خارج قسمت تقسیم به صورت $۸۰ + ۵ = ۸۵$ و باقی مانده‌ی تقسیم برابر ۵۰۰ خواهد بود.

عدد مرکب

هر عددی که دارای دو یا چند جزء باشد، عدد مرکب است. مانند عدد مرکب تشکیل شده از دو جزء کیلوگرم و گرم، یا عدد مرکب تشکیل شده از سه جزء ساعت، دقیقه و ثانیه یا عدد مرکب تشکیل شده از چهار جزء سال، ماه، روز و ساعت.

عدد مرکب تشکیل شده از ساعت، دقیقه و ثانیه

این نوع عدد مرکب، به صورت «ثانیه: دقیقه: ساعت» نشان داده می‌شود.



۴:۳۵:۱۵"

مثال ۳۸ زمان نشان داده شده توسط ساعت مقابل را بنویسید.

الگوهای عددی مربوط به زمان:

با داشتن یک زمان اولتیه و یک فاصله‌ی زمانی، می‌توان یک الگو ایجاد کرد. به‌طور مثال، اگر زمان اولتیه ۲:۲۰' بوده باشد، با داشتن فاصله‌ی زمانی ۱۰ دقیقه می‌توان الگوی مقابل را تشکیل داد. $۲:۲۰' \Rightarrow ۲:۳۰' \Rightarrow ۲:۴۰' \Rightarrow ۲:۵۰' \Rightarrow ۳:۰۰' \Rightarrow ۳:۱۰' \Rightarrow \dots$

مثال ۳۹ الگوهای عددی زیر را کامل کنید.

الف) $۴:۰۵', ۴:۲۰', ۴:۳۵', ۴:۵۰', ۵:۰۵', ۵:۲۰'$

ب) $۷:۴۵':۱۰'', ۷:۴۵':۲۰'', ۷:۴۵':۳۰'', ۷:۴۵':۴۰'', ۷:۴۶'$



مثال ۴۰ اتوبوسی در ساعت ۸:۲۵':۳۰" وارد ایستگاه ۱ می‌شود. اگر

فاصله‌ی ایستگاه‌ها از یک‌دیگر ۱۵' باشد، این اتوبوس در چه ساعت‌هایی به ایستگاه‌های ۲، ۳ و ۴ خواهد رسید؟

ایستگاه ۱: ۸:۲۵':۳۰" ، ایستگاه ۲: ۸:۴۰':۳۰" ، ایستگاه ۳: ۸:۵۵':۳۰" ، ایستگاه ۴: ۹:۱۰':۳۰"

جمع زمان‌ها

برای انجام عملیات جمع، باید اعداد مربوط به ثانیه، دقیقه و ساعت را زیرهم بنویسیم و عمل جمع را انجام دهیم. اگر حاصل جمع ثانیه‌ها یا دقیقه‌ها از ۶۰ بیش‌تر شود، باید ۶۰ واحد از آن کم کرده و یک واحد به زمان سمت چپ آن‌ها اضافه کرد. مانند:

$$\begin{array}{r} 2\ 35\ 45'' \\ +\ 4\ 15\ 27'' \\ \hline 6\ 52\ 72'' \\ \xrightarrow{-60''} 6\ 52\ 12'' \end{array} \Rightarrow 6:52:12''$$

مثال ۴۱ حاصل جمع‌های زیر را به‌دست آورید.

الف) $\begin{array}{r} 4\ 47'\ 53'' \\ +\ 3\ 30'\ 29'' \\ \hline 7\ 77'\ 82'' \\ \xrightarrow{-60''} 7\ 17'\ 22'' \end{array} \Rightarrow 7:17:22''$

ب) $\begin{array}{r} 5\ 36'\ 45'' \\ +\ 2\ 10'\ 12'' \\ \hline 7\ 46'\ 57'' \end{array}$

مثال ۴۲ الیام در روز شنبه ۲:۵۰':۳۰" و در روز یک‌شنبه ۴:۳۰':۱۲" مطالعه

داشته است. او در این دو روز، روی هم چه قدر مطالعه کرده است؟

$$\begin{array}{r} 2\ 50'\ 30'' \\ +\ 4\ 30'\ 12'' \\ \hline 7\ 80'\ 42'' \\ \xrightarrow{-60''} 7\ 20'\ 42'' \end{array} \Rightarrow 7:20:42''$$





تفریق زمان‌ها

برای انجام عملیات تفریق، باید اعداد مربوط به ثانیه، دقیقه و ساعت را زیر هم بنویسیم و عمل تفریق را انجام دهیم. اگر در یکی از مراحل تفریق، ثانیه یا دقیقه‌ی عدد اول کوچک‌تر از عدد دوم باشد، باید یک واحد از زمان سمت چپ کم و ۶۰ واحد به زمان موردنظر اضافه کنیم تا انجام عمل تفریق امکان‌پذیر باشد. مانند:

$$\begin{array}{r} 7 \text{ } 35' \text{ } 40'' \\ - 4 \text{ } 34' \text{ } 40'' \\ \hline 3 \text{ } 1' \text{ } 0'' \end{array}$$

مثال ۲۳ حاصل تفریق‌های زیر را به دست آورید.

الف)

$$\begin{array}{r} 13 \text{ } 113' \text{ } 2'' \\ - 14 \text{ } 52' \text{ } 2'' \\ \hline 8 \text{ } 54' \text{ } 2'' \end{array}$$

ب)

$$\begin{array}{r} 21 \text{ } 89' \text{ } 75'' \\ - 10 \text{ } 32' \text{ } 40'' \\ \hline 11 \text{ } 57' \text{ } 35'' \end{array}$$



مثال ۲۴ اگر قطاری در ساعت ۸:۳۴ از شهر (الف) حرکت کند و در ساعت ۱۴:۴۲ به شهر (ب) برسد، چند ساعت در راه بوده است؟ این قطار با توجه به تفریق روبه‌عرو، ۶:۷ در راه بوده است.

$$\begin{array}{r} 14 \text{ } 42' \\ - 8 \text{ } 34' \\ \hline 6 \text{ } 7' \end{array}$$

عدد مرکب تشکیل شده از گرم و کیلوگرم

برای جمع یا تفریق دو یا چند عدد مرکب که از دو جزء گرم و کیلوگرم تشکیل شده است، کافی است گرم‌ها را با هم و کیلوگرم‌ها را نیز با هم جمع یا تفریق کنیم. البته توجه داشته باشید که ۱۰۰۰ گرم، ۱ کیلوگرم است، پس در محاسبات باید آن را لحاظ کنیم.



مثال ۲۵ ۲ کیلو و ۳۰۰ گرم سیب، ۳ کیلو و ۷۰۰ گرم زردآلو و ۵ کیلو و ۶۵۰ گرم هلو خریدیم. روی هم چند کیلو میوه خریدیم؟

$$\begin{array}{r} \text{گرم} \quad \text{کیلوگرم} \\ 4 \quad 300 \\ + 3 \quad 700 \\ + 5 \quad 650 \\ \hline 12 \text{ } 650 \end{array} \Rightarrow 12 \text{ کیلوگرم و } 650 \text{ گرم}$$

مثال ۲۶ جرم علی ۷۰ کیلو و ۶۵۰ گرم و جرم رضا ۶۳ کیلو و ۸۲۰ گرم است. جرم علی چه قدر از جرم رضا بیش‌تر است؟



$$\begin{array}{r} \text{گرم} \quad \text{کیلوگرم} \\ 70 \text{ } 650 \\ - 63 \text{ } 820 \\ \hline 6 \text{ } 830 \end{array}$$

عدد مرتب تشکیل شده از سال، ماه، روز و ساعت

با توجه به این که هر ۲۴ ساعت ۱ روز، هر ۳۰ روز یا ۳۱ روز یک ماه و هر ۱۲ ماه نیز یک سال می‌توان جمع و تفریق‌های مربوط به این اعداد را انجام داد.

مثال ۴۷ اگر اکنون ساعت ۱۶ روز ۲۱ خردادماه باشد، ۲ ماه و ۱۵ روز و ۴ ساعت بعد، چه زمانی است؟

ساعت	روز	ماه
۱۶	۲۱	خرداد
+	۴	۲
<hr/>		
۲۰	۲۵	مرداد
+۱ شهریور		

ساعت ۲۰ روز ۵ شهریور است ⇒



مثال ۴۸ امیر می‌خواهد با هواپیما به مسافرت برود. اگر اکنون ساعت ۹ صبح

روز ۷ مهر باشد و پرواز او ساعت ۳ بامداد روز ۱۶ بهمن باشد، چه قدر تا پرواز او زمان باقی مانده است؟

ساعت	روز	ماه
۹	۷	مهر
+	۲۴	۱۵
<hr/>		
۳۳	۲۲	بهمن
-۲۴		
۹	۷	مهر
<hr/>		
۱۸	۸	۴

۴ ماه و ۸ روز و ۱۸ ساعت تا زمان پرواز او باقی مانده است ⇒

مثال ۴۹ ۳ روز و ۱۱ ساعت بعد از ساعت ۷ بعد از ظهر روز یکشنبه، چه ساعت و چه روزی است؟

ساعت	روز
۱۹	یکشنبه
+	۱۱
<hr/>	
۳۰	چهارشنبه
+۱ پنجشنبه	

ساعت ۷ بعد از ظهر، یعنی ساعت ۱۹.

ساعت ۶ صبح روز پنجشنبه است ⇒

مثال ۵۰ اگر تقویم ۲۷ مهرماه سال ۱۳۸۰ را نشان دهد، پس از ۵ سال و ۳ ماه و ۱۰ روز دیگر، چه تاریخی را نشان

می‌دهد؟ مهر، هفتمین ماه سال است.

روز	ماه	سال
۲۷	۷	۱۳۸۰
+	۳	۵
<hr/>		
۳۰	۱۰	۱۳۸۵
+۱۱		

تقویم ۷ بهمن سال ۱۳۸۵ را نشان می‌دهد ⇒



مثال ۵۱ در تمرین یک تیم ورزشی، بعد از هر ۴۰' ورزش، ۱۰' استراحت می‌کنند.

اگر تمرین ساعت ۴ و ۱۵ دقیقه شروع شود و در طول تمرین، سه بار استراحت کنند، تمرین در چه ساعتی تمام می‌شود؟

استراحت $\xrightarrow{۴۰'}$ شروع تمرین

پایان تمرین $\xrightarrow{۴۰'}$ استراحت $\xrightarrow{۴۰'}$ استراحت $\xrightarrow{۴۰'}$



$$\left. \begin{aligned} \text{زمان استراحت‌ها} &= 10' + 10' + 10' = 30' \\ \text{زمان تمرین‌ها} &= 40' + 40' + 40' + 40' = 160' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{زمان کل تمرین و استراحت} = 30' + 160' = 190' = 3:10'$$

$$\begin{array}{r} 4 \ 15' \\ + \ 3 \ 10' \\ \hline 7 \ 25' \end{array} \Rightarrow \text{زمان پایان تمرین ساعت ۷ و ۲۵ دقیقه است}$$

مثال ۵۲ وحید سال ۱۳۶۰ و فرید سال ۱۳۵۴ به دنیا آمده‌اند. کدامیک بزرگ‌تر است؟ در سال ۱۳۹۰ سن هر کدام چند سال بوده است؟ با توجه به سال‌های تولد، فرید زودتر به دنیا آمده، پس بزرگ‌تر است.

$$\text{سال } 1390 - 1360 = 30 \text{ سال وحید در سال } 1390 \quad \text{سال } 1390 - 1354 = 36 \text{ سال فرید در سال } 1390$$

الگویابی

الگویابی، ابزاری برای ساده‌تر کردن حل مسئله است. توجه داشته باشید که مهم‌ترین موضوع در الگویابی، کشف رابطه‌ی منطقی و درست بین عددها یا شکل‌ها است.

مثال ۵۳ الگوهای زیر را ادامه دهید.

الف) $150, 200, 250, 300, \dots$

ب) $\blacksquare, \blacksquare\blacksquare, \blacksquare\blacksquare\blacksquare, \blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare, \blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare$

الگویابی عددی

در این نوع الگویابی، به دنبال کشف رابطه‌ی بین عددها هستیم.

مثال ۵۴ در الگوهای زیر، رابطه‌ی بین عددها را توضیح داده و آن‌ها را ادامه دهید.

الف) $2, 8, 14, 20, \dots$

در این الگو، عددها ۶ واحد، ۶ واحد اضافه شده‌اند، یعنی هر عدد به جز عدد اول، از عدد قبلی ۶ واحد بیشتر است.

$2, 8, 14, 20, 26, 32, 38, \dots$

ب) $35, 31, 27, 23, \dots$

در این الگو، عددها ۴ واحد، ۴ واحد کم می‌شوند، یعنی هر عدد به جز عدد اول، از عدد قبلی ۴ واحد کمتر است.

$35, 31, 27, 23, 19, 15, \dots$

ج) $4, 12, 36, 108, \dots$

$4, 12, 36, 108, 324, 972$

در این الگو، هر عدد ۳ برابر شده و عدد بعدی را می‌سازد.

نکته

در برخی الگوهای عددی، بهتر است یک جدول نظام‌دار رسم کنیم و اطلاعات عددی مربوط به مسئله را در آن بنویسیم. مانند:

شماره‌ی عدد	۱	۲	۳	۴
مقدار عدد	۶	۱۲	۱۸	۲۴

۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ... → $\times 6$

۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ...

مثال ۵۵ در الگوی عددی روبه‌رو، عدد صدم چند است؟

شماره‌ی عدد	۱	۲	۳	۴
مقدار عدد	۴	۸	۱۲	۱۶

$\times 4$

با توجه به جدول نظام‌داری که رسم کرده‌ایم، درمی‌یابیم که اگر هر عدد در سطر بالا را ۴ برابر کنیم، عدد سطر پایین آن به دست می‌آید.

$4 \times 100 = 400$

پس عدد صدم در این الگو برابر است با:

نکته

در برخی از الگوهای عددی که فاصله‌ها یکسان است، تنها با عمل جمع می‌توان به اعداد بعدی دست یافت و عمل ضرب در این الگوها به تنهایی برای یافتن اعداد بعدی کاربردی ندارد.

۱, ۳, ۵, ۷, ...

مثال ۵۶ در الگوی عددی مقابل، عدد هشتم را بیابید.

شماره‌ی عدد	۱	۲	۳	۴
مقدار عدد	۱	۳	۵	۷

$+2$ $+2$ $+2$

با توجه به جدول نظام‌دار، نمی‌توان اعداد سطر پایین را از ضرب کردن یک عدد در سطر بالا به دست آورد. هر عدد از جمع عدد قبلی با ۲

حاصل شده است: $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15$
عدد هشتم $\rightarrow +2 +2 +2 +2 +2 +2 +2$

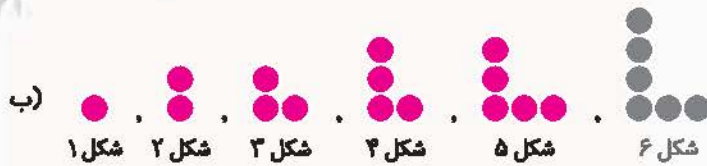
الگویابی هندسی:

در این نوع الگویابی، به دنبال کشف رابطه‌ی بین شکل‌ها هستیم. برای کشف رابطه‌ی بین شکل‌ها در یک الگویابی هندسی، بهتر است از **دسته‌بندی** استفاده کنیم.

مثال ۵۷ با توجه به شکل‌های داده‌شده در الگوهای زیر، شکل بعدی را رسم کنید.



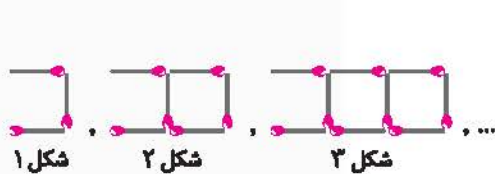
توجه کنید که در هر مرحله ۲ مربع به شکل اضافه شده، یکی در سطر بالا و دیگری در سطر پایین.



در الگوی هندسی داده شده، در هر مرحله یک دایره به شکل اضافه شده است، به این صورت که یکبار دایره به ستون اضافه شده و یکبار به سطر.

تبدیل الگوی هندسی به الگوی عددی

در برخی از موارد، می توان با تبدیل الگوی هندسی به الگوی عددی، ارتباط بین شکل ها را به کمک ارتباط بین عددها به دست آورد.



در الگوی روبه رو، شکل بیست و پنجم از چند چوب کبریت درست شده است؟

از آن جاکه کشیدن شکل بیست و پنجم در این الگو بسیار دشوار می باشد، از جدول نظام دار استفاده کرده تا رابطه ی بین شکل ها و تعداد چوب کبریت ها را به دست آوریم. با کمی دقت، متوجه می شویم که اگر اعداد سطر بالا را در ۳ ضرب کنیم، اعداد سطر پایین حاصل می شود.

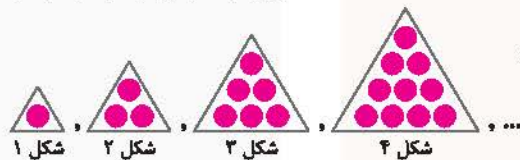
شماره ی شکل	۱	۲	۳
تعداد چوب کبریت ها	۳	۶	۹

بنابراین، تعداد چوب کبریت های شکل بیست و پنجم، از رابطه ی روبه رو به دست می آید.

$$25 \times 3 = 75$$

عددهای مثلثی

عددهای مثلثی همواره از ۱ شروع می شوند و در مرحله ی اول ۲ واحد به عدد اول اضافه می شود تا عدد دوم به دست آید، در مرحله ی بعد ۳ واحد به عدد قبلی اضافه می گردد و به همین ترتیب الگوی عددی شکل می گیرد.



دلیل این نام گذاری آن است که اگر این الگو را به الگوی هندسی تبدیل کنیم، شکل هر مرحله به صورت یک مثلث خواهد بود.

نکته

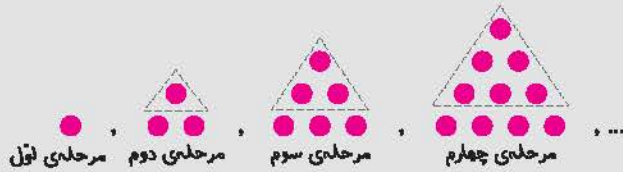
در عددهای مثلثی، برای این که بتوانیم تعداد دایره های هر مرحله را به دست آوریم، از رابطه ی زیر استفاده می کنیم.

$$2 = [(شماره ی مرحله) \times (شماره ی مرحله)] + 1 = \text{تعداد دایره های هر مرحله}$$

مثال ۵۹ در الگوی عددهای مثلثی، شکل یازدهم از چند دایره درست شده است؟ با استفاده از رابطه‌ی عددهای مثلثی داریم:

$$\text{تعداد دایره‌های مرحله‌ی یازدهم} = [11 \times (11+1)] \div 2 = 132 + 2 = 66$$

نکته



باتوجه‌ای بیشتر تر به الگوی اعداد مثلثی، می‌توانیم شکل این الگو را به صورت مقابل رسم کنیم.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{شماره‌ی مرحله} + \text{تعداد دایره‌های مرحله‌ی قبل} = \text{تعداد دایره‌های هر مرحله}$$

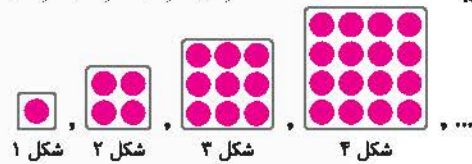
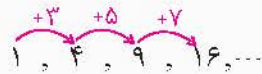
مثال ۶۰ در الگوی عددهای مثلثی، اختلاف تعداد دایره‌ها در دو مرحله‌ی ۳۱ و ۳۲ چند است؟ طبق نکته‌ی بالا، داریم:

$$\text{اختلاف} \rightarrow 32 + \text{تعداد دایره‌های مرحله‌ی } 31 = \text{تعداد دایره‌های مرحله‌ی } 32$$

مثال ۶۱ در الگوی عددهای مثلثی، اگر شکل مرحله‌ی یازدهم دارای ۶۶ دایره باشد، شکل مرحله‌ی دوازدهم دارای چند دایره است؟ در مرحله‌ی دوازدهم، طبق نکته، دوازده دایره به دایره‌های مرحله‌ی یازدهم اضافه می‌شود، پس:

$$\text{تعداد دایره‌های مرحله‌ی دوازدهم} = 66 + 12 = 78$$

عددهای مربعی



عددهای مربعی همواره از ۱ شروع می‌شوند و الگوی آن‌ها به صورت مقابل است. دلیل این نام‌گذاری آن است که اگر این الگو را به الگوی هندسی تبدیل کنیم، شکل هر مرحله، به صورت یک مربع خواهد بود.

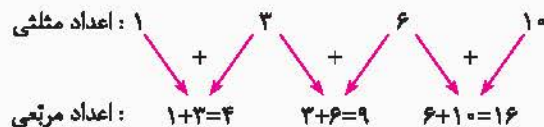
نکته

در عددهای مربعی، برای این‌که بتوانیم تعداد دایره‌های هر مرحله را به دست آوریم، می‌توانیم از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم.

$$(\text{شماره‌ی مرحله}) \times (\text{شماره‌ی مرحله}) = \text{تعداد دایره‌های هر مرحله}$$

مثال ۶۲ در عددهای مربعی، در مرحله‌ی دوازدهم چند دایره داریم؟ $12 \times 12 = 144$ = تعداد دایره‌های مرحله‌ی دوازدهم

رابطه‌ی بین الگوی عددهای مثلثی و مربعی



با دانستن اعداد مثلثی می‌توانیم اعداد مربعی را به دست آوریم، به این ترتیب که جمع هر دو عدد مثلثی متوالی، یک عدد مربعی می‌باشد.



الگوهای دو مرحله‌ای

در بعضی از الگوها، فقط از یک عمل ریاضی مانند \times ، \div ، $+$ یا $-$ استفاده نمی‌شود تا اعداد الگو به دست آیند، بلکه ممکن است از چند عملیات به‌طور هم‌زمان استفاده شود. در بعضی موارد فاصله‌ی بین اعداد نیز دارای الگو می‌باشد. برای آشنایی با چنین الگوهایی به مثال‌های زیر توجه کنید.

مثال ۶۳ در الگوهای عددی زیر، عددهای بعدی را پیدا کنید.

الف) $1, 3, 7, 13, 21, 31, 43$ (در این الگو، فاصله‌ی بین اعداد نیز دارای الگوی شمارش دوتادوتا می‌باشد.)

ب) $2, 5, 4, 7, 6, 9, 8, 11, 10$ (در این الگو، اعداد به‌صورت یکی در میان زوج و فرد هستند.)



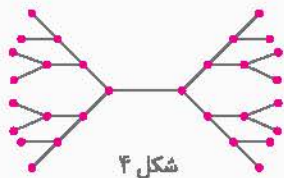
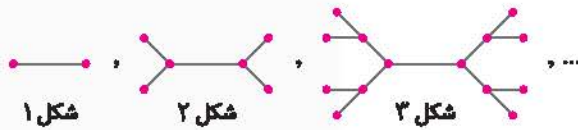
مثال ۶۴ در الگوی هندسی روبه‌رو، محیط شکل پنجم چند است؟

(ضلع هر مربع ۱ سانتی‌متر است.)

محیط شکل ۱: ۴
 محیط شکل ۲: ۶
 محیط شکل ۳: ۸
 ...
 ۱۲: محیط شکل ۵ \Rightarrow

با توجه به این که محیط شکل‌ها اعداد زوج متوالی را نشان می‌دهد، داریم:

مثال ۶۵ الگوی هندسی زیر را در نظر بگیرید.



الف) شکل چهارم را رسم کنید. با کمی دقت می‌بینیم که در شکل ۲ هر نقطه به دو نقطه‌ی جدید وصل شده و در شکل ۳ نیز، هر نقطه به دو نقطه‌ی جدید دیگر وصل شده، پس شکل ۴ به‌صورت روبه‌رو است.

ب) شکل پنجم دارای چند نقطه است؟

شماره‌ی شکل	تعداد نقطه‌ها
۱	۲
۲	۶
۳	۱۴
۴	۳۰
۵	۶۲

$+4 \times 2$
 $+8 \times 2$
 $+16 \times 2$
 $+32$

فصل اول / عددنویسی و الگوها

الف) به سؤالات زیر، پاسخ کامل دهید.

۱) عددهای زیر را در جدول ارزش مکانی قرار داده و آنها را به حروف بنویسید.

الف) ۱۴۰۴۰۰۰۰۴

ب) ۵۳۲۸۰۰۰

۲) جدول‌های ارزش مکانی زیر را کامل کنید.

میلیون	هزار		یکی	
	ص	د	ص	د
			۴	۵
				۰
				۱

الف)

میلیون	هزار		یکی	
	ص	د	ص	د
			۶	۰
				۰
				۱
				۳

ب)

۳) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) اگر عدد ۸۵۰ را ۱۰۰ برابر کنیم، ارزش رقم ۵ چند می‌شود؟

ب) اگر عدد ۴۳۶۵ را ۱۰۰۰ برابر کنیم، ارزش رقم ۳ چند می‌شود؟

ج) اگر عدد ۵۰۰۰۳ را ۱۰ برابر کنیم، ارزش رقم ۵ چند می‌شود؟

۴) اگر در یک عدد، ارزش یک رقم «دهگان هزار» باشد و عدد را ۱۰۰ برابر کنیم، ارزش آن رقم چند می‌شود؟

۵) در عددی ارزش رقم ۷، «صدگان هزار» می‌باشد. اگر این عدد را ۱۰۰۰ برابر کنیم، در عدد به دست آمده ارزش

رقم ۷ چند خواهد شد؟

۶) جدول‌های ارزش مکانی زیر را کامل کنید.

هزار	یکی	
	ص	د
	۴	۵
		۰
		۰

الف)

میلیون	هزار		یکی	
	ص	د	ص	د
	۵	۲	۹	۰
				۰
				۰

ب)

۷) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) اگر عدد ۱۹۲۰۰ را بر ۱۰ تقسیم کنیم، ارزش رقم ۹ چند می‌شود؟

ب) اگر عدد ۳۴۵۱۰۰ را بر ۱۰۰ تقسیم کنیم، ارزش رقم ۳ چند می‌شود؟

۸) اگر در عددی که سه رقم سمت راست آن صفر است، ارزش مکانی یک رقم «صدگان میلیون» باشد و آن عدد را بر

۱۰۰۰ تقسیم کنیم، ارزش آن رقم چند می‌شود؟

فصل اول

عددنویسی و الگوها



عددنویسی

در سال گذشته، با خواندن و نوشتن اعداد تا طبقه‌ی میلیون آشنا شدیم. یعنی آموختیم که چگونه اعداد را تا ۹ رقم بخوانیم و بنویسیم. هم‌چنین آموختیم که چگونه یک عدد را در یک جدول ارزش مکانی قرار دهیم. به‌عنوان نمونه عدد ۲,۰۱۳,۱۲۳ را در یک جدول ارزش مکانی قرار می‌دهیم و آن را به‌حروف می‌نویسیم.

یکه	هزار			میلیون		
ی	د	ص	ی	د	ص	ی
۳	۲	۱	۳	۰	۱	۲
صد و بیست و سه	صد و بیست و سه	صد و بیست و سه	صد و بیست و سه	صد و بیست و سه	صد و بیست و سه	صد و بیست و سه

دو میلیون و سیزده هزار و صد و بیست و سه
عدد طبقه‌ی میلیون عدد طبقه‌ی هزار عدد طبقه‌ی یکی

مثال ۱ عدد های زیر را در جدول ارزش مکانی قرار داده و آن‌ها را به‌حروف بنویسید.

الف) ۲۵۰۰۰۴۰۳

یکه	هزار			میلیون		
ی	د	ص	ی	د	ص	ی
۳	۰	۴	۰	۰	۵	۲
سه	صفر	چهارصد	صفر	صفر	پنجصد و پنجاه	دو

«دو و پنج میلیون و چهارصد و سه»

چون تمام ارقام طبقه‌ی هزار، صفر می‌باشند، بنابراین عدد

مربوط به این طبقه را نمی‌نویسیم.

ب) ۲۸۴۰۰۲

یکه	هزار		
ی	د	ص	ی
۲	۰	۴	۸
دو	صفر	چهارصد و هشتاد	دو

«دو و چهار هزار و دو»

ارزش مکانی یک رقم

یکه	هزار		
ی	د	ص	ی
۰	۰	۲	۳
صفر	صفر	دو	سه

ارزش مکانی هر رقم از مرتبه و طبقه‌ی آن رقم تشکیل شده است، به‌عنوان

مثال ارزش مکانی رقم ۶ در عدد مقابل «دهگان هزار» می‌باشد.
مرتبه طبقه

مثال ۲ با توجه به عدد ۴۸۰۲۵۶۱۳۹ ارزش مکانی رقم‌های خواسته‌شده را بنویسید.

ب) ۵: دهگان هزار

د) ۹: یکان

الف) ۴: صدگان میلیون

ج) ۲: صدگان هزار

تغییر ارزش یک رقم

الف) هرگاه عددی در ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ... ضرب شود، ارزش ارقام آن عدد به تعداد صفرها **بیش تر** می شود. به عنوان مثال، عدد ۳۵۲ را در ۱۰ و ۱۰۰ ضرب و ارزش رقم ۵ را در این دو حالت بررسی می کنیم.

ارزش مکانی رقم ۵ در عدد ۳۵۲: دهگان
 ارزش مکانی رقم ۵ در عدد ۳۵۲۰: صدگان
 ارزش مکانی رقم ۵ در عدد ۳۵۲۰۰: یکان هزار

یکی			هزار		
ی	د	ص	ی	د	ص
۲	۵	۳			
۰	۲	۵	۳		

$\times 10$

یکی			هزار		
ی	د	ص	ی	د	ص
۲	۵	۳			
۰	۰	۲	۵	۳	

$\times 100$

مثال ۳ اگر اعداد زیر را ۱۰۰ برابر کنیم، ارزش رقم ۳ در آن‌ها چند خواهد شد؟

- الف) $۵۳۱ \times 100 \Rightarrow ۵۳۱۰۰$ ارزش رقم ۳: یکان هزار
 ب) $۳۸۲۵ \times 100 \Rightarrow ۳۸۲۵۰۰$ ارزش رقم ۳: صدگان هزار
 ج) $۳۲۰ \times 100 \Rightarrow ۳۲۰۰۰$ ارزش رقم ۳: دهگان هزار

مثال ۴ جدول ارزش مکانی مقابل را پر کنید.

یکی			هزار			میلیون		
ی	د	ص	ی	د	ص	ی	د	ص
۰	۳	۷	۸					
۰	۰	۳	۷	۸				
۰	۰	۳	۷	۸				
۰	۰	۳	۷	۸				

$\times 10$, $\times 100$, $\times 1000$

نکته

ده‌ها ده‌تایی برابر است با یک صدتایی. صدتا صدتایی برابر است با یک ده‌هزارتایی.
 هزارتا هزارتایی برابر است با یک میلیون تایی.

ب) هرگاه عددی بر ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ... **تقسیم** شود، ارزش ارقام آن عدد به تعداد صفرها **کم تر** می شود. به عنوان مثال، عدد ۹۷۶۰۰۰ را بر ۱۰ و ۱۰۰۰ تقسیم کرده و ارزش رقم ۷ را در این دو حالت بررسی می کنیم.

یکی			هزار		
ی	د	ص	ی	د	ص
۰	۰	۰	۶	۷	۹
۰	۰	۶	۷	۹	

$\div 10$

یکی			هزار		
ی	د	ص	ی	د	ص
۰	۰	۰	۶	۷	۹
۰	۰	۶	۷	۹	

$\div 1000$

- ارزش مکانی رقم ۷ در عدد ۹۷۶۰۰۰: دهگان هزار
 ارزش مکانی رقم ۷ در عدد ۹۷۶: دهگان



مثال ۵ اگر اعداد زیر را بر ۱۰۰ تقسیم کنیم، ارزش رقم ۲ در آن‌ها چند خواهد شد؟

- ارزش رقم ۲: دهگان $۸۲۴۰۰ \xrightarrow{+۱۰۰} ۸۲۴$ (الف)
- ارزش رقم ۲: یکان هزار $۲۵۸۰۰۰ \xrightarrow{+۱۰۰} ۲۵۸۰$ (ب)
- ارزش رقم ۲: یکان $۱۳۲۰۰ \xrightarrow{+۱۰۰} ۱۳۲$ (ج)

مثال ۶ جدول ارزش مکانی زیر را پر کنید.

میلیون			هزار			یکی		
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
		۲	۰	۸	۴	۰	۰	۰
			۲	۰	۸	۴	۰	۰
				۲	۰	۸	۴	۰
					۲	۰	۸	۴

Handwritten annotations: $\div 10$ (from 400 to 40), $\div 100$ (from 400 to 4), $\div 1000$ (from 400 to 0.4)

مثال ۷ جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

- (الف) ۱۰ تا ۱۰۰ تایی برابر است با یک ~~هزار تایی~~ **هزار تایی**.
- (ب) ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ تایی برابر است با یک ~~صد هزار تایی~~ **صد هزار تایی**.
- (ج) ۱۰ تا ۱۰۰۰۰ تایی برابر است با یک ~~صد هزار تایی~~ **صد هزار تایی**.
- (د) ۱۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰ تایی برابر است با یک ~~ده میلیون تایی~~ **ده میلیون تایی**.

بیشترین و کمترین مقدار حاصل ضرب دو عدد دورقمی:

اگر بخواهیم با استفاده از چند رقم، دو عدد دورقمی بدون تکرار ارقام بنویسیم به طوری که حاصل ضرب آن‌ها بیشترین یا کمترین مقدار ممکن باشد، به روش‌های زیر عمل می‌کنیم.

الف) حاصل ضرب، بیشترین مقدار یکن شود:

ابتدا از بین رقم‌های داده شده، دو رقم بزرگ‌تر را در جایگاه دهگان دو عدد قرار می‌دهیم، سپس از بین ارقام باقی مانده، دو رقم بزرگ‌تر دیگر را مشخص کرده و آن‌ها را به جای یکان اعداد قرار می‌دهیم، به طوری که عددی که رقم دهگان بزرگ‌تری دارد، دارای رقم یکان کوچک‌تر نیز باشد. حاصل ضرب به دست آمده، **بیشترین** مقدار ممکن خواهد بود.

مثال ۸

چهار کارت داریم که روی آن‌ها ارقام ۲، ۳، ۵ و ۹ نوشته شده است. با استفاده از این کارت‌ها دو عدد دورقمی به دست آورید که حاصل ضربشان بیشترین مقدار ممکن شود.

ابتدا رقم‌های ۹ و ۵ را که بزرگ‌ترین ارقام هستند، در جایگاه دهگان قرار می‌دهیم.

سپس رقم ۲ را که کوچک‌تر می‌باشد، به جای یکان عدد اول که دارای دهگان بزرگ‌تری است قرار می‌دهیم و در نهایت، آخرین رقم (یعنی ۳) را به جای یکان عدد دوم قرار می‌دهیم.

عدد اول: $\boxed{9} \boxed{2}$ عدد دوم: $\boxed{5} \boxed{3}$

دو عدد ۹۲ و ۵۳ دارای بزرگ‌ترین حاصل ضرب هستند.

$۹۲ \times ۵۳ = ۴۸۷۶$

ب) حاصل ضرب، کمترین مقدار هکن شود:

ابتدا از بین رقم‌های داده شده، دو رقم کوچک‌تر (به جز صفر) را در جایگاه دهگان دو عدد قرار می‌دهیم، سپس از بین ارقام باقی‌مانده، دو رقم کوچک‌تر دیگر را مشخص کرده و آن‌ها را به جای یکان اعداد قرار می‌دهیم، به طوری که عددی که رقم دهگان کوچک‌تری دارد، دارای رقم یکان کوچک‌تر نیز باشد. حاصل ضرب به دست آمده، کمترین مقدار ممکن خواهد بود.

مثال ۹ چهار کارت داریم که روی آن‌ها اعداد ۴، ۶، ۱ و ۸ نوشته شده است. با استفاده از این کارت‌ها، دو عدد دورقمی به دست آورید که حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن شود. ابتدا رقم‌های ۱ و ۴ را که کوچک‌ترین رقم‌ها هستند، در جایگاه دهگان قرار می‌دهیم.

عدد اول: عدد دوم:

سپس رقم ۶ که کوچک‌تر است را در جایگاه یکان عدد اول که دهگان کوچک‌تری دارد قرار می‌دهیم تا اعداد مورد نظر، حاصل شوند.

عدد اول: عدد دوم:

$$۱۶ \times ۴۸ = ۷۶۸$$

دو عدد ۱۶ و ۴۸، دارای کمترین حاصل ضرب خواهند بود.

نمایش اعداد روی محور

با توجه به این که اندازه‌ی واحدها یکسان است، بنا به فاصله‌ی صفر تا اولین واحد، می‌توانیم اعداد را روی محور نمایش دهیم. به عنوان مثال، بقیه‌ی اعداد را روی محور زیر نمایش می‌دهیم.



مثال ۱۰ با توجه به محورها، جاهای خالی را پر کنید.



با توجه به فاصله‌ی صفر تا اولین واحد، باید همه‌ی واحدها را به همان مقدار (یعنی ۱۰۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰ تا) جلو ببریم.



چون فاصله‌ی صفر تا دومین واحد ۲۰۰۰۰ است، پس هر واحد ۱۰۰۰۰ تا می‌است.

گسترده‌نویسی اعداد

گسترده‌نویسی یعنی نوشتن یک عدد، به صورت مجموع ارقام جدا از هم با حفظ ارزش مکانی آن‌ها. برای گسترده‌نویسی، بهتر است جدول ارزش مکانی را به صورت زیر نمایش دهیم.

یکی	ده‌تایی	صدتایی	هزارتایی	ده‌هزارتایی	صد هزارتایی	یک میلیون تایی	ده میلیون تایی	صد میلیون تایی



مثال ۱۱ گسترده‌ی عدد 2540236 را بنویسید.

$$2540236 = 2000000 + 500000 + 40000 + 200 + 30 + 6$$

یا:

$$2540236 = 2 \text{ تا یک میلیون تایی} + 5 \text{ تا صد هزار تایی} + 4 \text{ تا ده هزار تایی} + 2 \text{ تا صد تایی} + 3 \text{ تا ده تایی} + 6 \text{ تا یکی}$$

مثال ۱۲ هریک از عبارت‌های زیر، چه عددی را نشان می‌دهد؟

(الف) $46510 = 4 \text{ تا ده هزار تایی} + 6 \text{ تا صد تایی} + 5 \text{ تا صد تایی} + 1 \text{ تا یک ده تایی}$

(ب) $3450021 = 3000000 + 400000 + 50000 + 20 + 1$

مثال ۱۳ جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

(الف) 47000000 از 47 تا یک میلیون درست شده است.

(ب) 520000 از 520 تا هزار ساخته شده است.

(ج) چهل و سه هزار از 43 تا هزار درست شده است.

(د) 300000 از 3 تا صد هزار یا از 300 تا ده هزار یا از 3000 تا هزار ساخته شده است.

(ه) دویست هزار از 200 تا ده هزار درست شده است.

معرفی میلیارد

اگر ده دسته‌ی 100 هزار تایی را کنار هم قرار دهیم، عدد $1,000,000$ به دست می‌آید و اگر ده دسته‌ی 100 میلیون تایی را کنار هم بگذاریم، عدد **میلیارد** که به صورت $1,000,000,000$ نوشته می‌شود به دست می‌آید و به این ترتیب، یک طبقه‌ی جدید به نام میلیارد به جدول ارزش مکانی اضافه خواهد شد.

یک	هزار		میلیون		میلیارد	
ی	ص	د	ی	ص	د	ی
ص	د	ص	د	ص	د	ص
→ طبقه						
→ مرتبه						
→ رقم						

به کمک این جدول جدید، می‌توانیم اعداد با رقم ۱۲ رقم را بخوانیم و بنویسیم.

مثال ۱۴ عدد مربوط به هر جدول ارزش مکانی را به حروف بنویسید.

یک	هزار		میلیون		میلیارد	
ی	ص	د	ی	ص	د	ی
ص	د	ص	د	ص	د	ص
۳	۴	۱	۰	۵	۳	۳
سی و یک	چهارصد و سی و دو	چهل و پنج	صفر	هشتصد و سی و دو	چهارصد و سی و دو	سی و یک

$\Rightarrow 31,045,832,413$

سی و یک عدد طبقه‌ی میلیارد / چهارصد و سی و دو عدد طبقه‌ی میلیون / هشتصد و سی و دو عدد طبقه‌ی هزار / چهارصد و سی و دو عدد طبقه‌ی یکی

ب)

هزار			میلیون			میلیارد		
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
۲	۳	۰	۲	۰	۰	۴	۸	۵

$\Rightarrow 485,002,302,000$

چهارصد و هشتاد و پنج میلیارد و دو میلیون و سیصد و دو هزار

ج)

میلیون			میلیارد		
ص	د	ی	ص	د	ی
۶	۵	۰	۸	۱	۰

$\Rightarrow 81,056,000,000$

هشتاد و یک میلیارد و پنجاه و شش میلیون

د)

میلیارد		
ص	د	ی
۲	۱	۰

$\Rightarrow 210,000,000,000$

دویست و ده میلیارد

مثال ۱۵ عددهای زیر را در جدول ارزش مکانی بنویسید.

	یکی			هزار			میلیون			میلیارد		
	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
الف)	۰	۴	۳	۰	۰	۵	۰	۰	۲	۰	۰	۹
ب)	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۳	۳	۵	۱	۱	۴

الف) دو میلیارد و پنج میلیون و سیصد و چهل

ب) چهل و یک میلیارد و پانصد و سی و سه میلیون و دویست هزار

مثال ۱۶ گسترده‌ی هر یک از اعداد زیر را بنویسید.

الف) $98540300189 = 90,000,000,000 + 8,000,000,000 + 500,000,000 + 40,000,000 + 300,000 + 100 + 80 + 9$

ب) $5640000000 = 5,000,000,000 + 600,000,000 + 40,000,000$

مقایسه‌ی اعداد

منظور از مقایسه‌ی دو عدد، این است که ببینیم کدام یک بزرگ‌تر و کدام یک کوچک‌تر هستند. برای مقایسه‌ی دو عدد، باید به صورت زیر عمل کنیم.

الف) ابتدا تعداد ارقام دو عدد را می‌شماریم، عددی که ارقام **بیش‌تری** داشته باشد **بزرگ‌تر** است.

مثال ۱۷ اعداد زیر را باهم مقایسه کنید و علامت $<$ یا $>$ قرار دهید.

الف) $9898989 < 32222222$
 هفت رقمی هشت رقمی

ب) $453210 > 45321$
 شش رقمی پنج رقمی

ب) اگر تعداد ارقام دو عدد باهم برابر بود، ارقام با ارزش‌ترین مرتبه‌ی آن‌ها را باهم مقایسه می‌کنیم و در صورتی که برابر بودند، به سراغ مقایسه‌ی ارقام مرتبه‌های بعدی می‌رویم.

مثال ۱۸ اعداد زیر را باهم مقایسه کنید و علامت $<$ یا $>$ قرار دهید.

الف) $123400000 < 124400000$
 $\uparrow \quad \quad \quad \uparrow$
 $3 < 4$

ب) $270017000 < 270170000$
 $\uparrow \quad \quad \quad \uparrow$
 $0 < 1$



محل تقریبی اعداد روی محور

برای نشان دادن محل تقریبی یک عدد روی محور، به صورت زیر عمل می‌کنیم.
 الف) مشخص کردن اندازه‌های هر واحد روی محور
 ب) یافتن دو واحد متوالی که عدد مورد نظر در بین آن‌ها قرار دارد.
 ج) با مقایسه‌ی عدد مورد نظر با این دو واحد، تعیین می‌کنیم که به کدام یک از آن‌ها نزدیک‌تر است.

مثال ۱۹ در هر مورد، محل تقریبی عدد را روی محور داده شده مشخص کنید.

$$\text{الف} = ۶,۸۹۳,۰۰۰,۰۰۰$$



$$\text{ب} = ۵۲,۳۲۹,۴۰۰,۰۰۰$$



تقریب

برای نوشتن مقدار تقریبی یک عدد، می‌توان از محور استفاده کرد به طوری که فاصله‌های واحدهای محور از هم، طبق تقریب داده شده باشد (به طور مثال برای نوشتن تقریب با رقم صدگان، باید فاصله‌ی واحدها، ۱۰۰ تا بی باشد). سپس عدد مورد نظر را به صورت تقریبی روی محور مشخص می‌کنیم. محل مشخص شده به هر واحد که نزدیک‌تر باشد، آن واحد مقدار تقریبی آن عدد است.

مثال ۲۰ مقدار تقریبی عدد ۶۵۲۳۰۰۰ با تقریب صد هزار چند است؟



چون تقریب رقم صد هزار خواسته شده است، پس واحدهای محور را باید صد هزار تا بی مشخص کنیم. با توجه به محور رسم شده، می‌بینیم که عدد ۶۵۲۳۰۰۰ به عدد ۶۵۰۰۰۰۰ نزدیک‌تر است، که مقدار تقریبی آن را نشان می‌دهد.
 $۶۵۲۳۰۰۰ \xrightarrow{\text{تقریب صد هزار}} ۶۵۰۰۰۰۰$

مثال ۲۱ در یک کشور، تعداد هواداران تیم آبی‌پوش ۹۲۴ هزار نفر، تعداد هواداران تیم قرمزپوش ۷۶۵ هزار نفر و تعداد هواداران تیم سبزپوش ۵۲۰ هزار نفر است. مجموع تعداد هواداران این سه تیم با تقریب یک میلیون چه قدر است؟ (ابتدا حاصل جمع را به دست آورید و سپس تقریب بزنید.)

$$۹۲۴۰۰۰ + ۷۶۵۰۰۰ + ۵۲۰۰۰۰ = ۲۲۰۹۰۰۰$$



چون حاصل جمع به دست آمده به عدد ۲ میلیون نزدیک‌تر است، پس مقدار تقریبی آن ۲ میلیون می‌شود.

مثال ۲۲ بلون رسم محوره، تعیین کنید عددهای داده شده به کدام یک نزدیکتر است. (عدد مورد نظر را با ✓ مشخص کنید).

الف) $32,300,000,000 \leftarrow 32,384,000,000 \Rightarrow 32,400,000,000$

ب) $5,980,000,000 \leftarrow 5,984,000,000 \Rightarrow 5,990,000,000$

مثال ۲۳ جمعیت سه کشور ۷۸ میلیون و ۳۴۰ هزار نفر، ۲۵ میلیون و ۸۳۰ هزار نفر و ۳۹ میلیون و ۵۴۰ هزار نفر است. مجموع جمعیت این کشورها را با تقریب یک میلیون پیدا کنید. (ابتدا اعداد را تقریب بزنید و سپس جمع کنید).

$$\left. \begin{array}{l} 78340000 \xrightarrow{\text{تقریبی}} 78000000 \\ 25830000 \xrightarrow{\text{تقریبی}} 26000000 \\ 39540000 \xrightarrow{\text{تقریبی}} 40000000 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مجموع} = 78,000,000 + 26,000,000 + 40,000,000 = 144,000,000$$

جمع و تفریق

جمع و تفریق اعداد به روش های زیر انجام می شود.

الف) جمع و تفریق اعداد دارای یک طبقه: اعدادی که تنها دارای یک طبقه هستند را ابتدا باید هم طبقه کرد و سپس عملیات جمع و تفریق مربوط به آن ها را انجام داد.

مثال ۲۴ جمع و تفریق های زیر را انجام دهید.

الف) ۱۵ میلیون = ۳ میلیون + ۱۲ میلیون

ب) ۱ میلیون و ۳۶۰ هزار = ۱۳۶ ده هزار + ۱۰۰ ده هزار + ۳۶ ده هزار

ج) ۱۳ میلیارد = ۱۳ میلیارد - ۲۶ میلیارد

د) ۱ میلیون و ۶۹۰ هزار = ۱۶۹ ده هزار = ۳۱ ده هزار - ۲۰۰ ده هزار = ۳۱ ده هزار - ۲۰ صد هزار

ب) جمع و تفریق از طریق زیرهم نویسی: همانند آن چه در سال گذشته آموختیم، برای جمع یا تفریق در این روش، باید از سمت راست ارقام را زیرهم قرار دهیم و سپس عملیات جمع یا تفریق را انجام دهیم. به این ترتیب که برای جمع، با ارزش ترین رقم عدد دوم را به عدد اول اضافه می کنیم و سپس رقم های بعدی را به ترتیب، به حاصل هر مرحله اضافه می کنیم و برای تفریق نیز، به همین صورت با ارزش ترین رقم عدد دوم را از عدد اول کم می کنیم و سپس رقم های بعدی را به همین ترتیب از حاصل مرحله ی قبل کم می کنیم.



مثال ۲۵ حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

الف)

$$\begin{array}{r} ۸۵۳۰۰۰ \\ + ۱۲۰۰۰ \\ \hline ۸۶۳۰۰۰ \\ + ۲۰۰۰ \\ \hline ۸۶۵۰۰۰ \end{array}$$

ب)

$$\begin{array}{r} ۹۵۸۴۳۰۰ \\ - ۴۵۳۲۰۰ \\ \hline ۹۱۸۴۳۰۰ \\ - ۵۳۲۰۰ \\ \hline ۹۱۳۴۳۰۰ \\ - ۳۲۰۰ \\ \hline ۹۱۳۱۳۰۰ \\ - ۲۰۰۰ \\ \hline ۹۱۳۱۱۰۰ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۳۵۷۰۰۰۰۰ \\ + ۱۲۵۲۰۰۰۰۰ \\ \hline ۲۶۰۹۰۰۰۰۰ \end{array}$$

مثال ۲۶ اگر جمعیت کشور چین ۱۳۵۷۰۰۰۰۰۰ نفر و جمعیت کشور هند ۱۲۵۲۰۰۰۰۰۰ نفر باشد، مجموع جمعیت‌های این دو کشور چند نفر است؟

$$\begin{array}{r} ۵۸۹۵۸۶۰۰ \\ - ۳۸۲۵۳۰۰۰ \\ \hline ۲۰۷۰۵۶۰۰ \end{array}$$

مثال ۲۷ در یک کشور ۵۸۹۵۸۶۰۰ کودک وجود دارد که از این تعداد ۳۸۲۵۳۰۰۰ کودک دختر می‌باشند. چند کودک پسر در این کشور وجود دارد؟



مثال ۲۸ اعداد ۱، ۳، ۴، ۵، ۶ را در خانه‌های شکل مقابل طوری بنویسید که مجموع سه عدد عمودی با مجموع سه عدد افقی برابر ۱۲ شود.

ابتدا از بین اعداد داده شده، سه عدد را جدا می‌کنیم که مجموع آن‌ها ۱۲ باشد. $۳+۵+۴=۱۲$ اعداد باقی‌مانده یعنی ۱ و ۶ را در مربع بالا و مربع پایین شکل قرار می‌دهیم. مجموع این دو عدد ۷ است و برای آن که به عدد ۱۲ برسیم، به عدد ۵ نیاز داریم، پس عدد ۵ در وسط شکل قرار می‌گیرد و جایگاه همه‌ی اعداد مشخص می‌شود.

مثال ۲۹ اعداد ۴، ۵، ۶، ۷، ۹ را در خانه‌های شکل زیر چنان قرار دهید که مجموع سه عدد عمودی با مجموع سه عدد افقی برابر ۱۸ باشد.



در این جا نیز $۶+۵+۷=۱۸$ است، پس دو عدد باقی‌مانده یعنی ۴ و ۹ را در مربع‌های بالا و پایین قرار می‌دهیم. اگر در مربع وسط عدد ۵ قرار داده شود، مجموع آن‌ها ۱۸ خواهد بود. پس جایگاه همه‌ی اعداد مشخص می‌شود.

تذکره:

برای ضرب اعدادی که در سمت راست آن‌ها صفر وجود دارد، کافی است ابتدا اعداد را بدون در نظر گرفتن صفرها در هم ضرب کنیم و سپس صفرهای کنار گذاشته شده از اعداد را در سمت راست حاصل ضرب قرار دهیم.

مثال ۳۰ ضرب‌های زیر را انجام دهید.

الف)
$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 2 \\ \hline 760000 \end{array}$$
 بدون در نظر گرفتن صفرها \rightarrow
$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 2 \\ \hline 76 \end{array}$$
 تا ۴ صفر اضافه می‌شود

ب)
$$\begin{array}{r} 8002 \\ \times 5 \\ \hline 4001000 \end{array}$$
 بدون در نظر گرفتن صفرها \rightarrow
$$\begin{array}{r} 8002 \\ \times 5 \\ \hline 40010 \end{array}$$
 تا ۲ صفر اضافه می‌شود

مثال ۳۱ در یک فروشگاه ۵۰۰ جعبه تلویزیون است که در هر جعبه ۱۰ تلویزیون قرار دارد. هم‌چنین ۲۰۰۰ جعبه رادیو است که در هر جعبه ۲۰ رادیو قرار دارد. در این فروشگاه چند رادیو و تلویزیون موجود است؟

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد تلویزیون‌ها} = 500 \times 10 = 5000 \\ \text{تعداد رادیوها} = 2000 \times 20 = 40000 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{تعداد کل رادیوها و تلویزیون‌ها} = 40000 + 5000 = 45000$$

مثال ۳۲ جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

الف) $15000 = \dots$ پنج‌برابر ۳ تا هزار (الف)

ب) $40000 = \dots$ دوبرابر ۲ تا ده هزار (ب)

ج) $40000000 = \dots$ دوبرابر ۲ تا ده میلیون (ج)

د) $5000000000 = \dots$ صدبرابر ۵ تا یک میلیارد (د)

تقسیم دو عدد

برای تقسیم دو عدد که بر یک‌دیگر بخش‌پذیرند، می‌توانیم مطابق مراحل زیر عمل کنیم.

الف) عدد دوم را به صورت حاصل ضرب دو عدد می‌نویسیم.

ب) عدد اول را بر یکی از دو عدد به دست آمده از قسمت قبل تقسیم می‌کنیم (بهتر است بر عدد بزرگ‌تر تقسیم کنیم).

ج) حاصل به دست آمده از قسمت قبل را بر عدد دیگر نیز تقسیم می‌کنیم.

مثال ۳۳ حاصل تقسیم عدد ۱۶۰۰۰ بر ۸۰۰ را به دست آورید.

برای انجام این تقسیم، عدد دوم یعنی ۸۰۰ را می‌توانیم به صورت 8×100 در نظر بگیریم. پس:

$$16000 \div 800 = 16000 \div (8 \times 100) \Rightarrow 16000 \div 100 = 160 \Rightarrow 160 \div 8 = 20$$

مثال ۳۴ می‌خواهیم ۶۰۰ کیلوگرم برنج را بین ۲۰ خانواده به طور مساوی تقسیم کنیم. به هر خانواده چند کیلو برنج

$$600 \div 20 = 600 \div (2 \times 10) \Rightarrow 600 \div 10 = 60 \Rightarrow 60 \div 2 = 30$$

خواهد رسید؟

نکته

برای تقسیم دو عدد که بر یک‌دیگر بخش‌پذیرند و در سمت راست آن‌ها صفر قرار دارد، می‌توان صفرهای مشترک بین دو عدد را در نظر نگرفت و عملیات تقسیم را انجام داد. دقت کنید که حاصل تقسیم دوم با حاصل تقسیم اولیه برابر خواهد بود.



مثال ۲۵ تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

(الف) $۱۶۰۰۰۰ \div ۴۰۰۰ = ۴۰$

(ب) $۴۹۰۰۰۰۰۰ \div ۷۰۰۰۰ = ۷۰۰$

در این حالت، تعداد صفرهای مشترک این دو عدد، ۴ تا است، پس می‌توان حاصل $۴۹۰۰ + ۷$ را به دست آورد. در این حالت، تعداد صفرهای مشترک این دو عدد، ۳ تا است، پس می‌توان حاصل $۱۶۰ + ۴$ را به دست آورد.

مثال ۲۶ جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

(الف) $۳۰۰۰۰۰ =$ نصف ۶ تا صد هزار

(ب) $۱۰۰۰۰ =$ ربع ۴ تا ده هزار

(ج) $۳۰۰۰۰۰۰۰ =$ ثلث ۹ تا صد میلیون

(د) $۴۰۰۰۰۰۰۰۰ =$ نصف ۸ تا یک میلیارد

تقسیم دو عدد با باقی مانده‌ی غیر صفر

$$\begin{array}{r} ۵۰۰۰ \overline{) ۳۰۰} \\ - ۳۰۰۰ \\ \hline ۲۰۰۰ \end{array}$$

در تقسیم دو عدد که باقی مانده‌ای غیر از صفر دارند، باید به روش متفاوتی عمل کنیم. مثلاً برای تقسیم عدد ۵۰۰۰ بر ۳۰۰ ، ابتدا بررسی می‌کنیم که به ۳۰۰ نفر چند دسته‌ی ۱۰ تایی می‌رسد. چون باقی مانده از مقسوم‌علیه بیش‌تر است، تقسیم را ادامه می‌دهیم، یعنی بررسی می‌کنیم که به ۳۰۰ نفر چند یکی می‌رسد.

$$\begin{array}{r} ۲۰۰۰ \overline{) ۳۰۰} \\ - ۱۸۰۰ \\ \hline ۲۰۰ \end{array}$$

در نهایت خارج قسمت‌های هر دو مرحله را باهم جمع می‌کنیم. بنابراین خارج قسمت این تقسیم به صورت $۱۰ + ۶ = ۱۶$ و باقی مانده‌ی آن، برابر ۲۰۰ خواهد بود.

مثال ۳۷ تقسیم‌های داده شده را انجام دهید.

(الف) $۹۰۰۰۰۰ \overline{) ۴۰۰۰۰۰}$

$$\begin{array}{r} ۹۰۰۰۰۰ \overline{) ۴۰۰۰۰۰} \\ - ۸۰۰۰۰۰ \\ \hline ۱۰۰۰۰۰ \end{array}$$

چون باقی مانده از مقسوم‌علیه کمتر است، پس در همین یک مرحله جواب تقسیم حاصل می‌شود.

(ب) $۶۰۰۰۰ \overline{) ۷۰۰}$

$$\begin{array}{r} ۶۰۰۰۰ \overline{) ۷۰۰} \\ - ۵۶۰۰۰ \\ \hline ۴۰۰۰ \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} ۴۰۰۰ \overline{) ۷۰۰} \\ - ۳۵۰۰ \\ \hline ۵۰۰ \end{array}$$

خارج قسمت تقسیم به صورت $۸۰ + ۵ = ۸۵$ و باقی مانده‌ی تقسیم برابر ۵۰۰ خواهد بود.

عدد مرکب

هر عددی که دارای دو یا چند جزء باشد، عدد مرکب است. مانند عدد مرکب تشکیل شده از دو جزء کیلوگرم و گرم، یا عدد مرکب تشکیل شده از سه جزء ساعت، دقیقه و ثانیه یا عدد مرکب تشکیل شده از چهار جزء سال، ماه، روز و ساعت.

عدد مرکب تشکیل شده از ساعت، دقیقه و ثانیه

این نوع عدد مرکب، به صورت «ثانیه: دقیقه: ساعت» نشان داده می‌شود.



۴:۳۵:۱۵"

مثال ۳۸ زمان نشان داده شده توسط ساعت مقابل را بنویسید.

الگوهای عددی مربوط به زمان:

با داشتن یک زمان اولتیه و یک فاصله‌ی زمانی، می‌توان یک الگو ایجاد کرد. به‌طور مثال، اگر زمان اولتیه ۲:۲۰' بوده باشد، با داشتن فاصله‌ی زمانی ۱۰ دقیقه می‌توان الگوی مقابل را تشکیل داد. $۲:۲۰' \Rightarrow ۲:۳۰' \Rightarrow ۲:۴۰' \Rightarrow ۲:۵۰' \Rightarrow ۳:۰۰' \Rightarrow ۳:۱۰' \Rightarrow \dots$

مثال ۳۹ الگوهای عددی زیر را کامل کنید.

الف) $۴:۰۵', ۴:۲۰', ۴:۳۵', ۴:۵۰', ۵:۰۵', ۵:۲۰'$

ب) $۷:۴۵':۱۰'', ۷:۴۵':۲۰'', ۷:۴۵':۳۰'', ۷:۴۵':۴۰'', ۷:۴۶'$



مثال ۴۰ اتوبوسی در ساعت ۸:۲۵':۳۰" وارد ایستگاه ۱ می‌شود. اگر

فاصله‌ی ایستگاه‌ها از یک‌دیگر ۱۵' باشد، این اتوبوس در چه ساعت‌هایی به ایستگاه‌های ۲، ۳ و ۴ خواهد رسید؟

ایستگاه ۱: ۸:۲۵':۳۰" ، ایستگاه ۲: ۸:۴۰':۳۰" ، ایستگاه ۳: ۸:۵۵':۳۰" ، ایستگاه ۴: ۹:۱۰':۳۰"

جمع زمان‌ها

برای انجام عملیات جمع، باید اعداد مربوط به ثانیه، دقیقه و ساعت را زیرهم بنویسیم و عمل جمع را انجام دهیم. اگر حاصل جمع ثانیه‌ها یا دقیقه‌ها از ۶۰ بیش‌تر شود، باید ۶۰ واحد از آن کم کرده و یک واحد به زمان سمت چپ آن‌ها اضافه کرد. مانند:

$$\begin{array}{r} 2\ 35\ 45'' \\ +\ 4\ 15\ 27'' \\ \hline 6\ 52\ 72'' \\ \text{۱۳} \swarrow -60'' \\ \hline 6\ 57\ 12'' \end{array} \Rightarrow 6:57:12''$$

مثال ۴۱ حاصل جمع‌های زیر را به‌دست آورید.

الف) $\begin{array}{r} 4\ 47\ 53'' \\ +\ 3\ 30\ 29'' \\ \hline 7\ 77\ 82'' \\ \text{۱۸} \swarrow -60'' \\ \text{۲۲} \swarrow -60'' \\ \hline 7\ 17\ 22'' \end{array} \Rightarrow 7:17:22''$

ب) $\begin{array}{r} 5\ 36\ 45'' \\ +\ 2\ 10\ 12'' \\ \hline 7\ 46\ 57'' \end{array}$

مثال ۴۲ الیام در روز شنبه ۲:۵۰':۳۰" و در روز یک‌شنبه ۴:۳۰':۱۲" مطالعه

داشته است. او در این دو روز، روی هم چه‌قدر مطالعه کرده است؟

$$\begin{array}{r} 2\ 50\ 30'' \\ +\ 4\ 30\ 12'' \\ \hline 6\ 80\ 42'' \\ \text{۲۰} \swarrow -60'' \\ \hline 6\ 20\ 42'' \end{array} \Rightarrow 6:20:42''$$





تفریق زمان‌ها

برای انجام عملیات تفریق، باید اعداد مربوط به ثانیه، دقیقه و ساعت را زیر هم بنویسیم و عمل تفریق را انجام دهیم. اگر در یکی از مراحل تفریق، ثانیه یا دقیقه‌ی عدد اول کوچک‌تر از عدد دوم باشد، باید یک واحد از زمان سمت چپ کم و ۶۰ واحد به زمان موردنظر اضافه کنیم تا انجام عمل تفریق امکان‌پذیر باشد. مانند:

$$\begin{array}{r} 7 \text{ } 35' \text{ } 40'' \\ - 4 \text{ } 34' \text{ } 40'' \\ \hline 3 \text{ } 1' \text{ } 0'' \end{array}$$

(Handwritten notes: 35' + 60" = 95" and 95" - 40" = 55" are shown above the calculation.)

مثال ۲۳ حاصل تفریق‌های زیر را به دست آورید.

الف)
$$\begin{array}{r} 13 \text{ } 52' \text{ } 2'' \\ - 5 \text{ } 58' \\ \hline 8 \text{ } 54' \text{ } 2'' \end{array}$$

ب)
$$\begin{array}{r} 21 \text{ } 33' \text{ } 15'' \\ - 10 \text{ } 32' \text{ } 40'' \\ \hline 11 \text{ } 1' \text{ } 35'' \end{array}$$

(Handwritten notes: 21 + 60' = 121' and 121' - 100' = 21' are shown above the calculation.)



مثال ۲۴ اگر قطاری در ساعت ۸:۳۴ از شهر (الف) حرکت کند و در ساعت ۱۴:۴۲ به شهر (ب) برسد، چند ساعت در راه بوده است؟ این قطار با توجه به تفریق روبه‌عرو، ۶:۷ در راه بوده است.

$$\begin{array}{r} 14 \text{ } 42' \\ - 8 \text{ } 34' \\ \hline 6 \text{ } 7' \end{array}$$

عدد مرکب تشکیل شده از گرم و کیلوگرم

برای جمع یا تفریق دو یا چند عدد مرکب که از دو جزء گرم و کیلوگرم تشکیل شده است، کافی است گرم‌ها را با هم و کیلوگرم‌ها را نیز با هم جمع یا تفریق کنیم. البته توجه داشته باشید که ۱۰۰۰ گرم، ۱ کیلوگرم است، پس در محاسبات باید آن را لحاظ کنیم.



مثال ۲۵ ۲ کیلو و ۳۰۰ گرم سیب، ۳ کیلو و ۷۰۰ گرم زردآلو و ۵ کیلو و ۶۵۰ گرم هلو خریدهایم. روی هم چند کیلو میوه خریدهایم؟

$$\begin{array}{r} \text{گرم} \quad \text{کیلوگرم} \\ 4 \quad 300 \\ + 3 \quad 700 \\ + 5 \quad 650 \\ \hline 12 \text{ } 650 \end{array} \Rightarrow 12 \text{ کیلوگرم و } 650 \text{ گرم}$$

مثال ۲۶ جرم علی ۷۰ کیلو و ۶۵۰ گرم و جرم رضا ۶۳ کیلو و ۸۲۰ گرم است. جرم علی چه قدر از جرم رضا بیش‌تر است؟



$$\begin{array}{r} \text{گرم} \quad \text{کیلوگرم} \\ 70 \text{ } 650 \\ - 63 \text{ } 820 \\ \hline 6 \text{ } 830 \end{array}$$

عدد مرتب تشکیل شده از سال، ماه، روز و ساعت

با توجه به این که هر ۲۴ ساعت ۱ روز، هر ۳۰ روز یا ۳۱ روز یک ماه و هر ۱۲ ماه نیز یک سال می‌توان جمع و تفریق‌های مربوط به این اعداد را انجام داد.

مثال ۴۷ اگر اکنون ساعت ۱۶ روز ۲۱ خردادماه باشد، ۲ ماه و ۱۵ روز و ۴ ساعت بعد، چه زمانی است؟

ساعت	روز	ماه
۱۶	۲۱	خرداد
۴	۱۵	۲
<hr/>		
۲۰	۳۱	مرداد
	۵	شهریور

ساعت ۲۰ روز ۵ شهریور است ⇒



مثال ۴۸ امیر می‌خواهد با هواپیما به مسافرت برود. اگر اکنون ساعت ۹ صبح

روز ۷ مهر باشد و پرواز او ساعت ۳ بامداد روز ۱۶ بهمن باشد، چه قدر تا پرواز او زمان باقی مانده است؟

ساعت	روز	ماه
۹	۲۷	مهر
۷	۱۵	بهمن
<hr/>		
۱۸	۸	۴

۴ ماه و ۸ روز و ۱۸ ساعت تا زمان پرواز او باقی مانده است ⇒

مثال ۴۹ ۳ روز و ۱۱ ساعت بعد از ساعت ۷ بعد از ظهر روز یکشنبه، چه ساعت و چه روزی است؟

ساعت ۷ بعد از ظهر، یعنی ساعت ۱۹.

ساعت	روز
۱۹	یکشنبه
۱۱	۳
<hr/>	
۳۰	چهارشنبه
۶	پنجشنبه

ساعت ۶ صبح روز پنجشنبه است ⇒

مثال ۵۰ اگر تقویم ۲۷ مهرماه سال ۱۳۸۰ را نشان دهد، پس از ۵ سال و ۳ ماه و ۱۰ روز دیگر، چه تاریخی را نشان

می‌دهد؟ مهر، هفتمین ماه سال است.

روز	ماه	سال
۲۷	۷	۱۳۸۰
۱۰	۳	۵
<hr/>		
۳۷	۱۰	۱۳۸۵

تقویم ۷ بهمن سال ۱۳۸۵ را نشان می‌دهد ⇒



مثال ۵۱ در تمرین یک تیم ورزشی، بعد از هر ۴۰' ورزش، ۱۰' استراحت می‌کنند.

اگر تمرین ساعت ۴ و ۱۵ دقیقه شروع شود و در طول تمرین، سه بار استراحت کنند، تمرین در چه ساعتی تمام می‌شود؟

استراحت $\xrightarrow{40'}$ شروع تمرین
 پایان تمرین $\xrightarrow{40'}$ استراحت $\xrightarrow{40'}$ استراحت $\xrightarrow{40'}$



$$\left. \begin{aligned} \text{زمان استراحت‌ها} &= ۱۰' + ۱۰' + ۱۰' = ۳۰' \\ \text{زمان تمرین‌ها} &= ۴۰' + ۴۰' + ۴۰' + ۴۰' = ۱۶۰' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{زمان کل تمرین و استراحت} = ۳۰' + ۱۶۰' = ۱۹۰' = ۳:۱۰'$$

$$\begin{array}{r} ۴ \ ۱۵' \\ + ۳ \ ۱۰' \\ \hline ۷ \ ۲۵' \end{array} \Rightarrow \text{زمان پایان تمرین ساعت ۷ و ۲۵ دقیقه است}$$

مثال ۵۲ وحید سال ۱۳۶۰ و فرید سال ۱۳۵۴ به دنیا آمده‌اند. کدامیک بزرگ‌تر است؟ در سال ۱۳۹۰ سن هر کدام چندسال بوده است؟ با توجه به سال‌های تولد، فرید زودتر به دنیا آمده، پس بزرگ‌تر است.

$$\text{سال } ۱۳۹۰ - ۱۳۶۰ = ۳۰ \text{ سال وحید در سال } ۱۳۹۰ \quad \text{سال } ۱۳۹۰ - ۱۳۵۴ = ۳۶ \text{ سال سن فرید در سال } ۱۳۹۰$$

الگویابی

الگویابی، ابزاری برای ساده‌تر کردن حل مسئله است. توجه داشته باشید که مهم‌ترین موضوع در الگویابی، کشف رابطه‌ی منطقی و درست بین عددها یا شکل‌ها است.

مثال ۵۳ الگوهای زیر را ادامه دهید.

الف) $۱۵۰, ۳۵۰, ۵۵۰, ۷۵۰, ۹۵۰$

(Arrows show an increase of 200 between consecutive terms)

ب) $\blacksquare, \blacksquare\blacksquare, \blacksquare\blacksquare\blacksquare, \blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare, \blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare$

الگویابی عددی

در این نوع الگویابی، به دنبال کشف رابطه‌ی بین عددها هستیم.

مثال ۵۴ در الگوهای زیر، رابطه‌ی بین عددها را توضیح داده و آن‌ها را ادامه دهید.

الف) $۲, ۸, ۱۴, ۲۰, \dots$

(Arrows show an increase of 6 between consecutive terms)

در این الگو، عددها ۶ واحد، ۶ واحد اضافه شده‌اند، یعنی هر عدد به‌جز عدد اول، از عدد قبلی ۶ واحد بیشتر است.

$۲, ۸, ۱۴, ۲۰, ۲۶, ۳۲, ۳۸, \dots$

ب) $۳۵, ۳۱, ۲۷, ۲۳, \dots$

(Arrows show a decrease of 4 between consecutive terms)

در این الگو، عددها ۴ واحد، ۴ واحد کم می‌شوند، یعنی هر عدد به‌جز عدد اول، از عدد قبلی ۴ واحد کمتر است.

$۳۵, ۳۱, ۲۷, ۲۳, ۱۹, ۱۵, \dots$

ج) $۴, ۱۲, ۳۶, ۱۰۸, \dots$

(Arrows show multiplication by 3 between consecutive terms)

$۴, ۱۲, ۳۶, ۱۰۸, ۳۲۴, ۹۷۲$

در این الگو، هر عدد ۳ برابر شده و عدد بعدی را می‌سازد.

نکته

در برخی الگوهای عددی، بهتر است یک جدول نظام‌دار رسم کنیم و اطلاعات عددی مربوط به مسئله را در آن بنویسیم. مانند:

شماره‌ی عدد	۱	۲	۳	۴
مقدار عدد	۶	۱۲	۱۸	۲۴

۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ... →

۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ...

مثال ۵۵ در الگوی عددی روبه‌رو، عدد صدم چند است؟

شماره‌ی عدد	۱	۲	۳	۴
مقدار عدد	۴	۸	۱۲	۱۶

با توجه به جدول نظام‌داری که رسم کرده‌ایم، درمی‌یابیم که اگر هر عدد در سطر بالا را ۴ برابر کنیم، عدد سطر پایین آن به دست می‌آید.
پس عدد صدم در این الگو برابر است با:
 $4 \times 100 = 400$

نکته

در برخی از الگوهای عددی که فاصله‌ها یکسان است، تنها با عمل جمع می‌توان به اعداد بعدی دست یافت و عمل ضرب در این الگوها به تنهایی برای یافتن اعداد بعدی کاربردی ندارد.

۱, ۳, ۵, ۷, ...

مثال ۵۶ در الگوی عددی مقابل، عدد هشتم را بیابید.

شماره‌ی عدد	۱	۲	۳	۴
مقدار عدد	۱	۳	۵	۷

با توجه به جدول نظام‌دار، نمی‌توان اعداد سطر پایین را از ضرب کردن یک عدد در سطر بالا به دست آورد. هر عدد از جمع عدد قبلی با ۲ حاصل شده است:

۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۱, ۱۳, ۱۵
+۲ +۲ +۲ +۲ +۲ +۲ +۲

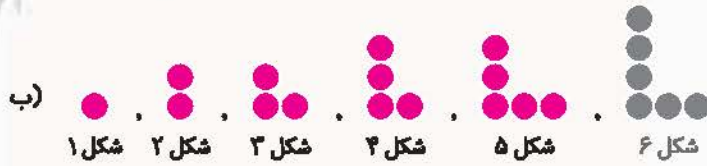
الگویابی هندسی:

در این نوع الگویابی، به دنبال کشف رابطه‌ی بین شکل‌ها هستیم. برای کشف رابطه‌ی بین شکل‌ها در یک الگویابی هندسی، بهتر است از **دسته‌بندی** استفاده کنیم.

مثال ۵۷ با توجه به شکل‌های داده‌شده در الگوهای زیر، شکل بعدی را رسم کنید.



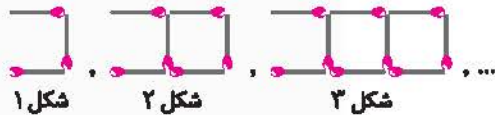
توجه کنید که در هر مرحله ۲ مربع به شکل اضافه شده، یکی در سطر بالا و دیگری در سطر پایین.



در الگوی هندسی داده شده، در هر مرحله یک دایره به شکل اضافه شده است، به این صورت که یکبار دایره به ستون اضافه شده و یکبار به سطر.

تبدیل الگوی هندسی به الگوی عددی

در برخی از موارد، می توان با تبدیل الگوی هندسی به الگوی عددی، ارتباط بین شکل ها را به کمک ارتباط بین عددها به دست آورد.



در الگوی روبه رو، شکل بیست و پنجم از چند چوب کبریت درست شده است؟

از آن جاکه کشیدن شکل بیست و پنجم در این الگو بسیار دشوار می باشد، از جدول نظام دار استفاده کرده تا رابطه ی بین شکل ها و تعداد چوب کبریت ها را به دست آوریم. با کمی دقت، متوجه می شویم که اگر اعداد سطر بالا را در ۳ ضرب کنیم، اعداد سطر پایین حاصل می شود.

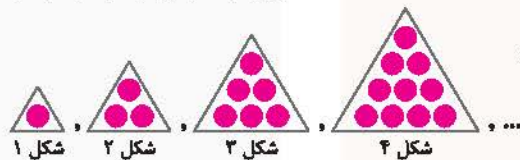
شماره ی شکل	۱	۲	۳
تعداد چوب کبریت ها	۳	۶	۹

بنابراین، تعداد چوب کبریت های شکل بیست و پنجم، از رابطه ی روبه رو به دست می آید.

$$25 \times 3 = 75$$

عددهای مثلثی

عددهای مثلثی همواره از ۱ شروع می شوند و در مرحله ی اول ۲ واحد به عدد اول اضافه می شود تا عدد دوم به دست آید، در مرحله ی بعد ۳ واحد به عدد قبلی اضافه می گردد و به همین ترتیب الگوی عددی شکل می گیرد.



دلیل این نام گذاری آن است که اگر این الگو را به الگوی هندسی تبدیل کنیم، شکل هر مرحله به صورت یک مثلث خواهد بود.

نکته

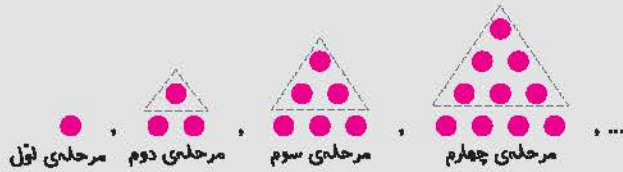
در عددهای مثلثی، برای این که بتوانیم تعداد دایره های هر مرحله را به دست آوریم، از رابطه ی زیر استفاده می کنیم.

$$2 = [(شماره ی مرحله) \times (شماره ی مرحله)] + 1$$

مثال ۵۹ در الگوی عددهای مثلثی، شکل یازدهم از چند دایره درست شده است؟ با استفاده از رابطه‌ی عددهای مثلثی داریم:

$$\text{تعداد دایره‌های مرحله‌ی یازدهم} = [11 \times (11+1)] \div 2 = 132 + 2 = 66$$

نکته



باتوجه‌ای بیشتر تر به الگوی اعداد مثلثی، می‌توانیم شکل این الگو را به صورت مقابل رسم کنیم.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{شماره‌ی مرحله} + \text{تعداد دایره‌های مرحله‌ی قبل} = \text{تعداد دایره‌های هر مرحله}$$

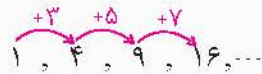
مثال ۶۰ در الگوی عددهای مثلثی، اختلاف تعداد دایره‌ها در دو مرحله ۳۱ و ۳۲ چند است؟ طبق نکته‌ی بالا، داریم:

$$\text{اختلاف} \rightarrow 32 - 31 = 1$$

مثال ۶۱ در الگوی عددهای مثلثی، اگر شکل مرحله‌ی یازدهم دارای ۶۶ دایره باشد، شکل مرحله‌ی دوازدهم دارای چند دایره است؟ در مرحله‌ی دوازدهم، طبق نکته، دوازده دایره به دایره‌های مرحله‌ی یازدهم اضافه می‌شود، پس:

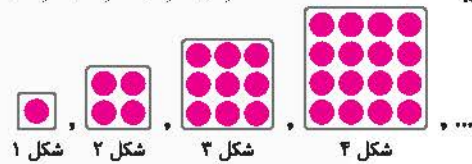
$$\text{تعداد دایره‌های مرحله‌ی دوازدهم} = 66 + 12 = 78$$

عددهای مربعی



عددهای مربعی همواره از ۱ شروع می‌شوند و الگوی آن‌ها به صورت مقابل است.

دلیل این نام‌گذاری آن است که اگر این الگو را به الگوی هندسی تبدیل کنیم، شکل هر مرحله، به صورت یک مربع خواهد بود.



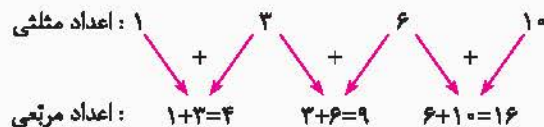
نکته

در عددهای مربعی، برای این‌که بتوانیم تعداد دایره‌های هر مرحله را به دست آوریم، می‌توانیم از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم.

$$(\text{شماره‌ی مرحله}) \times (\text{شماره‌ی مرحله}) = \text{تعداد دایره‌های هر مرحله}$$

مثال ۶۲ در عددهای مربعی، در مرحله‌ی دوازدهم چند دایره داریم؟ $12 \times 12 = 144$ = تعداد دایره‌های مرحله‌ی دوازدهم

رابطه‌ی بین الگوی عددهای مثلثی و مربعی



با دانستن اعداد مثلثی می‌توانیم اعداد مربعی را به دست آوریم، به این ترتیب که جمع هر دو عدد مثلثی متوالی، یک عدد مربعی

می‌باشد.



الگوهای دو مرحله‌ای

در بعضی از الگوها، فقط از یک عمل ریاضی مانند \times ، \div ، $+$ یا $-$ استفاده نمی‌شود تا اعداد الگو به دست آیند، بلکه ممکن است از چند عملیات به‌طور هم‌زمان استفاده شود. در بعضی موارد فاصله‌ی بین اعداد نیز دارای الگو می‌باشد. برای آشنایی با چنین الگوهایی به مثال‌های زیر توجه کنید.

مثال ۶۳ در الگوهای عددی زیر، عددهای بعدی را پیدا کنید.

الف) $1, 3, 7, 13, 21, 31, 43$ (در این الگو، فاصله‌ی بین اعداد نیز دارای الگوی شمارش دوتادوتا می‌باشد.)

ب) $2, 5, 4, 7, 6, 9, 8, 11, 10$ (در این الگو، اعداد به‌صورت یکی در میان زوج و فرد هستند.)



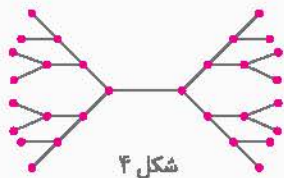
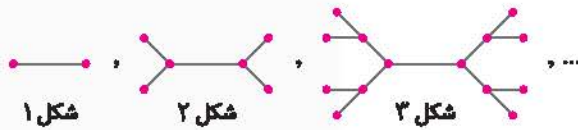
مثال ۶۴ در الگوی هندسی روبه‌رو، محیط شکل پنجم چند است؟

(ضلع هر مربع ۱ سانتی‌متر است.)

محیط شکل ۱: ۴
 محیط شکل ۲: ۶
 محیط شکل ۳: ۸
 ...
 ۱۲: محیط شکل ۵ \Rightarrow

با توجه به این که محیط شکل‌ها اعداد زوج متوالی را نشان می‌دهد، داریم:

مثال ۶۵ الگوی هندسی زیر را در نظر بگیرید.



الف) شکل چهارم را رسم کنید. با کمی دقت می‌بینیم که در شکل ۲ هر نقطه به دو نقطه‌ی جدید وصل شده و در شکل ۳ نیز، هر نقطه به دو نقطه‌ی جدید دیگر وصل شده، پس شکل ۴ به‌صورت روبه‌رو است.

ب) شکل پنجم دارای چند نقطه است؟

شماره‌ی شکل	تعداد نقطه‌ها
۱	۲
۲	۶
۳	۱۴
۴	۳۰
۵	۶۲

$+4 \times 2$
 $+8 \times 2$
 $+16 \times 2$
 $+32$

فصل اول / عددنویسی و الگوها

الف) به سؤالات زیر، پاسخ کامل دهید.

۱) عددهای زیر را در جدول ارزش مکانی قرار داده و آنها را به حروف بنویسید.

الف) ۱۴۰۴۰۰۰۰۴

ب) ۵۳۲۸۰۰۰

۲) جدول‌های ارزش مکانی زیر را کامل کنید.

میلیون	هزار		یکی				
	ص	د	ص	د			
			۴	۵	۰	۱	× ۱۰۰۰ ۱۰۰۰۰

میلیون	هزار		یکی					
	ص	د	ص	د				
			۶	۰	۰	۱	۳	× ۱۰۰ ۱۰۰۰

۳) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) اگر عدد ۸۵۰ را ۱۰۰ برابر کنیم، ارزش رقم ۵ چند می‌شود؟

ب) اگر عدد ۴۳۶۵ را ۱۰۰۰ برابر کنیم، ارزش رقم ۳ چند می‌شود؟

ج) اگر عدد ۵۰۰۰۳ را ۱۰ برابر کنیم، ارزش رقم ۵ چند می‌شود؟

۴) اگر در یک عدد، ارزش یک رقم «دهگان هزار» باشد و عدد را ۱۰۰ برابر کنیم، ارزش آن رقم چند می‌شود؟

۵) در عددی ارزش رقم ۷، «صدگان هزار» می‌باشد. اگر این عدد را ۱۰۰۰ برابر کنیم، در عدد به دست آمده ارزش

رقم ۷ چند خواهد شد؟

۶) جدول‌های ارزش مکانی زیر را کامل کنید.

هزار	یکی			
	ص	د		
	۴	۵	۰	+ ۱۰۰ ۱۰۰۰

میلیون	هزار		یکی				
	ص	د	ص	د			
	۵	۲	۹	۰	۰	۰	+ ۱۰ ۱۰۰

۷) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) اگر عدد ۱۹۲۰۰ را بر ۱۰ تقسیم کنیم، ارزش رقم ۹ چند می‌شود؟

ب) اگر عدد ۳۴۵۱۰۰ را بر ۱۰۰ تقسیم کنیم، ارزش رقم ۳ چند می‌شود؟

۸) اگر در عددی که سه رقم سمت راست آن صفر است، ارزش مکانی یک رقم «صدگان میلیون» باشد و آن عدد را بر

۱۰۰۰ تقسیم کنیم، ارزش آن رقم چند می‌شود؟