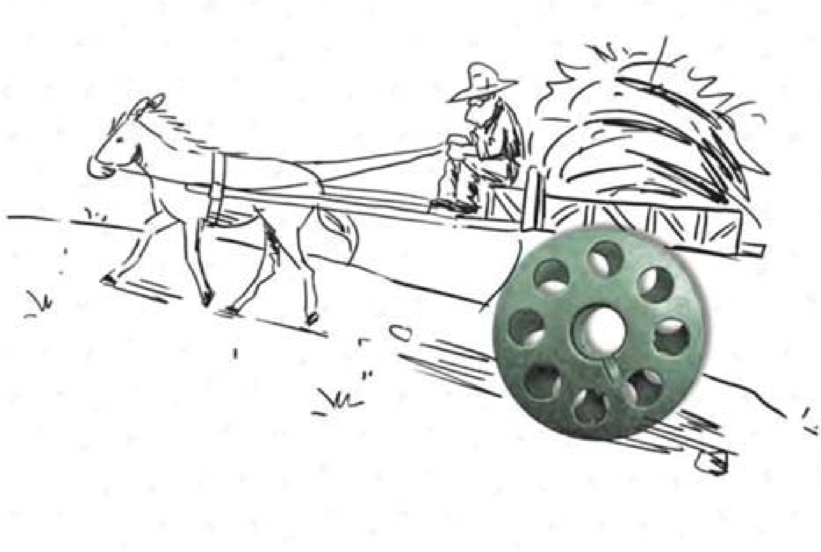
فهرست

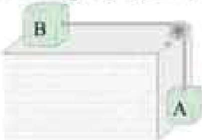
فصل دوم

کار، انرژی و توان

عنوان این فصل گویای کاربرد فراوان آن در همهٔ بحث‌های فیزیك است. با تسلط بر مفهوم انرژی جنبشی و کار و نکته‌های مربوط به آن‌ها، بحث‌های بعدی این فصل برایتان دشـوار نخواهد بود. با مفاهیم، کار، انرژی و توان، آشنا شده‌اید. اما در این کتـاب به مفاهیم و کاربردهای عمیق‌تر انرژی و کار پرداخته می‌شـود. قضیه کار و انرژی جنبشـی نیز از بحث‌های بسـیار مهم این فصل اسـت و خواهید دید که در پاسخ به بسیاری از تست‌ها به‌کار می‌آید. انرژی پتانسیل و رابطهٔ آن با کار و همچنین قانون پایستگی انرژی مکانیکی را خوب یاد بگیرید، در سال‌های بَعد در مباحثی مانند الکتریسـیته و دینامیك کارتان آسـان‌تر خواهد بود. توان و بازده نیز از تعریف‌های بسیار کاربردی در فیزیك و مهندسی هستند و در فصل ۴ و۵ این کتاب نیز استفاده می‌شوند. احتمال این‌که از این فصل، ۲ تست در کنکور سراسری مطرح شود زیاد است.
یك توصیهٔ مهم: لازم اسـت که به تجزیهٔ‌برداری و برایندگیری (جمع) برداری خوب مسـلط باشید، هم‌چنین نسبت‌های مثلثاتی مانند سینوس و کسینوس را به‌خوبی فراگرفتـه باشـید. این دو مبحث تقریبـاً در همهٔ بحث‌های فیزیك ابـزار کار و حل مسئله شما هستند. البته این مطالب در حد نیاز در این فصل یادآوری شده‌اند.

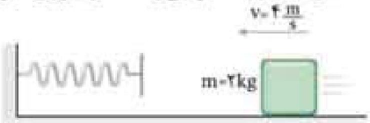


۱۶۹. در شکل زیر، دستگاه از حال سکون رها می‌شود و جسم A با تندی ثابت به سمت پایین حرکت می‌کند. هنگامی که انرژی پتانسیل گرانشی دستگاه ۴۰J کاهش می‌یابد، کار نیروی اصطکاک روی وزنهٔ B چند ژول خواهد بود؟ ($m_B = ۴kg$ و $m_A = ۲kg$)



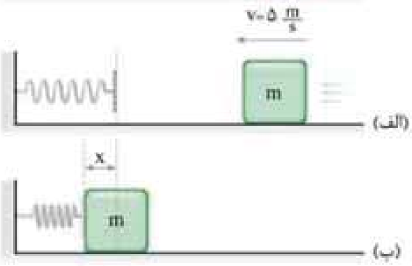
۱) ۴۰− ۲) ۴۰+
۳) ۸۰− ۴) ۸۰+

۱۷۰. در شکل زیر، جسم با تندی $۴\frac{m}{s}$ به فنر برخورد کرده و آن را فشرده می‌کند. تا لحظه‌ای که تندی جسم به صفر می‌رسد، کار نیروی فنر چند ژول است؟



۱) ۸− ۲) ۱۶−
۳) ۲۸− ۴) ۲۴−

۱۷۱. جسمی به جرم ۴۰۰g مطابق شکل زیر با تندی $۵\frac{m}{s}$ به فنری برخورد کرده و آن را فشرده می‌کند. اگر بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره‌شده در سامانهٔ جسم ـ فنر ۲J باشد، کار نیروی اصطکاک وقتی سامانه از موقعیت شکل (الف) به موقعیت شکل (ب) می‌رود چند ژول خواهد بود؟ (برگرفته از مثال ۲-۱۱ کتاب درسی)

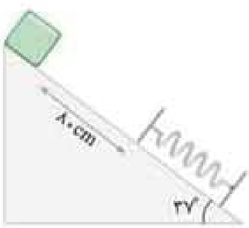


۱) ۳ ۲) ۳−
۳) ۶ ۴) ۶−

۱۷۲. در شکل مقابل، جسمی با تندی v_0 به فنری برخورد کرده و آن را حداکثر ۱۰cm فشرده می‌سازد. اگر در این حالت انرژی پتانسیل سامانهٔ جسم ـ فنر ۲۳J باشد، تندی اولیهٔ جسم چند متر بر ثانیه بوده است؟ (جرم جسم ۲kg و نیروی اصطکاک بین جسم و سطح افقی ۲۰N است.)

۱) ۲/۵ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

۱۷۳. جسمی به جرم ۲kg مطابق شکل از حال سکون رها شده و پس از برخورد با فنر، آن را فشرده کرده و متوقف می‌شود. اگر حداکثر فشردگی فنر ۲۰cm و اندازهٔ تغییر انرژی پتانسیل کشسانی فنر ۱۰J باشد، کار نیروی اصطکاک تا زمان توقف جسم چند ژول است؟ ($\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$، $\cos ۳۷^\circ = ۰/۸$ و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)



۱) صفر ۲) ۱−
۳) ۲− ۴) ۶−

پایستگی انرژی مکانیکی

به مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی یک جسم، انرژی مکانیکی جسم می‌گویند و آن را با نماد (E) نمایش می‌دهند. $E = K + U$

E: انرژی مکانیکی $\xleftarrow{\text{یکا}}$ ژول (J) و K: انرژی جنبشی $\xleftarrow{\text{یکا}}$ ژول (J) و U: انرژی پتانسیل $\xleftarrow{\text{یکا}}$ ژول (J)

اصل پایستگی انرژی مکانیکی: اگر مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل جسم (انرژی مکانیکی) در طول مسیر حرکت جسم ثابت بماند، می‌گوییم انرژی مکانیکی پایسته است.

نکته

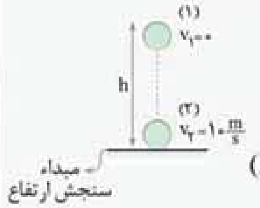
- اگر کار نیروهایی مانند اصطکاک، مقاومت هوا و یا نیروی دستِ ما ناچیز و صفر باشد، پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است و برای وضعیت‌های مختلف جسم می‌توان نوشت:

$E_1 = E_2 = E_3 = \cdots$ و $K_1 + U_1 = K_2 + U_2 = K_3 + U_3 = \cdots$

- هنگامی که انرژی مکانیکی ثابت و پایسته است، هر مقدار که انرژی جنبشی سامانه افزایش می‌یابد، انرژی پتانسیل آن به همان مقدار کاهش می‌یابد و مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل سامانه تغییر نمی‌کند.
- برای استفاده از رابطهٔ ($E_1 = E_2$)، دو وضعیت جسم که در صورت سؤال در مورد آن‌ها اطلاعاتی داده یا خواسته شده است را مشخص و آن‌ها را با شماره‌های ۱ و ۲ نام‌گذاری می‌کنیم، سپس مبدأ سنجش انرژی پتانسیل را مشخص کرده و در رابطهٔ ($K_1 + U_1 = K_2 + U_2$) عددگذاری می‌کنیم.

مثال: در شکل زیر، جسمی بدون تندی اولیه و در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود. اگر تندی جسم هنگام برخورد به زمین $۱۰\frac{m}{s}$ باشد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)

■ **پاسخ:** منظور از شرایط خلأ شرایطی است که مقاومت هوا وجود ندارد و می‌توان از اصل پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کرد.



نقطهٔ رهاکردن جسم را وضعیت۱ و نقطهٔ برخورد به زمین را وضعیت ۲ در نظر می‌گیریم و مانند شکل، سطح زمین را مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی جسم فرض می‌کنیم. حال می‌توان نوشت: $E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$

در نقطهٔ ۱، جسم از حال سکون رها شده پس تندی و انرژی جنبشی آن در این نقطه صفر است. $(K_1 = 0)$

در نقطهٔ ۲، ارتفاع جسم از سطح زمین صفر است پس انرژی پتانسیل گرانشی جسم صفر است. $(U_2 = 0)$

پس می‌توان نوشت: $U_1 = K_2 \Rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow h_1 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{10^2}{2\times 10} = 5\frac{m}{s}$

تذکر: در ضمن پاسخ به این سؤال مشاهده کردید که تندی جسم هنگام برخورد به زمین به جرم جسم بستگی ندارد.

یه کم مشاوره: اگر دقت کرده باشید، تست‌هایی از جنس سقوط یک جسم را در قسمت «قضیهٔ کار و انرژی» نیز حل کردیم. واقعیت این است که بسیاری از تست‌های فصل کار و انرژی هم با استفاده از قضیهٔ «کار ـ انرژی جنبشی» قابل حل هستند و هم با استفاده از اصل «پایستگی انرژی مکانیکی». ما سعی کردیم در هر دو قسمت تست‌های متنوعی تدارک ببینیم تا شما عزیزان به هر دو روش مسلط شوید. اما در نهایت تصمیم با شماست که با کدام روش تست‌ها را حل کنید. البته روش «کار ـ انرژی جنبشی» در بسیاری از موارد سریع‌تر عمل می‌کند.»

۱۷۴. گلوله‌ای به جرم $5kg$ را از ارتفاع ۲ متری سطح زمین با تندی $4\frac{m}{s}$، در راستای قائم به سمت پایین پرتاب می‌کنیم. انرژی مکانیکی گلوله در لحظهٔ پرتاب نسبت به سطح زمین چند ژول است؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۱۴۰

۱۷۵. وزنه‌ای به جرم $500g$ تحت زاویهٔ 37° نسبت به افق، از سطح زمین پرتاب می‌شود. اگر تندی اولیهٔ پرتاب $10\frac{m}{s}$ باشد، انرژی مکانیکی وزنه در نقطهٔ اوج چند ژول است؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$ ، $\cos 37^\circ = 0/8$ و مقاومت هوا ناچیز و مبدأ پتانسیل گرانشی سطح زمین است.) (ریاضی خارج ۸۵)

۱) ۱۶ ۲) ۲۵ ۳) ۳۲ ۴) ۵۰

۱۷۶. گلوله‌ای به جرم m از ارتفاع h، بدون تندی اولیه رها می‌شود. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد: (تجربی ۸۷)

۱) تندی گلوله ثابت می‌ماند.
۲) تندی گلوله هنگام برخورد به زمین، با h متناسب است.
۳) انرژی جنبشی گلوله، هنگام برخورد به زمین، با h متناسب است.
۴) انرژی جنبشی گلوله، هنگام برخورد به زمین، به جرم آن بستگی ندارد.

۱۷۷. جسمی به جرم $2kg$ را از ارتفاع ۱۵ متری سطح زمین در شرایط خلأ رها می‌کنیم. انرژی جنبشی جسم در لحظهٔ رسیدن به زمین چند ژول است؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$) (ریاضی خارج ۸۷)

۱) ۳۰۰ ۲) ۳۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۷۵

۱۷۸. جسمی به جرم $2kg$ را با تندی $10\frac{m}{s}$ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. انرژی مکانیکی جسم در نصف ارتفاع اوج چند ژول است؟ (مبدأ پتانسیل گرانشی محل پرتاب فرض شده است.) (کنکور زیرخاکی)

۱) $45\sqrt{2}$ ۲) ۵۰ ۳) $50\sqrt{2}$ ۴) ۱۰۰

۱۷۹. جسم A به جرم m از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین و جسم B به جرم 2m از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین رها می‌شوند. انرژی جنبشی جسم B در لحظهٔ رسیدن به زمین چند برابر انرژی جنبشی جسم A در لحظهٔ رسیدن به زمین است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود.) (ریاضی خارج ۸۸)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) $\frac{1}{4}$

۱۸۰. جسمی به جرم $2kg$ را با تندی $20\frac{m}{s}$ در راستای قائم، رو به بالا پرتاب می‌کنیم، انرژی جنبشی جسم در ارتفاع ۴ متری از سطح زمین چند ژول است؟ (اصطکاک و مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۴۴۰ ۲) ۳۲۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۲۷۰

۱۸۱. گلوله‌ای در شرایط خلأ، از سطح زمین با تندی اولیهٔ $30\frac{m}{s}$ در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود. در چند متری سطح زمین، انرژی جنبشی گلوله نصف انرژی پتانسیل گرانشی آن است؟ (تجربی ۸۹)

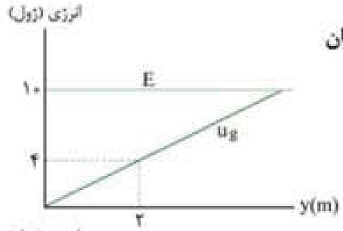
۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۳۵

۱۸۲. جسمی در شرایط خلأ در نزدیکی سطح زمین از ارتفاع h رها می‌شود. اگر بعد از طی مسافتی معین انرژی جنبشی جسم ۳۰J افزایش یابد، انرژی مکانیکی آن .... و انرژی پتانسیل گرانشی جسم .... به ترتیب از راست به چپ:

۱) ثابت می‌ماند ـ افزایش می‌یابد. ۲) ثابت می‌ماند ـ کاهش می‌یابد.
۳) افزایش می‌یابد ـ ثابت می‌ماند. ۴) کاهش می‌یابد ـ کاهش می‌یابد.

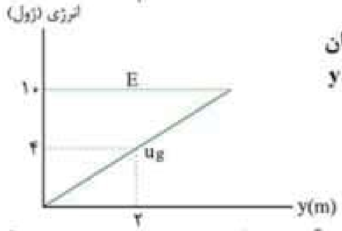
۱۸۳. جسمی به جرم ۴۰۰ گرم مانند شکل زیر، از نقطهٔ A رها شده و با تندی $۲\frac{m}{s}$ از نقطهٔ B عبور می‌کند. انرژی پتانسیل گرانشی جسم در نقطهٔ B، چند ژول کم‌تر از انرژی پتانسیل گرانشی آن در A است؟ (سطح بدون اصطکاک است.)

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۶
۳) ۱ ۴) ۰/۲



۱۸۴. نمودار انرژی برحسب مکان برای جسمی به جرم ۲kg به صورت زیر است. تندی جسم در مکان $y = ۲m$ چند متر بر ثانیه است؟ (خط مایل در نمودار زیر مربوط به انرژی پتانسیل گرانشی است.)

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۳) $\sqrt{۶}$ ۴) $\frac{\sqrt{۷}}{۲}$



۱۸۵. جسمی به جرم ۲kg را در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم، نمودار انرژی برحسب مکان (ارتفاع) برای این جسم به شکل زیر است. کار کل انجام‌شده روی جسم در جابه‌جایی آن از ($y_1 = ۰$) تا ($y_2 = ۴m$) چند ژول است؟ (از اصطکاک و مقاومت هوا صرف نظر شود.)

۱) ۸− ۲) ۸
۳) ۴ ۴) ۱۰

۱۸۶. جسمی به جرم یک کیلوگرم در شرایط خلأ، بدون تندی اولیه از ارتفاع h رها می‌شود. اگر انرژی جنبشی آن در نیمهٔ مسیر ۲۰ ژول باشد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$) (کنکور زیرخاکی)

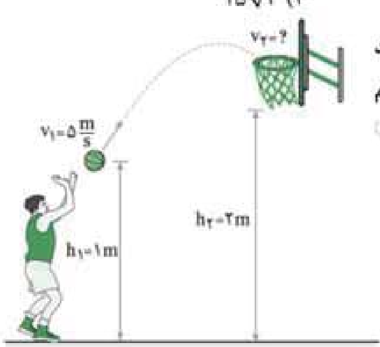
۱) ۱/۵ ۲) ۲/۷۵ ۳) ۶ ۴) ۴

۱۸۷. جسمی را از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌کنیم. تندی این جسم در ارتفاع $\frac{۱}{۴}h$ از سطح زمین برابر کدام است؟ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید.) (ریاضی خارج ۸۶)

۱) $\sqrt{\frac{۱}{۲}gh}$ ۲) $\sqrt{\frac{۳}{۲}gh}$ ۳) $\frac{\sqrt{gh}}{۲}$ ۴) $۳\frac{\sqrt{gh}}{۲}$

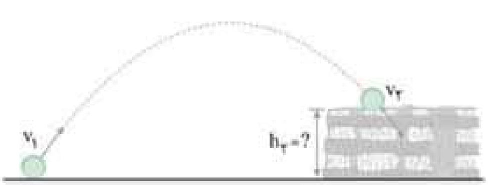
۱۸۸. گلوله‌ای در شرایط خلأ با تندی اولیهٔ $۳۰\frac{m}{s}$ از ارتفاع ۴۵ متری در راستای قائم رو به پایین رها می‌شود. تندی گلوله در لحظهٔ برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳۰ ۲) $۳۰\sqrt{۲}$ ۳) ۱۵ ۴) $۱۵\sqrt{۲}$



۱۸۹. شکل زیر ورزشکاری را در حال پرتاب توپ بسکتبالی با تندی $v_1 = ۵\frac{m}{s}$ به طرف سبد نشان می‌دهد. تندی توپ هنگام رسیدن به دهانهٔ سبد چقدر است؟ (مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.) (برگرفته از مثال کتاب درسی)

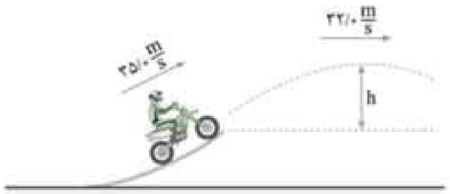
۱) $\sqrt{۵}$
۲) $\sqrt{۱۰}$
۳) $\sqrt{۲۵}$
۴) $\sqrt{۲۰}$



۱۹۰. توپی مطابق شکل از سطح زمین با تندی $v_1 = ۴۰\frac{m}{s}$ به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود. اگر توپ با تندی $v_2 = ۲۴\frac{m}{s}$ به بالای صخره برخورد کند، ارتفاع h_2 چند متر خواهد بود؟ (مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.) (برگرفته از تمرین کتاب درسی)

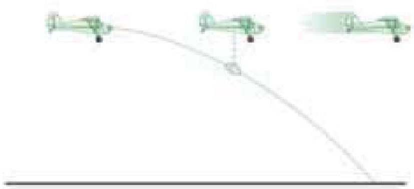
۱) ۲۰/۳ ۲) ۵۱/۲
۳) ۱۰۰ ۴) ۸۰/۴

۱۹۱. موتورسواری از انتهای سکویی مطابق شکل مقابل، پرشی را با تندی $۳۵/۰\frac{m}{s}$ انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطهٔ مسیرش به $۳۲/۰\frac{m}{s}$ برسد، ارتفاع h چند متر است؟ (اصطکاک و مقاومت هوا را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرید.) (برگرفته از تمرین کتاب درسی)



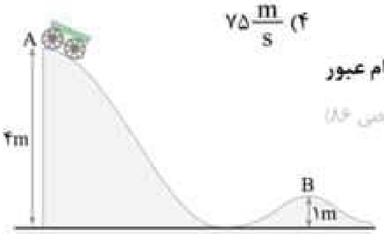
۱) ۱۰/۰۵   ۲) ۱۰۰/۵
۳) ۵۰/۵   ۴) ۵۰/۰۵

۱۹۲. در شکل مقابل هواپیمایی که در ارتفاع ۲۲۵m از سطح زمین قرار داشته و با تندی $۱۹۸\frac{km}{h}$ پرواز می‌کند، بسته‌ای را برای کمک به آسیب‌دیدگان زلزله رها می‌کند. تندی بسته هنگام برخورد به زمین چقدر است؟ (از تأثیر مقاومت هوا روی حرکت بسته چشم‌پوشی کنید.) (برگرفته از تمرین کتاب درسی)



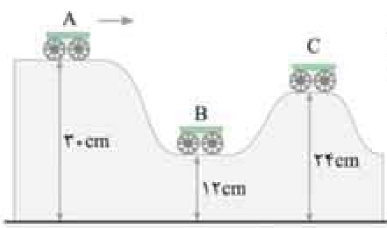
۱) $۸۰\frac{m}{s}$ ۲) $۷۰\frac{m}{s}$ ۳) $۸۵\frac{m}{s}$ ۴) $۷۵\frac{m}{s}$

۱۹۳. مطابق شکل، ارابه‌ای به جرم m از نقطهٔ A با تندی ۲ متر بر ثانیه می‌گذرد. تندی آن هنگام عبور از نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟ (از اصطکاک صرف نظر شود، $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$) (ریاضی ۸۶)



۱) ۴   ۲) ۸
۳) $\sqrt{۴۶}$ ۴) بستگی به جرم m دارد.

۱۹۴. در شکل مقابل اصطکاک ناچیز است و ارابه بدون تندی اولیه از حالت A رها می‌شود. نسبت تندی ارابه در حالت B به تندی آن در حالت C کدام است؟ (ریاضی ۹۱)

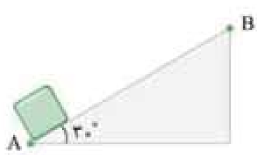


۱) ۲
۲) ۳
۳) $\sqrt{۲}$
۴) $\sqrt{۳}$

۱۹۵. در شکل مقابل، جسم از نقطهٔ A رها شده و در مسیر دایره‌ای حرکت رفت و برگشتی انجام می‌دهد. با فرض بدون اصطکاک بودن مسیر حرکت، بیشترین تندی جسم چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

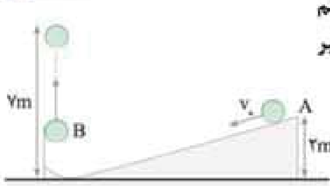
۱) $\sqrt{۱۵}$ ۲) $\sqrt{۳۰}$
۳) $\sqrt{۴۰}$ ۴) $\sqrt{۸۰}$

۱۹۶. در شکل مقابل، جسم با تندی $۴\frac{m}{s}$، از نقطهٔ A، به بالای سطح شیبدار پرتاب می‌شود. بیشترین ارتفاعی که جسم روی سطح می‌تواند بالا رود، چند متر است؟ (سطح بدون اصطکاک است.)



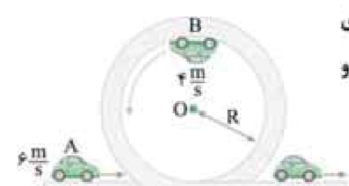
۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$
۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۷}{۱۰}$

۱۹۷. در شکل مقابل، به گلوله در نقطهٔ A، تندی $v_۰$ داده شده و این گلوله در نقطهٔ B از قسمت قائم مسیر جدا شده و حداکثر تا ارتفاع ۷m از سطح زمین، بالا رفته است. اگر اصطکاک در سطح مسیر و مقاومت هوا ناچیز باشد، $v_۰$ چند متر بر ثانیه بوده است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$)



۱) ۵   ۲) ۱۰
۳) ۱۵   ۴) ۲۰

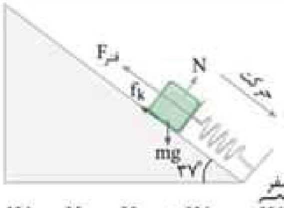
۱۹۸. در شکل مقابل، به یک ماشین اسباب‌بازی کوچک، در سطح افقی، تندی $۶\frac{m}{s}$ داده می‌شود. تندی این ماشین در بالاترین نقطهٔ دایرهٔ قائم مسیر، $۴\frac{m}{s}$ است. اگر از اصطکاک ماشین با سطح مسیر و مقاومت هوا، چشم‌پوشی کنیم، شعاع دایرهٔ مسیر چند متر بوده است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$)



۱) ۰/۲۵   ۲) ۰/۴
۳) ۰/۲   ۴) ۰/۵

تذکر: چون فنر فشرده شده است، تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی آن مثبت خواهد بود، یعنی $\Delta U_{\text{فنر}} = +23J$ به همین دلیل، کار نیروی فنر $(-23J)$ است.

۱۷۳. گزینه ۲



هنگام فشرده‌شدن فنر، تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی آن مثبت است، در نتیجه کار نیروی فنر منفی است. از طرفی هنگامی که فنر به بیشترین فشردگی می‌رسد، جسم به صورت لحظه‌ای متوقف می‌شود و جابه‌جایی جسم تا این لحظه برابر ۱۰۰cm است (چون علاوه بر ۸۰cm، که طی می‌کند تا به فنر برسد، ۲۰cm هم به خاطر جمع‌شدن فنر، روی سطح شیبدار پایین می‌آید.) حال می‌توان نوشت:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{وزن}} + \overbrace{W_N}^{\text{صفر}} + W_{f_k} + W_{\text{فنر}} = \overbrace{K_2}^{\text{صفر}} - \overbrace{K_1}^{\text{صفر}} \xrightarrow{W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{فنر}}} mg\Delta h + W_{f_k} + (-\Delta U_{\text{فنر}}) = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta h = 1\times \sin 37^\circ = 0/6m} \Rightarrow (2\times 10\times 0/6) + W_{f_k} + (-10) = 0 \Rightarrow W_{f_k} = -2J$$

۱۷۴. گزینه ۴

با توجه به این‌که $(E = K + U)$ است، کافی است K و U حساب شوند و در رابطهٔ E جای‌گذاری شوند:

$$\left.\begin{array}{l} K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times 5\times 4^2 = 40J \\ U = mgh = 5\times 10\times 2 = 100J \end{array}\right\} \Rightarrow E = K + U = 40 + 100 = 140J$$

۱۷۵. گزینه ۳

با قراردادن مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی در نقطهٔ پرتاب جسم، انرژی مکانیکی را در این نقطه حساب می‌کنیم:

$$E = K + \overbrace{U}^{\text{صفر}} = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{g\div 1000 = kg} \frac{1}{2}\times 0/5\times 10^2 = 25J$$

حال می‌توان گفت چون مقاومت هوا وجود ندارد، انرژی مکانیکی ثابت بوده و در هر نقطهٔ دیگری (از جمله در نقطهٔ اوج) مقدار انرژی مکانیکی ۲۵ ژول است.

۱۷۶. گزینه ۳

گزینه‌ها را تک‌تک بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱: با تجربه‌های روزمره نیز مشخص است که وقتی گلوله‌ای رها می‌شود، با گذشت زمان، تندی آن همواره افزایش می‌یابد.

گزینهٔ ۲، ۳ و گزینهٔ ۴ چون اصطکاک ناچیز است، می‌توان بین نقطهٔ رهاکردن گلوله و نقطهٔ برخورد به زمین نوشت: $E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$

در لحظهٔ رهاکردن، تندی صفر است پس $(K_1 = 0)$ می‌باشد و در نقطهٔ برخورد به زمین، ارتفاع جسم صفر می‌شود پس $(U_2 = 0)$ است و رابطهٔ بالا به صورت زیر درمی‌آید:

$$U_1 = K_2 \xrightarrow[h_1 = h]{U_1 = mgh_1} K_2 = \overset{\text{ثابت}}{mg}\,h \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = mgh \Rightarrow v_2 = \sqrt{\underset{\text{ثابت}}{2g}\,h}$$

حال می‌توان گزینه‌ها را تحلیل کرد:

گزینهٔ ۲: طبق رابطهٔ $v_2 = \sqrt{2gh}$، تندی در لحظهٔ برخورد به زمین با $(\sqrt{h})$ متناسب است.

گزینهٔ ۳: طبق رابطهٔ $K_2 = mgh$، چون (mg) مقدار ثابتی دارد، K_2 متناسب h است و این گزینه درست است.

گزینهٔ ۴: طبق رابطهٔ $K_2 = mgh$، مشخص است که انرژی جنبشی به جرم بستگی دارد. (ولی تندی گلوله به جرم بستگی ندارد.)

۱۷۷. گزینه ۱

بین نقطهٔ پرتاب و نقطهٔ برخورد به زمین می‌توان نوشت: $E_1 = E_2 \Rightarrow \overbrace{K_1}^{\text{صفر}} + U_1 = K_2 + \overbrace{U_2}^{\text{صفر}} \Rightarrow mgh_1 = K_2 \Rightarrow K_2 = 2\times 10\times 15 = 300J$

۱۷۸. گزینه ۴

ابتدا انرژی مکانیکی را در لحظهٔ پرتاب به دست می‌آوریم، فقط باید دقت کنید که چون مبدأ سنجش انرژی پتانسیل را محل پرتاب جسم فرض کردیم، $h_1 = 0$ بوده و $U_1 = 0$ می‌شود:

$$E_1 = K_1 + \overbrace{\cancel{U_1}}^{\text{صفر}} = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}\times 2\times (10)^2 = 100J$$

حال می‌توان گفت، چون انرژی مکانیکی ثابت است، در هر نقطهٔ دیگر (از جمله در نصف ارتفاع اوج)، مقدار انرژی مکانیکی ۱۰۰J باید باشد.

۱۷۹. گزینه ۳

در تست‌های قبل، دیدیم برای جسمی که از ارتفاعی رها می‌شود و به زمین اصابت می‌کند، رابطهٔ $E_1 = E_2$ به رابطهٔ زیر ختم می‌شود:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \overbrace{K_1}^{\text{صفر}} + U_1 = K_2 + \overbrace{U_2}^{\text{صفر}} \Rightarrow \boxed{K_2 = mgh_1}$$

رابطهٔ بالا را به صورت مقایسه‌ای می‌نویسیم:

$$\frac{K_{2B}}{K_{2A}} = \frac{m_B \cancel{g} h_{1B}}{m_A \cancel{g} h_{1A}}$$

حال می‌توان در رابطهٔ مقایسه‌ای عددگذاری کرد:

$$\frac{K_{2B}}{K_{2A}} = \frac{2m\times 20}{(m)\times 10} = \frac{40}{10} = 4$$

۱۸۰.

بین نقطهٔ پرتاب جسم (که آن را مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم ($U_1 = 0$)) و ارتفاع ۴ متری از سطح زمین (نقطهٔ ۲) می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + \overbrace{U_1}^{\text{صفر}} = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = K_2 + mgh_2 \Rightarrow \frac{1}{2}\times 2\times 20^2 = K_2 + 2\times 10\times 4 \Rightarrow K_2 = 400 - 80 = 320J$$

۱۸۱.

شرایط خلأ (بدون اصطکاک) بوده و می‌توان نوشت:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{K_2 = \frac{1}{2}U_2} K_1 + \overbrace{U_1}^{\text{صفر}} = \frac{1}{2}U_2 + U_2 = \frac{3}{2}U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 = \frac{3}{2}(mgh_2) \Rightarrow \frac{1}{2}\times(30)^2 = \frac{3}{2}(10\times h_2) \Rightarrow h_2 = 30m$$

۱۸۲.

راهبرد ۱۷

تغییر انرژی مکانیکی (ΔE): انرژی مکانیکی یک جسم در دو نقطه از مسیر حرکتش برابر است با:

$$\begin{cases} E_2 = K_2 + U_2 \\ E_1 = K_1 + U_1 \end{cases} \Rightarrow \text{رابطهٔ بالا را منهای رابطهٔ پایین می‌کنیم} \Rightarrow \underbrace{E_2 - E_1}_{\Delta E} = \underbrace{(K_2 - K_1)}_{\Delta K} + \underbrace{(U_2 - U_1)}_{\Delta U}$$

در نتیجه می‌توان گفت:

$$\overbrace{\Delta E}^{\text{تغییر انرژی مکانیکی}} = \underbrace{\Delta K}_{\text{تغییر انرژی جنبشی}} + \Delta U \rightarrow \text{تغییر انرژی پتانسیل}$$

۱. از این رابطه زمانی استفاده می‌شود که تغییر انرژی مورد توجه باشد.

۲. اگر انرژی مکانیکی ثابت و پایسته باشد (مانند شرایط خلأ)، $E_1 = E_2$ بوده و $\Delta E = 0$ می‌شود، در این حالت، داریم:

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U \xrightarrow{\Delta E = 0} \Delta K = -\Delta U$$

چون شرایط خلأ است، انرژی مکانیکی ثابت خواهد بود، این یعنی $\Delta E = 0$ بوده و می‌توان نوشت:

رابطهٔ به دست آمده نشان می‌دهد که «در شرایطی که انرژی مکانیکی پایسته است، تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل هم‌اندازه ولی قرینه‌اند».

پس، در این قسمت با افزایش انرژی جنبشی به اندازهٔ $30J$، انرژی پتانسیل گرانشی جسم باید $30J$ کاهش یابد.

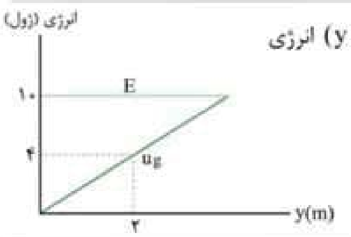
۱۸۳.

هدف محاسبهٔ ΔU است پس می‌توان نوشت:

$$\Delta K = -\Delta U \Rightarrow \Delta U = -\Delta K = -(K_2 - K_1) = -\frac{1}{2}m(v_2^2 - \overbrace{\cancel{v_1^2}}^{\text{صفر}}) \Rightarrow \Delta U = -\frac{1}{2}\times 0.4\times(2)^2 = -0.8J$$

علامت منفی نشان‌دهندهٔ کاهش انرژی پتانسیل گرانشی است.

۱۸۴.



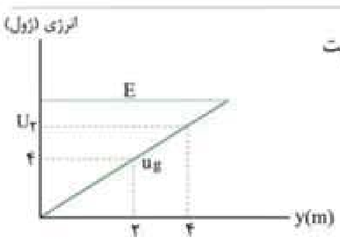
با توجه به نمودار داده‌شده، انرژی مکانیکی، مقداری ثابت و ($E = 10J$) است و در مکان ($y = 2m$) انرژی پتانسیل گرانشی جسم ($U = 4J$) است، پس:

$$E = K + U \Rightarrow 10 = K + 4 \Rightarrow K = 6J$$

حال می‌توان از رابطهٔ انرژی جنبشی تندی جسم را حساب کرد:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 6 = \frac{1}{2}\times 2\times v^2 \Rightarrow v = \sqrt{6}\,\frac{m}{s}$$

۱۸۵.



انرژی پتانسیل گرانشی جسم در $y_2 = 4m$ را در شکل زیر، می‌توان با استفاده از قضیهٔ تالس (نسبت اضلاع) به دست آورد:

$$\frac{4}{2} = \frac{U_2}{4} \Rightarrow U_2 = 8J$$

در ادامه برای نقاط $y_1 = 0$ و $y_2 = 4m$ می‌توان رابطهٔ مربوط به محاسبهٔ انرژی مکانیکی را نوشت:

$$y_1 = 0 : E_1 = K_1 + U_1 \xrightarrow[E_1 = 10J]{U_1 = 0} K_1 = 10J$$

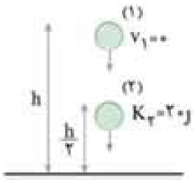
(دقت کنید، چون از مقاومت هوا صرف نظر شده است، انرژی مکانیکی پایسته است ($E_1 = E_2$)).

$$y_2 = 4m : E_2 = K_2 + U_2 \xrightarrow[E_2=E_1=10J]{U_2=8J} 10 = K_2 + 8 \Rightarrow K_2 = 2J$$

حال می‌توان کار کل را حساب کرد: $W_t = K_2 - K_1 = 2 - 10 = -8J$

تذکر: چون تنها نیروی وارد بر جسمی که در شرایط خلأ در راستای قائم حرکت می‌کند، نیروی وزن است، کار کل برابر با کار نیروی وزن بوده و بعد از محاسبهٔ U_1 ، U_2 می‌توان نوشت: $W_t = W_{mg} = -\Delta U = -(8-0) = -8J$

۱۸۶.



رابطهٔ پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطهٔ پرتاب (نقطهٔ (۱)) و نیمهٔ مسیر (نقطهٔ (۲)) به صورت روبه‌رو است:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

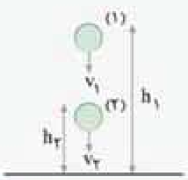
با توجه به این‌که تندی اولیه، صفر ($K_1 = 0$) و نیمهٔ مسیر $\frac{h}{2}$ است، داریم:

$$0 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow mgh = K_2 + mg(\frac{h}{2}) \Rightarrow 1\times10\times h = 20 + 1\times10(\frac{h}{2})$$

$$\Rightarrow 10h = 20 + 5h \Rightarrow 5h = 20 \Rightarrow h = 4m$$

۱۸۷.

راهبرد ۱۸



فرض کنید در شرایط خلأ و در شکل زیر جسم از نقطهٔ ۱ به سمت پایین رها شده و وقتی به نقطهٔ ۲ می‌رسد، ارتفاع آن از سطح زمین (h_2) است. اگر بین این دو نقطه رابطهٔ پایستگی انرژی مکانیکی را بنویسیم خواهیم داشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

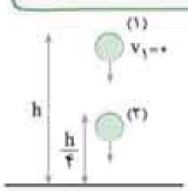
$$= \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \xrightarrow{\times(2)} v_1^2 + 2gh_1 = v_2^2 + 2gh_2 \Rightarrow \boxed{v_2^2 = v_1^2 + 2g\Delta h}$$

رابطهٔ به دست آمده را (با توجه به شکل بالا) می‌توان به صورت زیر نیز مورد استفاده قرار داد:

$$\boxed{v_{\text{پایین}}^2 = v_{\text{بالا}}^2 + 2g\Delta h}$$

تذکر:

- در رابطهٔ فوق منظور از Δh ، ($\Delta h = h_{\text{بالا}} - h_{\text{پایین}}$) است. از این‌رو Δh همواره مقداری مثبت است.
- رابطهٔ به دست آمده در هر مسیری چه مستقیم و چه منحنی قابل استفاده است و تنها شرط استفاده از آن پایسته بودن انرژی مکانیکی است، یعنی فقط نیروی گرانش بر جسم اثر کند و کار انجام دهد.

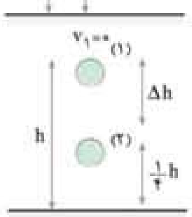


روش اول: مقاومت هوا ناچیز است پس می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{K_1=0} mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\xrightarrow[h_2=\frac{1}{4}h]{h_1=h} gh = \frac{1}{2}v_2^2 + g(\frac{1}{4}h) \Rightarrow \frac{1}{2}v_2^2 = \frac{\frac{3}{4}}{2}gh$$

$$\xrightarrow[\text{جذر می‌گیریم}]{\text{از طرفین}} v_2 = \sqrt{\frac{3}{2}gh}$$



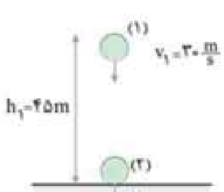
روش دوم: از رابطهٔ به دست آمده در راهبرد اخیر کمک می‌گیریم:

با توجه به شکل زیر، داریم: $\Delta h = h - \frac{1}{4}h = \frac{3}{4}h$

حال می‌توان نوشت:

$$v_{\text{پایین}}^2 = v_{\text{بالا}}^2 + 2g\Delta h \Rightarrow v_{\text{پایین}}^2 = 0 + 2g(\frac{3}{4}h) \xrightarrow[\text{جذر می‌گیریم}]{\text{از طرفین}} v_{\text{پایین}} = \sqrt{\frac{3}{2}gh}$$

۱۸۸.



روش اول: بین نقطهٔ پرتاب (۱) و نقطهٔ برخورد به زمین (۲)، رابطهٔ پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

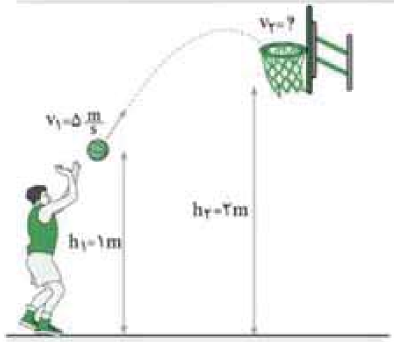
$$\xrightarrow{h_2=0} \frac{1}{2}(30)^2 + (10\times45) = \frac{1}{2}v_2^2 + 0$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 2\times(30)^2 \xrightarrow[\text{جذر می‌گیریم}]{\text{از طرفین}} v_2 = 30\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$$

روش دوم: این‌بار به سراغ روش تستی می‌رویم؛ (دقت شود که $\Delta h = 45m$ است):

$$v_{\text{پایین}}^2 = v_{\text{بالا}}^2 + 2g\Delta h \Rightarrow v_{\text{پایین}}^2 = (30)^2 + (2\times10\times45) = 2\times(30)^2 \xrightarrow[\text{جذر می‌گیریم}]{\text{از طرفین}} v_{\text{پایین}} = 30\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$$

۱۸۹.



روش اول:

$$K_۱+U_۱=K_۲+U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲+mgh_۱=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲+mgh_۲$$

$$\Rightarrow (\frac{۱}{۲}\times(۵)^۲)+(۱۰\times۱)=(\frac{۱}{۲}\times v_۲^{\ ۲})+(۱۰\times۲)$$

$$\Rightarrow v_۲^{\ ۲}=۵ \xrightarrow[\text{جذر می‌گیریم.}]{\text{از طرفین}} v_۲=\sqrt{۵}\,\frac{m}{s}$$

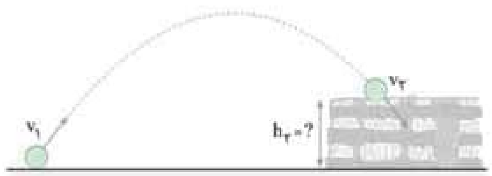
روش دوم:

$$v_{\text{پایین}}^{\ ۲}=v_{\text{بالا}}^{\ ۲}+۲g\Delta h \xrightarrow{\Delta h=۲-۱=۱m} ۵^۲=v_{\text{بالا}}^{\ ۲}+(۲\times۱۰\times۱)$$

$$\Rightarrow v_{\text{بالا}}^{\ ۲}=۲۵-۲۰=۵ \xrightarrow[\text{جذر می‌گیریم.}]{\text{از طرفین}} v_{\text{بالا}}=\sqrt{۵}\,\frac{m}{s}$$

۱۹۰.

روش اول:



$$K_۱+U_۱=K_۲+U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲+\overbrace{mgh_۱}^{\text{صفر}}=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲+mgh_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times(۴۰)^۲=\frac{۱}{۲}\times(۲۴)^۲+۱۰h_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\underbrace{((۴۰)^۲-(۲۴)^۲)}_{(۴۰-۲۴)(۴۰+۲۴)}=۱۰h_۲$$

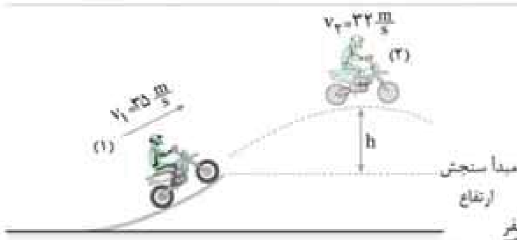
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}(۱۶\times۶۴)=۱۰h_۲ \Rightarrow h_۲=۵۱/۲m$$

روش دوم:

$$v_{\text{پایین}}^{\ ۲}=v_{\text{بالا}}^{\ ۲}+۲g\Delta h \xrightarrow{\Delta h=h_۲-\overbrace{h_۱}^{\text{صفر}}=h_۲} (۴۰)^۲=(۲۴)^۲+(۲\times۱۰h_۲) \Rightarrow ((۴۰)^۲-(۲۴)^۲)=۲۰h_۲$$

$$\Rightarrow (۴۰-۲۴)(۴۰+۲۴)=۲۰h_۲ \Rightarrow ۱۰۲۴=۲۰h_۲ \Rightarrow h_۲=۵۱/۲m$$

۱۹۱.



روش اول: این تست یک نکتهٔ متفاوت دارد، چون ارتفاع انتهای سکو از سطح زمین را نداریم، باید مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی را، ابتدای سکو (یعنی جایی که موتور، سکو را با تندی $۳۵\frac{m}{s}$ ترک می‌کند) در نظر بگیریم، که در این حالت $h_۱=۰$ شده و $h_۲=h$ خواهد شد:

$$K_۱+\overbrace{U_۱}^{\text{صفر}}=K_۲+U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲+=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲+mgh_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times(۳۵)^۲=\frac{۱}{۲}\times(۳۲)^۲+۱۰h_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\underbrace{((۳۵)^۲-(۳۲)^۲)}_{(۳۵-۳۲)(۳۵+۳۲)}=۱۰h \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times۳\times۶۷=۱۰h \Rightarrow h=۱۰/۰۵m$$

روش دوم: دو نقطهٔ (۱) و (۲) در انتهای سکو قرار دارند. برای محاسبهٔ نقطهٔ اوج از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$v_{\text{پایین}}^{\ ۲}=v_{\text{بالا}}^{\ ۲}+۲g\Delta h \xrightarrow{\Delta h=h} (۳۵)^۲=(۳۲)^۲+۲(۱۰)(\Delta h) \Rightarrow (۳۵)^۲-(۳۲)^۲=۲۰\Delta h$$

$$\Rightarrow (۳۵-۳۲)(۳۵+۳۲)=۲۰\Delta h \Rightarrow \Delta h=۱۰/۰۵m$$

۱۹۲.

ابتدا تندی هواپیما را به $\frac{m}{s}$ تبدیل می‌کنیم:

$$۱۹۸\frac{km}{h}\div۳/۶=۵۵\frac{m}{s}$$

روش اول:

تذکر: چون بسته قبل از پرتاب در هواپیما قرار دارد، تندی اولیهٔ آن با تندی هواپیما برابر است. $(v_۱=۱۹۸\frac{km}{h})$.

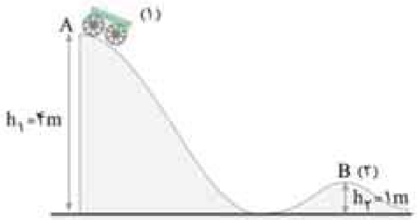
$$K_۱+U_۱=K_۲+\overbrace{\cancel{U_۲}}^{\text{صفر}} \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲+mgh_۱=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}(۵۵)^۲+(۱۰\times۲۲۵)=\frac{۱}{۲}v_۲^{\ ۲} \Rightarrow v_۲^{\ ۲}=۷۵۲۵$$

$$\xrightarrow[\text{جذر می‌گیریم.}]{\text{از طرفین}} v_۲=۸۵\frac{m}{s}$$

روش دوم:

$$v_{\text{پایین}}^{\ ۲}=v_{\text{بالا}}^{\ ۲}+۲g\Delta h \Rightarrow v_{\text{پایین}}^{\ ۲}=(۵۵)^۲+۲\times۱۰\times۲۲۵ \Rightarrow v_{\text{پایین}}^{\ ۲}=۷۲۲۵ \xrightarrow{\sqrt{}} v_{\text{پایین}}=۸۵\frac{m}{s}$$

۱۹۳.



نقطهٔ A را نقطهٔ (۱) و نقطه B را نقطهٔ (۲) در نظر می‌گیریم:

روش اول:

$$K_1+U_1=K_2+U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2+mgh_1=\frac{1}{2}mv_2^2+mgh_2$$

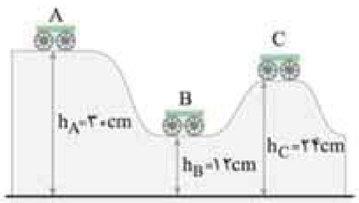
$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times(2)^2+(10\times 4)=\frac{1}{2}v_2^2+(10\times 1)\Rightarrow v_2^2=64$$

$$\xrightarrow[\text{جذر می‌گیریم}]{\text{از طرفین}} v_2=8\frac{m}{s}$$

روش دوم:

$$v_{\text{پایین}}^2=v_{\text{بالا}}^2+2g\Delta h \xrightarrow{\Delta h=4-1=3m} v_{\text{پایین}}=\sqrt{(2)^2+2\times 10\times 3}=8\frac{m}{s}$$

۱۹۴.



اجازه بدید این تست را فقط با روش تستی حل کنم، زحمت روش اول رو خودتون بکشید.

ابتدا بین دو نقطهٔ A و B از رابطهٔ تستی استفاده می‌کنیم:

$$v_{\text{پایین}}^2=v_{\text{بالا}}^2+2g\Delta h \xrightarrow[v_{\text{بالا}}=v_A=0]{v_{\text{پایین}}=v_B} v_B^2$$

$$=0+(2\times 10\times \underbrace{(30-12)\times 10^{-2}}_{\text{اختلاف ارتفاع برحسب متر}})\Rightarrow v_B=\sqrt{3/6}\,\frac{m}{s}$$

حال بین دو نقطهٔ A و C از رابطهٔ تستی استفاده می‌کنیم:

$$v_{\text{پایین}}^2=v_{\text{بالا}}^2+2g\Delta h \xrightarrow[v_{\text{بالا}}=v_A=0]{v_{\text{پایین}}=v_C}$$

$$v_C^2=0+(2\times 10\times \underbrace{(30-24)\times 10^{-2}}_{\text{اختلاف ارتفاع بر حسب متر}})\Rightarrow v_C^2=\sqrt{2\times 10\times 0/6}\xrightarrow[\text{جذر می‌گیریم}]{\text{از طرفین}} v_C=\sqrt{1/2}\,\frac{m}{s}$$

حال می‌توان خواستهٔ تست را به دست آورد:

$$\frac{v_B}{v_C}=\frac{\sqrt{3/6}}{\sqrt{1/2}}=\sqrt{\frac{3/6}{1/2}}=\sqrt{3}$$

تذکر: در مرحلهٔ دوم، بین B و C نیز می‌توانستیم از رابطهٔ تستی استفاده کنیم.

۱۹۵.

راهبرد ۱۹

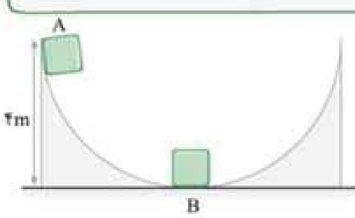
بیشترین تندی: تا این‌جا یاد گرفتیم که در نبود اصطکاک می‌توان از رابطهٔ $(K+U=E)$ استفاده کرد و در این رابطه چون (E) ثابت است، می‌توان نتیجه گرفت که: $\boxed{K+U=\text{ثابت}}$

با توجه به رابطهٔ به دست آمده، می‌توان گفت، با افزایش K، U کاهش می‌یابد (و برعکس).

«پس بیشترین مقدار (K) در نقطه‌ای اتفاق می‌افتد که (U) کم‌ترین مقدار را داشته باشد (یعنی صفر شود)».

این جمله را به صورت زیر نیز می‌توان بیان کرد:

در نقطه‌ای که [تندی / ارتفاع] **کمینه** است، [ارتفاع / تندی] **بیشینه** است.



با توجه به راهبرد اخیر، در شکل زیر، در نقطهٔ B تندی متحرک باید بیشینه باشد، پس می‌توان نوشت: (تندی در پایین V_B و تندی در بالا، V_A است)

$$v_B^2=V_A^2+2g\Delta h \xrightarrow[V_A=0]{\Delta h=4m} v_B=\sqrt{2\times 10\times 4}=\sqrt{80}\,\frac{m}{s}$$

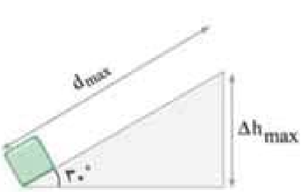
۱۹۶.

در بیشترین ارتفاع، تندی صفر است، پس:

$$v_A^2=v_B^2+2g\Delta h \xrightarrow[v_B=0]{\Delta h=h-0=h} 4^2=0+2\times 10\times h\Rightarrow 16=20h$$

$$\Rightarrow h=\frac{16}{20}m=\frac{4}{5}m \longrightarrow h_{max}=\frac{4}{5}m$$

تذکر: اگر در صورت سؤال، بیشترین مسافت طی‌شده توسط متحرک، خواسته شده بود، با توجه به شکل مقابل، می‌توانستیم به صورت زیر آن را حساب کنیم:



$$\sin 30°=\frac{\Delta h_{max}}{d_{max}}\Rightarrow d_{max}=\frac{\Delta h_{max}}{\sin 30°}=\frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{2}}=\frac{8}{5}=1/6m$$

فصل سوم

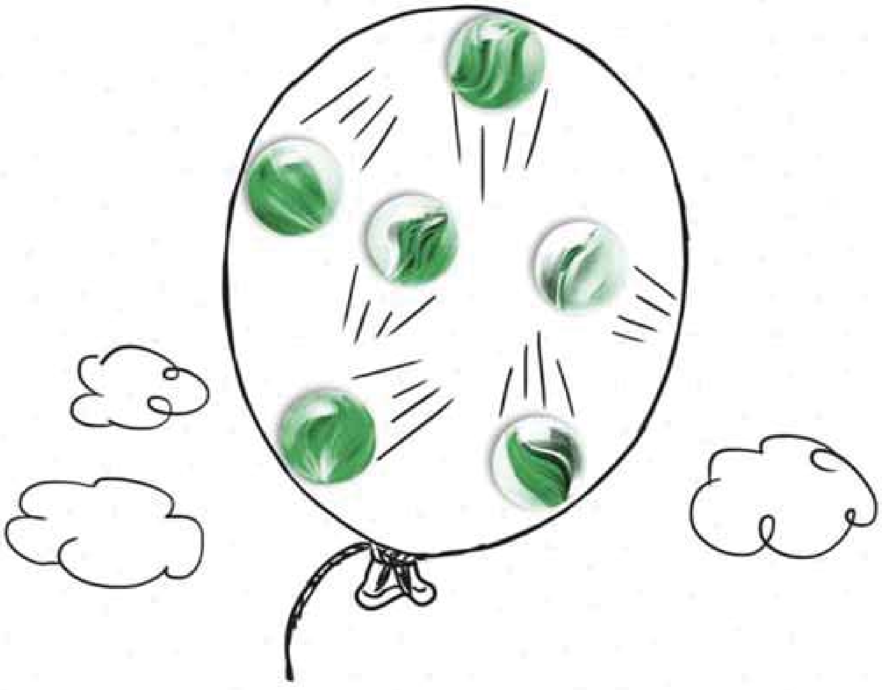
ویژگی‌های فیزیکی مواد

آشنایی بیشتر با حالت‌های مختلف ماده و برخی پدیده‌های مربوط به این حالت‌ها و نیروهای بین مولکولی از اهداف قسمت اول این فصل است. با مطالعهٔ دقیق کتاب درسی و درس‌نامه‌های این کتاب می‌توانید به‌راحتی بر مفاهیم آن تسلط یابید.

فشار در شاره‌ها مبحث مهم دیگری است که در مهندسی و علوم تجربی کاربردهای فراوان دارد و در دو بخش شارهٔ ساکن و شارهٔ در حرکت مطرح شده است. درس‌نامه‌ها و تست‌های مربوط به بخش شارهٔ ساکن را باید با دقت بیشتری و اگر لازم باشد دو بار یا بیش‌تر کار کنید تا فشارتان تنظیم شود!

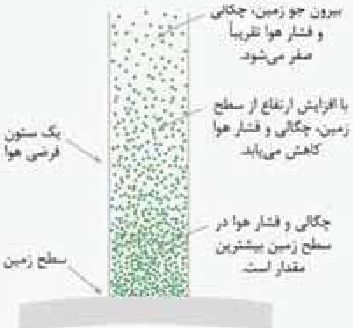
بخش شارهٔ در حرکت مربوط به مفاهیم شناوری ، اصل ارشمیدس، معادله پیوستگی و اصل برنولی است و در نظام کنونی آموزشی کشور وارد کتاب فیزیك شده است. از این‌رو بیش‌تر سؤال‌های آن تالیفی است.

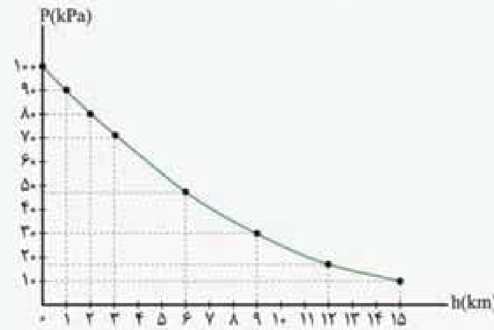
به‌نظر می‌رسد از این فصل در کنکور سراسری، ۲ تست طرح شود.



فشار هوا ـ جوسنج (بارومتر)

ما ساکنین کرهٔ زمین در کف اقیانوسی از هوا زندگی می‌کنیم. از این رو هوا نیز بر ما و اجسام فشار وارد می‌کند. نیروی گرانش زمین بر هوای اطراف آن نیز وارد می‌شود. سنگینی هوا سبب می‌شود که لایه‌های زیرین آن (نزدیک به سطح زمین) فشرده‌تر و چگالی هوا بیش‌تر شود. از این رو با **افزایش ارتفاع** از سطح زمین **فشار هوا کم** شده و **چگالی هوا** نیز **کاهش** می‌یابد.



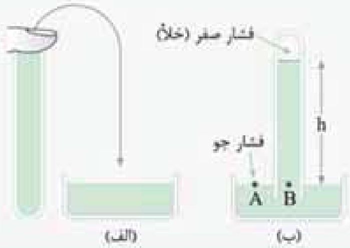


نمودار فشار هوا برحسب ارتفاع از سطح زمین به صورت منحنی است.

جوسنج (بارومتر)

◄ برای اندازه‌گیری فشار جو (هوا) به کار می‌رود.

مطابق شکل، اگر لوله‌ای شیشه‌ای به طول حداقل ۸۰cm را پر از جیوه کنیم و آن را به صورت وارونه در مخزن جیوه قرار دهیم، جیوهٔ درون لوله کمی پایین می‌رود و در ارتفاع ثابتی (h) می‌ایستد. در این حالت فضای بالای جیوه (درون لوله) خلأ است و برای دو نقطهٔ A و B می‌توان نوشت: $P_A = P_B \xrightarrow{P_A = P_0} P_0 = \rho g h$



نکته

فشار هوا متناسب با ارتفاع جیوهٔ درون جوسنج است.

یادآوری: در سطح دریای آزاد ارتفاع جیوهٔ جوسنج حدود ۷۶۰mm یا ۷۶cm است. از این رو یکای دیگری از فشار را برحسب سانتی‌متر جیوه (cmHg) نیز بیان می‌کنند.

یکای سانتی‌متر جیوه

◄ یکای اندازه‌گیری فشار است و برابر فشار ارتفاع ستون جیوه می‌باشد.

◄ برای تبدیل یکای فشار از پاسکال به سانتی‌متر جیوه (و برعکس) می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$P = \rho g h \Rightarrow P_{(Pa)} = \rho_{(\text{جیوه})}\left(\frac{kg}{m^3}\right) \times g\left(\frac{m}{s^2}\right) \times h(m) \quad (I)$$

یادآوری: یکای دیگر فشار **بار** (bar) است و در هواشناسی و صنعت کاربرد دارد. برای تبدیل یکای فشار از پاسکال به بار (و برعکس) می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$bar \underset{\div 10^5}{\overset{\times 10^5}{\rightleftarrows}} Pa \quad (II)$$

مثال: اگر چگالی جیوه $13/6 \frac{g}{cm^3}$ باشد، ۲۷۲۰۰(Pa) چند cmHg و چند mmHg و چند bar است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

● **پاسخ:** از رابطهٔ (I) داریم: $27200 = 13600 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0/2m$

چون ارتفاع ستون جیوه‌ای که ۲۷۲۰۰ پاسکال فشار ایجاد می‌کند برابر ۰/۲m است، پس می‌توان گفت این فشار برابر ۰/۲mHg یا ۲۰cmHg یا ۲۰۰mmHg = ۲۰×۱۰ است.

از طرفی از رابطهٔ (II) داریم: $P(bar) \times 10^5 = P(Pa) \Rightarrow P = \frac{27200(Pa)}{10^5} \Rightarrow P = 0/272(bar)$

نکته

اگر (یادت باشه گفتم اگر) چگالی جیوه $13/6 \frac{g}{cm^3}$ یا $13600 \frac{kg}{m^3}$ باشد، رابطهٔ (I) را می‌توان به صورت روبه‌رو نوشت: $h_{(cmHg)} = \frac{P_{(Pa)}}{1360}$

بنابراین در این مثال می‌توان نوشت: $h_{(cmHg)} = \frac{27200(Pa)}{1360} = 20cmHg$

یادآوری: برای این‌که فشار ستونی از یک مایع به چگالی $\rho_{(\text{مایع})}$ را برحسب cmHg به دست آوریم می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم.

$$P_{\text{مایع}} = P_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} g h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

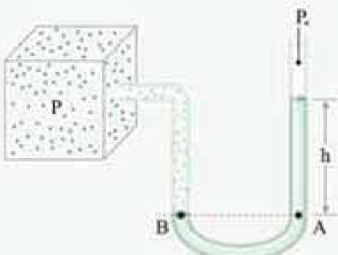
کافی است چگالی دو طرف یکسان باشد و ارتفاع $h_{\text{مایع}}$ اگر برحسب cm باشد $h_{(\text{جیوه})}$ فشار مایع نیز، برحسب cmHg به دست می‌آید.

مثال: اگر چگالی جیوه $13/5\frac{g}{cm^3}$ باشد، در عمق ۴/۵ متری آب دریا ($\rho = 1\frac{g}{cm^3}$)، فشار کل چند cmHg است؟ ($P_0 = 76cmHg$)

● **پاسخ:** ابتدا فشار آب را بر حسب CmHg به‌دست می‌آوریم، سپس فشار کل را حساب می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1(\frac{g}{cm^3}) \times 450(cm) = 13/5(\frac{g}{cm^3}) \times h$$
$$h = 30cmHg \ , \ P = 30 + 76 = 106cmHg$$

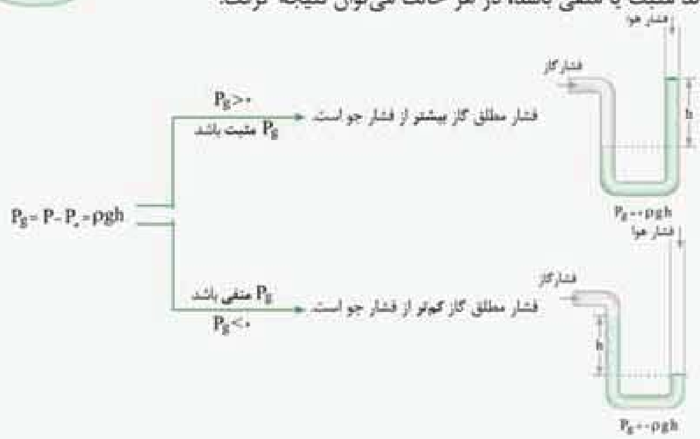
فشارسنج (مانومتر)



برای اندازه‌گیری فشار شارهٔ محبوس (محصور) به کار می‌رود. این شاره می‌تواند گاز یا مایع باشد.
در شکل مقابل براساس هم‌ترازی دو نقطهٔ A و B و یکسان بودن فشار دو نقطه می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \xrightarrow[P_A = \rho gh + P_0]{P_B = P \text{ فشار شارهٔ محبوس}} P = \rho gh + P_0 \Rightarrow P - P_0 = \rho gh$$

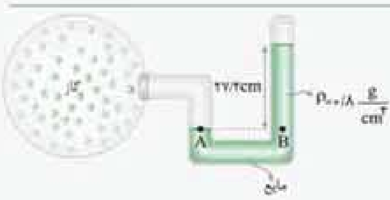
در این رابطه P **فشار مطلق** شارهٔ محبوس در ظرف و $P_g = P - P_0 = \rho gh$ را **فشار پیمانه‌ای** شارهٔ محبوس در ظرف می‌نامند.
فشار پیمانه‌ای گاز می‌تواند مثبت یا منفی باشد، در هر حالت می‌توان نتیجه گرفت:



نکته

◄ فشارسنج پزشکی و فشارسنج‌های صنعتی مانند فشارسنج بوردون، فشار **پیمانه‌ای** را نشان می‌دهند.

مثال: در شکل مقابل فشار هوا برابر یک بار و مایع ساکن است.



الف: فشار مطلق گاز چند پاسکال است؟ ($P_0 = 10^5 Pa$)

ب: فشار پیمانه‌ای گاز چند cmHg است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6\frac{g}{cm^3}$)

● **پاسخ:** توجه داریم که سطح A از مایع با گاز در تماس است. پس فشار در بالای سطح A برابر فشار مطلق گاز محبوس در ظرف است.

الف: با استفاده از هم‌ترازی دو نقطهٔ A و B که در یک مایع هستند، می‌توان فشار ستونی از جیوه که برابر فشار ۲۷/۲cm از این مایع است را به دست آورد.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho gh + P_0 \xrightarrow{P_0 = 10^5 Pa} P_{\text{گاز}} = 0/8 \times 10^3 \times 10 \times 27/2 \times 10^{-2} + 10^5 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 102176Pa$$

ب: فشار پیمانه‌ای گاز برابر $P_g = P_A - P_0 = \rho gh$ است و چون برحسب سانتی‌متر جیوه مورد نظر است می‌توان ستونی از جیوه را که فشارش برابر فشار ۲۷/۲cm از مایع است به دست آورد.

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{0/8 \times 27/2}{13/6} = 1/6cmHg$$

◄ **برای مشاهده‌ی انیمیشن یا آزمایش، رمزینهٔ روبه‌رو را اسکن کنید.**

۱۱۶. کدام گزینه درست است؟

۱) با افزایش ارتفاع از سطح زمین چگالی هوا افزایش و فشار هوا کاهش می‌یابد.
۲) یک بار (bar) برابر یک پاسکال است.
۳) نیروی ناشی از فشار هوای ساکن بر اجسام و بدن ما فقط به صورت عمودی و در راستای قائم وارد می‌شود.
۴) در شارهٔ ساکن نیرویی که توسط شاره بر اجسام وارد می‌شود، ناشی از برخورد مولکول‌ها با اطراف است.

۱۱۷. شکل مقابل یک فشارسنج یا جوسنج جیوه‌ای را نشان می‌دهد. فشار در نقاط A و B به ترتیب برابر است با:
(برگرفته از تصویر کتاب درسی)

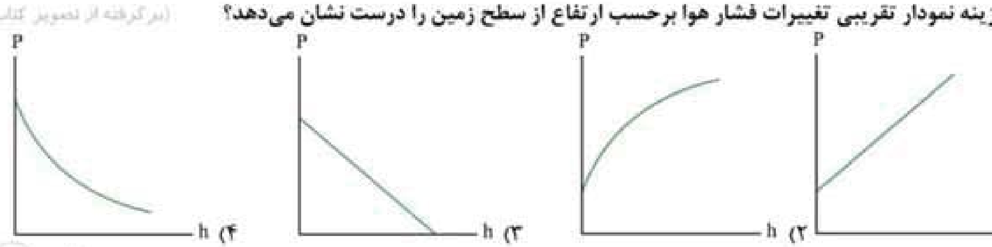
۱) صفر ـ صفر
۲) صفر ـ فشار جو
۳) فشار جو ـ صفر
۴) فشار جو ـ فشار جو

۱۱۸. کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف) ارتفاع ستون جیوه در جوسنج به قطر داخلی لوله (غیرمویین) بستگی دارد.
ب) اگر به جای جیوه از آب در جوسنج استفاده کنیم ارتفاع آب بسیار بیشتر از جیوه خواهد بود.
پ) پایین رفتن ارتفاع جیوه در جوسنج نشانگر زیاد شدن فشار جو است.

۱) الف و ب
۲) الف و پ
۳) ب
۴) پ

۱۱۹. کدام گزینه نمودار تقریبی تغییرات فشار هوا برحسب ارتفاع از سطح زمین را درست نشان می‌دهد؟ (برگرفته از تصویر کتاب درسی)

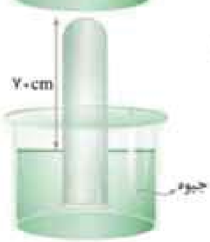


۱۲۰. در شکل مقابل اگر $h = ۷۰cm$ باشد، فشار هوا برحسب پاسکال چقدر است؟ ($\rho_{جیوه} = ۱۳/۶ \frac{g}{cm^۳}$ ، $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$)

۱) ۹۵۲
۲) ۹۵۲۰
۳) ۹۵۲۰۰
۴) ۹۵۲۰۰۰

۱۲۱. شکل مقابل یک جوسنج جیوه‌ای را نشان می‌دهد. اگر فشار هوا ۷۵ سانتی‌متر جیوه باشد، فشار جیوه بر ته لوله چند پاسکال است؟ ($\rho_{جیوه} = ۱۳/۵ \frac{g}{cm^۳}$ ، $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$)

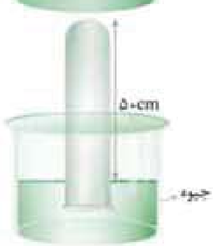
۱) ۱۴۵
۲) ۵
۳) ۶۷۵۰
۴) ۱۹۵۷۵۰



۱۲۲. در شکل مقابل، فشار هوا $۷۶cmHg$ است. اگر حداکثر فشاری که ته لوله می‌تواند تحمل کند تا نشکند ۱۳۶۰ پاسکال باشد، لولهٔ جوسنج را حداکثر چند سانتی‌متر درون جیوه ببریم تا نشکند؟

($\rho_{جیوه} = ۱۳/۶ \frac{g}{cm^۳}$ ، $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$)

۱) ۴
۲) ۶
۳) ۶۶
۴) ۷۰

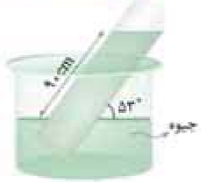


۱۲۳. در شکل مقابل، فشار هوا $۷۰cmHg$ است. نیرویی که جیوه بر ته لوله وارد می‌کند چند نیوتون است؟ مساحت ته لوله $۴cm^۲$ است. ($\rho_{جیوه} = ۱۳/۵ \frac{g}{cm^۳}$ ، $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$)

۱) ۳۷/۸
۲) ۲۷
۳) ۱۵
۴) ۱۰/۸

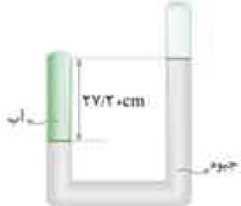
۱۲۴. شکل مقابل یک جوسنج جیوه‌ای را نشان می‌دهد. فشار هوا چند پاسکال است؟ ($\rho_{جیوه} = ۱۳/۵ \frac{g}{cm^۳}$)

($\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$ ، $\sin ۵۳^\circ = ۰/۸$ ، $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$)



۱) ۱۲۱۵۰۰
۲) ۹۷۲۰۰
۳) ۶۲۹۰۰
۴) ۵۸۲۰۰

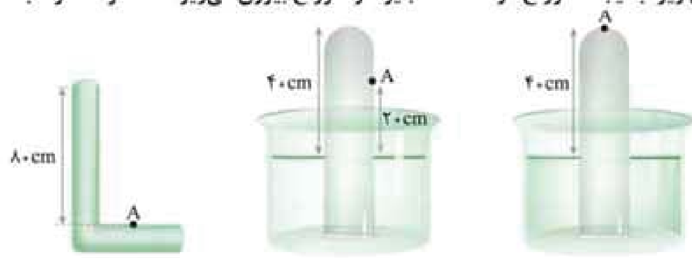
۱۲۵. در شکل مقابل، فشار هوا ۷۰cmHg است. فشار آب بر ته لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟



$(\rho_{آب} = 1\frac{g}{cm^3}, \rho_{جیوه} = 13/6\frac{g}{cm^3})$

۱) ۹۵/۲ ۲) ۸۸
۳) ۵۰ ۴) ۲

۱۲۶. در کدام‌یک از شکل‌های زیر، با ایجاد سوراخ در نقطهٔ A، جیوه از سوراخ بیرون می‌ریزد؟ ته هر سه لوله بسته است. $(P_0 = 76cmHg)$



(پ) (ب) (الف)

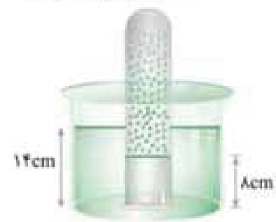
۱) الف ۲) ب ۳) پ ۴) هر سه شکل

فشار گاز محبوس

۱۲۷. در شکل زیر، فشار گاز جمع‌شده در انتهای لوله، ۷۲ سانتی‌متر جیوه است. اگر اختلاف سطح آب در لوله و ظرف ۳۴cm باشد، فشار هوا چند سانتی‌متر جیوه است؟ (چگالی آب $1\frac{g}{cm^3}$ و چگالی جیوه $13/6\frac{g}{cm^3}$ است.)

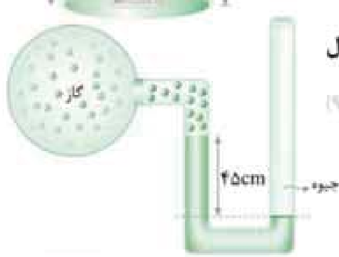
۱) ۷۶ ۲) ۷۴/۵
۳) ۶۹/۵ ۴) ۶۸

۱۲۸. در شکل، دهانهٔ لولهٔ قائمی تا عمق ۱۴ سانتی‌متر درون مایعی به چگالی ۰/۹ گرم بر سانتی‌مترمکعب فرو رفته است. اگر ارتفاع مایع در داخل لوله ۸ سانتی‌متر باشد. فشار هوای داخل لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟ (فشار هوا ۷۶cmHg و چگالی جیوه $13/5\frac{g}{cm^3}$ است.)



۱) ۷۵/۵ ۲) ۷۵/۶
۳) ۷۶/۴ ۴) ۷۶/۵

۱۲۹. در شکل روبه‌رو اگر فشار هوا 10^5 پاسکال و چگالی جیوه $13600\frac{kg}{m^3}$ باشد، فشار گاز درون ظرف چند پاسکال است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$ (ریاضی خارج ۹۵)



۱) ۳۸۸۰۰ ۲) ۶۱۲۰۰
۳) ۱۳۸۸۰۰ ۴) ۱۶۱۲۰۰

۱۳۰. در شکل روبه‌رو اگر فشار گاز ۹۵/۲ کیلوپاسکال و اختلاف ارتفاع بین دو سطح جیوه برابر ۵ سانتی‌متر باشد، فشار هوا چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$ و چگالی جیوه $13600\frac{kg}{m^3}$ است.) (ریاضی ۷۸)

۱) ۷۶ ۲) ۷۵
۳) ۷۰ ۴) ۶۵

فشار پیمانه‌ای

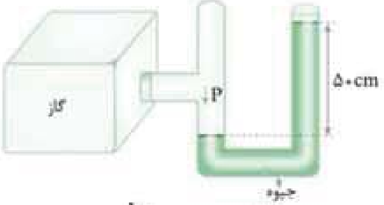
۱۳۱. کدام گزینه درست است؟

۱) فشار مطلق یک گاز اختلاف فشار هوا با فشار پیمانه‌ای گاز است.
۲) فشارسنج بوردون فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد.
۳) جوسنج فشار پیمانه‌ای هوای محیط را نشان می‌دهد.
۴) هر قدر به عمق بیشتری از یک دریاچه برویم فشار پیمانه‌ای شاره کاهش می‌یابد.

۱۳۲. فشار لاستیک بادشده‌ای، ۲۲۰ کیلوپاسکال اندازه‌گیری می‌شود. این فشار .... $(\rho_{جیوه} = 13/6\frac{g}{cm^3}, g = 10\frac{m}{s^2})$ (ریاضی خارج ۹۱)

۱) فشار مطلق است و معادل ۲۲ اتمسفر است. ۲) فشار پیمانه‌ای است و معادل ۲۲ اتمسفر است.
۳) فشار پیمانه‌ای است و معادل ۱۶۲cmHg است. ۴) فشار مطلق است و تقریباً معادل ۱۶۲cmHg است.

۱۳۳. در شکل روبه‌رو، فشار پیمانه‌ای گاز چند پاسکال است؟



(چگالی جیوه $۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}$ و $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ است.) (ریاضی ۹۱)

۱) ۵
۲) ۸۱
۳) ۶۸۰۰۰
۴) ۱۰۶۸۰۰

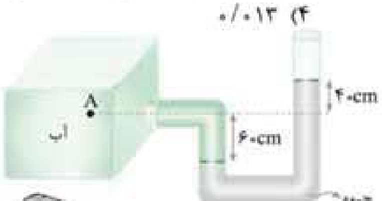
۱۳۴. اگر یک اتمسفر برابر $۱۰^۵\,Pa$ باشد، فشار پیمانه‌ای بر بدن یک غواص در عمق ۵ متری آب چند اتمسفر است؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^۲}$)، ($\rho_{آب}=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$)

۱) ۱۵۰۰۰۰
۲) ۱/۵
۳) ۵۰۰۰۰
۴) ۰/۵

۱۳۵. چگالی محلولی که به یک بیمار تزریق می‌شود ۱۰۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب است. اگر فشار پیمانه‌ای سیاهرگ ۱۳۳۰ پاسکال باشد ارتفاع تقریبی محلول از بدن بیمار حداقل چند متر باید باشد؟ ($P_۰=۱۰^۵\,Pa$) (برگرفته از تمرین کتاب درسی)

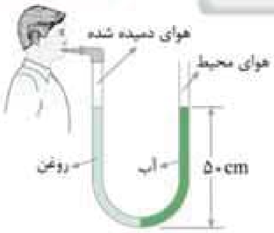
۱) ۱۳
۲) ۱/۳
۳) ۰/۱۳
۴) ۰/۰۱۳

۱۳۶. در شکل مقابل اختلاف فشار نقطهٔ A و فشار هوا چند کیلوپاسکال است؟



($g=۱۰\frac{N}{kg}$ ،$\rho_{آب}=۱\frac{g}{cm^۳}$ ،$\rho_{جیوه}=۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}$) (ریاضی خارج ۹۴)

۱) ۱۳/۶
۲) ۱۳۶
۳) ۱۳۰
۴) ۶۰



۱۳۷. در شکل روبه‌رو فشار پیمانه‌ای هوای درون ریهٔ شخص که از شاخهٔ سمت چپ لوله درون آن دمیده است، چند پاسکال است؟

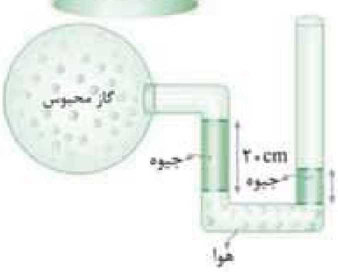
(چگالی روغن $۸۰۰\frac{kg}{m^۳}$ و چگالی آب $۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ است.) (برگرفته از مسئله کتاب درسی)

۱) ۹۰۰۰
۲) ۵۰۰۰
۳) ۴۰۰۰
۴) ۱۰۰۰

۱۳۸. در شکل مقابل مقداری هوا درون لوله و فضای بالای جیوه محبوس شده است. فشار پیمانه‌ای هوای محبوس‌شده چند پاسکال است؟ (چگالی جیوه $۱۳/۵\frac{g}{cm^۳}$ و $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$)

۱) ۲۱۶۰۰
۲) -۲۱۶۰۰۰
۳) ۸۱۰۰۰
۴) -۸۱۰۰۰

۱۳۹. در شکل روبه‌رو فشار پیمانه‌ای گاز محبوس در ظرف چند پاسکال است؟

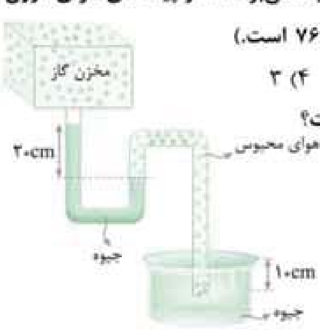


($\rho_{جیوه}=۱۳۵۰۰\frac{kg}{m^۳}$ ،$g=۱۰\frac{m}{s^۲}$)

۱) ۱۳۵۰۰ ـ کم‌تر از فشار هوا
۲) ۱۳۵۰۰ ـ بیشتر از فشار هوا
۳) ۴۱۵۰۰ ـ کم‌تر از فشار هوا
۴) ۴۱۵۰۰ ـ بیشتر از فشار هوا

۱۴۰. شخص، با مکیدن هوای یک شیلنگ، از یک ظرف آب را تا ارتفاع قائم ۴۰/۸cm درون شیلنگ بالا می‌برد. فشار پیمانه‌ای هوای درون ریهٔ شخص چند سانتی‌متر جیوه است؟($\rho_{آب}=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$، $\rho_{جیوه}=۱۳۶۰۰\frac{kg}{m^۳}$ و فشار هوا ۷۶cmHg است.)

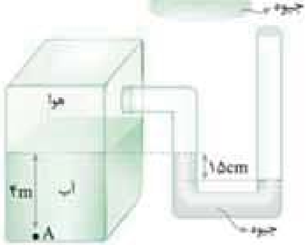
۱) -۷۳
۲) ۷۳
۳) -۳
۴) ۳



۱۴۱. در شکل مقابل اگر فشار هوا ۷۰cmHg باشد، فشار پیمانه‌ای مخزن گاز چند سانتی‌متر جیوه است؟

۱) ۶۰
۲) -۶۰
۳) -۱۰
۴) $+۱۰$

۱۴۲. فشار در نقطهٔ A چند کیلوپاسکال است؟ (تجربی ۹۴)



(چگالی آب $۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$، چگالی جیوه $۱۳۶۰۰\frac{kg}{m^۳}$، فشار هوای بیرون $۱۰^۵\,Pa$ و $g=۱۰\frac{N}{kg}$ است.)

۱) ۷۹/۶
۲) ۱۱۹/۶
۳) ۶۸/۴
۴) ۱۲۰/۴