فصل ۱

قسمت دوم

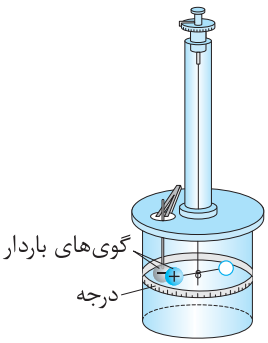
قانون کولن

اجسام باردار به یکدیگر نیروی جاذبه و دافعه وارد می‌کنند که به آن نیروی الکتریکی می‌گویند.

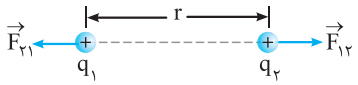
دانشمند فرانسوی، شارل آگوستین کولن با استفاده از یک ترازوی پیچشی، عوامل مؤثر بر نیروی بین دو جسم باردار کوچک را مشخص کرد.

کولن با استفاده از ترازوی پیچشی مقابل عوامل را بررسی کرد. در دو سر میله‌ای نارسانا بار مثبت و یک قرص قرار داد و توسط سیم نازک آویزان کرد. یک گوی با بار منفی و هم‌اندازه با بار مثبت داخل استوانه برد و با توجه به مقدار چرخش میلهٔ نارسانا، نیروی وارد بر بار مثبت را تعیین کرد.

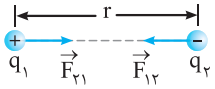
نتیجهٔ آزمایش کولن به‌صورت قانون بیان شد.



اگر دو بار q_1 و q_2 در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار گیرند، مطابق شکل‌های زیر به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند:



آ) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی هم‌نام، رانشی است.



ب) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی ناهم‌نام، ربایشی است.

F_{12} نیرویی است که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند و F_{21} نیرویی است که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند. در مورد جهت این نیروها به نکات زیر توجه کنید:

۱) این دو نیرو همیشه خلاف جهت هم هستند.

۲) راستای این دو نیرو در راستای خطی است که دو ذره را به هم متصل می‌کند.

۳) اندازهٔ این دو نیرو همیشه با هم برابر است و از رابطهٔ قانون کولن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

تعریف قانون کولن: اندازهٔ نیروی الکتریکی (الکتروستاتیکی) بین دو بار نقطه‌ای[1] که در راستای خط واصل آن‌ها اثر می‌کند، با حاصل‌ضرب بزرگی بارها متناسب است و با مربع فاصلهٔ آن‌ها نسبت وارون دارد.

$$\left.\begin{array}{l} \underbrace{F_{12}=F_{21}=F}_{\text{قانون سوم نیوتون}} \\ \vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21} \end{array}\right. , \quad \left.\begin{array}{l} F \propto |q_1|\times|q_2| \\ F \propto \frac{1}{r^2} \end{array}\right\} \Rightarrow F \propto \frac{|q_1|\times|q_2|}{r^2} \Rightarrow \boxed{F = k\frac{|q_1|\times|q_2|}{r^2}}$$

q_1 و q_2: بار دو ذره بر حسب کولن (C)، r: فاصلهٔ بین دو ذره بر حسب متر (m)

k: ثابت کولن بر حسب $\frac{N.m^2}{C^2}$ $(k \simeq 8/89\times10^9 \simeq 9\times10^9)$

ضریب k را بر حسب ضریب ثابت دیگری به نام ε_0 (ضریب گذردهی الکتریکی خلأ) بیان می‌کنند.

$$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} , \quad \varepsilon_0 = 8/85\times10^{-12}\ \frac{C^2}{N.m^2}$$

مثال

دو ذرهٔ $q_1 = +3\mu C$ و $q_2 = -6\mu C$ در فاصلهٔ $30cm$ از یکدیگر ثابت شده‌اند.

آ) اندازهٔ نیرویی که ذرهٔ q_1 به q_2 وارد می‌کند، بزرگ‌تر است یا اندازهٔ نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند؟

ب) نیرویی که این دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند را محاسبه کنید.

پاسخ: آ) طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند با هم برابر است: $F_{12} = F_{21}$

ب) از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$F = k\frac{q_1\times|q_2|}{r^2} = 9\times10^9\times\frac{3\times10^{-6}\times6\times10^{-6}}{(30)^2\times10^{-4}} = 1/8N$$

۱. برای اجسام باردار به شرطی می‌توانیم از رابطهٔ کولن استفاده کنیم که ابعاد جسم در مقایسه با فاصلهٔ بین بارها ناچیز باشد.

تست دو بار نقطه‌ای q و $5q$ در فاصلهٔ r از یکدیگر ثابت شده‌اند. اگر بزرگی نیرویی که بار q به بار $5q$ وارد می‌کند برابر F باشد، بزرگی نیرویی که بار $5q$ به q وارد می‌کند چند F است؟

۱) F ۲) $3F$ ۳) $5F$ ۴) $6F$

پاسخ: طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذرهٔ باردار به هم وارد می‌کنند هم‌اندازه هستند، بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

تست دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 در محل خود ثابت شده‌اند. اگر $\vec{F}_{21}$ در جهت شمال شرق باشد، $\vec{F}_{12}$ در کدام جهت است؟

۱) شمال شرق ۲) جنوب غرب ۳) شمال غرب ۴) جنوب شرق

پاسخ: طبق قانون سوم نیوتون جهت نیروها خلاف یکدیگر است، بنابراین اگر یکی از نیروها در جهت شمال شرق باشد، نیروی دیگر در جهت جنوب غرب است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

تست دو ذرهٔ باردار در محل خود ثابت شده‌اند. اگر $\vec{F}_{12} = 6\vec{i} - 7\vec{j}$ باشد، $\vec{F}_{21}$ کدام است؟

۱) $6\vec{i} - 7\vec{j}$ ۲) $-6\vec{i} + 7\vec{j}$ ۳) $-6\vec{i} - 7\vec{j}$ ۴) $6\vec{i} + 7\vec{j}$

پاسخ: طبق قانون سوم نیوتون نیروها خلاف جهت هستند.

$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} = -(6\vec{i} - 7\vec{j}) = -6\vec{i} + 7\vec{j} \Rightarrow$ گزینهٔ (۲) درست است.

نکته طبق رابطهٔ قانون کولن اگر فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی n برابر شود، نیرو $\frac{1}{n^2}$ برابر می‌شود و اگر یکی از بارها n برابر شود، نیرو نیز n برابر می‌شود.

مثال در هر یک از حالت‌های زیر؛ نیروی بین دو ذرهٔ باردار چند برابر می‌شود؟

آ) فاصلهٔ بارها دو برابر شود.

ب) فاصلهٔ بارها نصف شود.

پ) فقط اندازهٔ یکی از بارها دو برابر شود.

ت) اندازهٔ هر یک از بارها دو برابر شود.

پاسخ: آ) طبق قانون کولن، نیرو با مربع فاصله رابطهٔ عکس دارد.

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

بنابراین؛

اگر فاصلهٔ دو بار دو برابر شود، نیرو $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود یا:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2 = 2r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

ب) اگر فاصله نصف شود، نیرو ۴ برابر می‌شود یا:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2 = \frac{1}{2}r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2 = 4$$

پ) $$F \propto |q_1||q_2| \xrightarrow{\text{اندازهٔ } q_1 \text{ دو برابر، اندازهٔ } q_2 \text{ ثابت}} F \propto |q_1| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2|q_1|}{|q_1|} = 2$$

ت) $$F \propto |q_1||q_2| \xrightarrow{\text{اندازهٔ } q_1 \text{ و } q_2 \text{ دو برابر شده‌اند.}} \frac{F_2}{F_1} = \frac{2|q_1| \times 2|q_2|}{|q_1||q_2|} = 4$$

توجه رابطهٔ قانون کولن برای نیروی بین دو ذرهٔ باردار است. محاسبهٔ نیروی الکتریکی بین دو جسم باردار بزرگ نیاز به ریاضیات پیشرفته‌تری دارد. در مسائل و تست‌ها فرض بر این است که می‌توانید دو جسم را مانند دو ذره در نظر بگیرید.

تست دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصلهٔ معین بر هم نیرو وارد می‌کنند. اگر اندازهٔ یکی از بارها دو برابر شود، فاصلهٔ بین دو بار را چند برابر کنیم تا نیروی الکتریکی بین آن‌ها تغییر نکند؟

۱) $\sqrt{2}$ برابر ۲) $\frac{1}{2}$ برابر ۳) ۲ برابر ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر

پاسخ:

$$\begin{cases} F = k\dfrac{|q_1||q_2|}{r^2} \\ F' = k\dfrac{2|q_1||q_2|}{r'^2} \end{cases}, \quad F = F' \Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = k\frac{2|q_1||q_2|}{r'^2} \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{2}{r'^2} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \sqrt{2} \Rightarrow$$

گزینهٔ (۱) درست است.

مثال

دو بار هم‌اندازهٔ q روی دو کرهٔ فلزی مشابه در فاصلهٔ معینی از یکدیگر قرار دارند. اگر نیمی از بار یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، نیروی الکتریکی بین دو بار در همان فاصله، در هر یک از حالات زیر چند برابر می‌شود؟

آ) بارها هم‌نام باشند. **ب) بارها ناهم‌نام باشند.**

پاسخ : آ) اگر بارها هم‌نام باشند، بار ذرهٔ اول به $\frac{1}{2}q$ و بار ذرهٔ دوم به $\frac{3}{2}q$ می‌رسد.

$$\frac{F'}{F}=\frac{k\frac{|\frac{1}{2}q||\frac{3}{2}q|}{r^2}}{k\frac{|q||q|}{r^2}}=\frac{3}{4}$$

ب) اگر بارها ناهم‌نام باشند و نیمی از بار اول را برداریم، آن‌گاه بار آن به $\frac{1}{2}q$ می‌رسد و اگر این نصف بار را به بار دوم اضافه کنیم، با توجه به ناهم‌نام بودن بارها، نصف بار دوم خنثی می‌شود و بار دوم نیز از نظر مقدار به $\frac{1}{2}q$ می‌رسد.

$$q_1=\frac{1}{2}q\ ,\ q'_2=-\frac{1}{2}q\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{k\frac{|\frac{q}{2}|\times|\frac{q}{2}|}{r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}}=\frac{1}{4}$$

تست

دو کرهٔ فلزی یکسان که روی دو پایهٔ عایق قرار دارند، دارای بار الکتریکی $q_1=+12\mu C$ و $q_2=-2\mu C$ می‌باشند. اگر این دو کره را با هم تماس داده و سپس از هم جدا کنیم و در همان فاصلهٔ قبل قرار دهیم، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

۱) ۲۵ ۲) $\frac{25}{24}$ ۳) $\frac{1}{25}$ ۴) $\frac{24}{25}$

پاسخ : با توجه به یکسان بودن کره‌ها، بار جدید کره‌ها به‌صورت مقابل به‌دست می‌آید:

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{12+(-2)}{2}=+5\mu C$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q'_1|\times|q'_2|}{|q_1|\times|q_2|}\times(\frac{r}{r'})^2=\frac{5\times5}{12\times2}\times1=\frac{25}{24}\Rightarrow$$ گزینهٔ (۲) درست است.

نکتهٔ STP اگر مجموع بار دو کرهٔ هم‌نام و هم‌اندازه ثابت باشد، نیروی دافعهٔ بین دو کره هنگامی بیشینه است که اندازهٔ بار کره‌ها یکسان باشند.

تست

دو کرهٔ هم‌اندازه، بارهای $q_1=-10nC$ و $q_2=-12nC$ دارند. تقریباً چند درصد از بار کرهٔ دوم را به کرهٔ اول منتقل کنیم تا نیروی بین آن‌ها بیشینه شود؟ (مشابه سراسری (ریاضی- ۹۶)

۱) ۸/۳۳ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲/۳ ۴) ۹۱/۶۷

پاسخ : برای این‌که نیروی بین کره‌ها بیشینه شود، باید بار کره‌ها هم‌اندازه و برابر $-11nC$ شود.

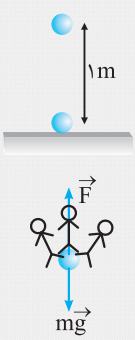
$$q'=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{-10+(-12)}{2}=-11nC$$

بنابراین باید $-1nC$ بار از کرهٔ دوم به کرهٔ اول منتقل شود که به‌صورت درصد باید محاسبه گردد.

$$(\frac{-1}{-12})\times100=\frac{100}{12}=\frac{25}{3}\simeq8/33\Rightarrow$$ گزینهٔ (۱) درست است.

نکته یک کولن بار الکتریکی ساکن، مقدار بار بسیار زیادی می‌باشد. در مثال زیر این موضوع را درک خواهید کرد.

مثال



دو کرهٔ رسانای بزرگ در فاصلهٔ یک متری از هم قرار دارند و به هر کدام از آن‌ها بار $+1C$ داده‌ایم. برای این‌که کرهٔ بالایی در همان فاصلهٔ یک متری باقی بماند، چند انسان ۱۰۰ کیلوگرمی باید روی کرهٔ بالایی بایستند؟ از وزن کره‌ها صرف‌نظر کنید. $(g=10\frac{N}{kg}\ ,\ k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$

پاسخ : باید وزن انسان‌ها، نیروی F را خنثی کند، بنابراین:

$$F=mg\times\underbrace{N}_{\text{تعداد انسان‌ها}}\Rightarrow k\frac{q_1q_2}{r^2}=mg\times N\Rightarrow9\times10^9\times\frac{1\times1}{1^2}=1000\times N\Rightarrow N=9\times10^6$$ ۹ میلیون نفر!!!

توجه امکان قراردادن بار یک کولن روی یک کره وجود ندارد.

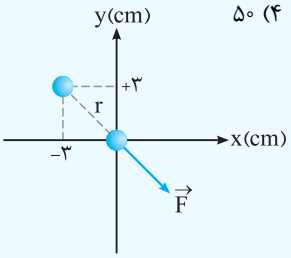
نکتهٔ STP اگر بارها بر حسب μC و فاصله بر حسب سانتی‌متر باشد، می‌توان تمام توان‌ها را با هم ساده کرد و رابطه را به‌صورت زیر با همان یکای μC و cm قرار داد:

$$F=9\frac{\frac{\mu C}{|q_1|}\frac{\mu C}{|q_2|}}{\frac{r^2}{cm^2}}\ N$$

تست

دو بار الکتریکی هم اندازهٔ $+۲\mu C$ یکی در مبدأ مختصات و دیگری در مکان $(-۳cm, +۳cm)$ قرار دارند. نیروی وارد بر ذره‌ای که در مبدأ مختصات قرار دارد، چند نیوتون است؟ $\left(k = ۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\right)$

۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰



پاسخ : فاصلهٔ بین دو ذره را از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:

$$r = \sqrt{x^{۲}+y^{۲}} = \sqrt{۳^{۲}+۳^{۲}} = ۳\sqrt{۲}\ cm$$

طبق نکتهٔ STP، محاسبات را انجام می‌دهیم:

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^{۲}} = ۹۰\times\frac{۲\times۲}{(۳\sqrt{۲})^{۲}} = \frac{۹۰\times۴}{۱۸} = ۲۰N$$

گزینهٔ (۱) درست است. $\Rightarrow$

نیروی هسته‌ای

نیروی بین پروتون‌های هسته از نوع دافعه است، بنابراین هسته باید متلاشی شود ولی چنین چیزی رخ نمی‌دهد بنابراین نتیجه می‌گیریم باید نیرویی قوی وجود داشته باشد که مانع از متلاشی شدن هسته شود و به آن نیروی هسته‌ای می‌گویند.

مثال

در هستهٔ اتم هلیم فاصلهٔ تقریبی دو پروتون $۲/۴\times۱۰^{-۱۵}m$ است. نیروی بین این دو پروتون چند نیوتون است؟

$$\left(e = ۱/۹\times۱۰^{-۱۹}C\ ,\ k = ۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\right)$$

پاسخ : بار پروتون هم‌اندازه با بار الکترون است:

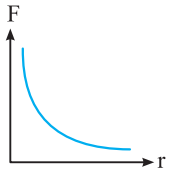
$$F = k\frac{|q||q|}{r^{۲}} = ۹\times۱۰^{۹}\times\frac{(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})^{۲}}{(۲/۴\times۱۰^{-۱۵})^{۲}} = ۴۰N$$

نمودارهای مربوط به قانون کولن ویژهٔ علاقمندان

در این قسمت نمودار نیرو بر حسب فاصلهٔ بارها و نیرو بر حسب حاصل‌ضرب دو بار را رسم می‌کنیم. در رسم نمودارها از رابطهٔ کولن کمک می‌گیریم:

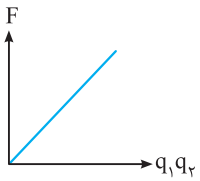
آ) اگر مقدار بارها ثابت باشند و فقط فاصلهٔ بارها تغییر کند، نمودار نیرو بر حسب فاصله مطابق شکل زیر می‌شود:

$$y_{F} = \frac{\overbrace{kq_۱q_۲}^{\text{ثابت}}}{\underbrace{r^{۲}}_{x}} \Rightarrow y = \frac{a}{x^{۲}} \Rightarrow$$



ب) اگر فاصلهٔ بین دو بار ثابت باشد و اندازهٔ بارها تغییر کند، نمودار به‌صورت زیر می‌شود:

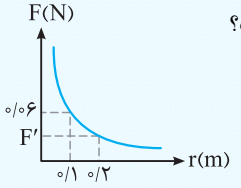
$$y_{F} = \overbrace{\frac{k}{r^{۲}}}^{\text{ثابت}}\underbrace{q_۱q_۲}_{x} \Rightarrow y = ax \Rightarrow$$



$$\text{شیب} = \frac{k}{r^{۲}} = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_{۰}r^{۲}}$$

تست

نمودار نیروی بین دو ذرهٔ باردار بر حسب فاصلهٔ بین آن‌ها به‌صورت مقابل است. مقدار F' چند نیوتون است؟



۱) ۰/۰۱ ۲) ۰/۰۱۵
۳) ۰/۰۳ ۴) ۰/۰۴۵

پاسخ : طبق نمودار، فاصله از $۰/۱m$ به $۰/۲m$ رسیده است، یعنی فاصله دو برابر شده است، بنابراین نیرو $\frac{۱}{۴}$ برابر می‌شود.

$$F' = \frac{۱}{۴}\times۰/۰۶ = ۰/۰۱۵$$

گزینهٔ (۲) درست است. $\Rightarrow$

ترکیب مسائل نیرو با حرکت‌شناسی

با رابطهٔ $F = ma$ آشنا شده‌اید؛ در این رابطه، نیروی F ممکن است نیروی الکتریکی باشد. بنابراین اگر نیرو از جنس الکتریکی باشد، باز هم می‌توانید از فرمول نیوتون استفاده کرده و شتاب حرکت ذره را به‌دست آورید.

مثال

دو جسم کوچک رسانا و باردار با جرم یکسان ۲g حامل بارهای $+۱۰\mu C$ هستند و در فاصلهٔ ۳۰cm از یکدیگر نگه داشته شده‌اند؛ اگر در این حالت رها شوند، شتاب ناشی از نیروی الکتریکی، بلافاصله پس از رها شدن چند m/s^2 می‌شود؟ $\left(k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$

پاسخ : ابتدا نیروی بین دو جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۱۰\times۱۰^{-۶}\times۱۰\times۱۰^{-۶}}{۹۰۰\times۱۰^{-۴}} = ۱۰N$$

حال از رابطهٔ نیوتون استفاده می‌کنیم تا شتاب را به‌دست آوریم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{۱۰}{۲\times۱۰^{-۳}} = ۵\times۱۰^۳ m/s^۲$$

تست

دو جسم باردار با بارهای $q_۲ = ۴q_۱$ و جرم‌های $m_۲ = ۴m_۱$ در فاصلهٔ کمی از یکدیگر نگه داشته شده‌اند. اگر تنها نیروی وارد بر این دو جسم نیروی الکتریکی آن‌ها به یکدیگر باشد، شتاب جسم دوم چند برابر شتاب جسم اول می‌شود؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۴

پاسخ : نیروی الکتریکی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه است، بنابراین رابطهٔ $q_۲ = ۴q_۱$ نکتهٔ انحرافی تست است.

شتاب با جرم رابطهٔ عکس دارد:

$$a = \frac{F}{m} \xrightarrow{\text{هم‌اندازه } F} \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{m_۱}{m_۲} = \frac{m_۱}{۴m_۱} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow$$

گزینهٔ (۳) درست است.

تست

دو ذرهٔ باردار هم‌نام و کوچک را در فاصلهٔ معینی از یکدیگر رها می‌کنیم. اگر تنها نیروی وارد به آن‌ها، نیروی الکتریکی باشد، شتاب آن‌ها چگونه تغییر می‌کند؟

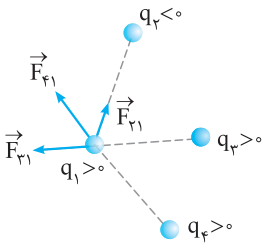
۱) به طور پیوسته کاهش می‌یابد.
۲) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش و سپس شتاب صفر می‌شود.
۴) ابتدا کاهش و سپس ثابت می‌شود.

پاسخ : نیروی بین دو ذرهٔ هم‌نام دافعه است، بنابراین با گذشت زمان فاصلهٔ بین ذره‌ها افزایش و اندازهٔ نیروی الکتریکی کاهش می‌یابد. طبق رابطهٔ $a = \frac{F}{m}$، با کاهش F، اندازهٔ شتاب نیز کاهش می‌یابد. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

توجه **اگر دو ذره ناهم‌نام بودند، با گذشت زمان فاصلهٔ بین دو ذره کاهش و اندازهٔ نیرو افزایش می‌یافت و شتاب به طور پیوسته افزایش می‌یافت.**

برایند نیروهای الکتریکی

آزمایش نشان می‌دهد اگر تعدادی ذره در یک فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برایند نیروهایی است که هر یک از ذره‌ها به تنهایی بر آن ذره وارد می‌کنند. به عنوان مثال، اگر چند ذره مطابق شکل قرار داشته باشند، نیروهای وارد بر بار $q_۱$ را مطابق شکل رسم کرده و سپس برایندگیری می‌کنیم:



$$\vec{F}_T = \vec{F}_{۲۱} + \vec{F}_{۳۱} + \vec{F}_{۴۱} : \text{نیروی برایند}$$

(موضوع بیان‌شده را اصل برهم‌نهی نیروهای الکتریکی می‌گویند.)

مراحل استفاده از برایندگیری

۱) مطابق شکل قبل نیروهای وارد بر ذرهٔ مورد نظر را طوری رسم کنید که ابتدای هر کدام از نیروها، روی ذرهٔ مورد نظر باشد.

۲) اندازهٔ هر یک از نیروها را با استفاده از رابطهٔ کولن محاسبه کنید.

۳) بردار نیروی خالص (نیروی برایند) را رسم کنید. با توجه به جهت نیروها، اندازهٔ بردار برایند را به‌دست آورید.

انواع سؤال‌های برایندگیری: سؤال‌های مربوط به برایندگیری به سه دستهٔ کلی تقسیم می‌شوند:

۱) ذره‌ها روی یک خط باشند. ۲) ذره‌ها در صفحه باشند به طوری‌که روی یک خط نباشند. ۳) ذره‌ها به‌صورت سه‌بعدی نسبت به هم قرار داشته باشند.

در کتاب درسی حالت (۱) و حالت (۲) فقط برای نیروهای عمود بر هم بررسی شده است.

حالت اوّل: ذره‌ها روی یک خط باشند

در این حالت راستای نیروی بین ذره‌ها، هم‌راستا با خطی است که ذره‌ها روی آن قرار دارند. بنابراین نیروهای وارد بر هر ذره با هم هم‌جهت یا خلاف جهت هستند یعنی در هنگام برایندگیری به ترتیب نیروها با هم جمع یا از هم کم می‌شوند.

توجه اگر نیروها در راستای محور x باشند، می‌توان آن‌ها را بر حسب بردار یکهٔ $\vec{i}$ و اگر نیروها در راستای محور y باشند، می‌توان آن‌ها را بر حسب بردار یکهٔ $\vec{j}$ نوشت.

مثال

سه ذرهٔ $q_1 = +2/5\mu C$، $q_2 = -10\mu C$ و $q_3 = +4\mu C$ مطابق شکل در محل خود ثابت شده‌اند.

آ) نیروی وارد بر بار q_3 چند نیوتون و در کدام جهت است؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$

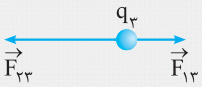
ب) اگر علامت q_3 منفی شود، اندازه و جهت نیروی وارد بر q_3 چه تغییری می‌کند؟

پاسخ: آ) نیروی وارد بر q_3 برابر است با برایند نیروهای وارد بر q_3 از طرف q_1 و q_2 در غیاب بار دیگر. بنابراین باید F_{13} (نیرویی که بار q_1 به q_3 وارد می‌کند) و F_{23} را جداگانه محاسبه کنیم:

$$F_{13} = k\frac{q_1 q_3}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{2/5\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(6)^2\times10^{-4}} = \frac{9\times10^{-2}}{36\times10^{-4}} = \frac{1}{4}\times10^2 = 25N$$

$$F_{23} = k\frac{q_3\times|q_2|}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{4\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(2)^2\times10^{-4}} = \frac{9\times4\times10^{-3}}{4\times10^{-4}} = 90N$$

با توجه به علامت بارها، جهت نیروهای F_{13} و F_{23} را تعیین می‌کنیم:



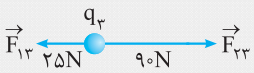
با توجه به این‌که دو نیرو در خلاف جهت هم هستند، باید آن‌ها را از هم کم کنیم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$

$F_{23} > F_{13}$ است، بنابراین $\vec{F}_T$ هم‌جهت با $\vec{F}_{23}$ و به سمت چپ خواهد شد.

$$F_T = F_{23} - F_{13} = 90 - 25 = 65N$$

ب) اگر علامت q_3 تغییر کند، اندازهٔ نیروهای وارد بر q_3 تغییر نمی‌کند ولی جهت آن‌ها تغییر می‌کند و بنابراین جهت نیروی برایند نیز بر عکس می‌شود.



$$F_T = F_{23} - F_{13} = 90 - 25 = 65N$$

$\vec{F}_T$ به سمت راست می‌شود.

مثال

مثال قبل را بر حسب بردارهای یکّه بنویسید.

پاسخ: آ) $\vec{F}_{13}$ به سمت راست و $\vec{F}_{23}$ به سمت چپ است.

$$\vec{F}_{13} = +25\vec{i}\ ,\ \vec{F}_{23} = -90\vec{i}$$

حال نیروی برایند را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 25\vec{i} + (-90\vec{i}) = -65\vec{i}$$

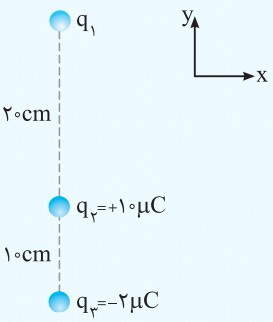
یعنی اندازهٔ نیرو 65 N و به سمت خلاف جهت محور x ها است.

ب) جهت نیروی برایند بر عکس قسمت (آ) می‌شود:

$$\vec{F}_{T_1} = -65\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_{T_2} = +65\vec{i}$$

تست

مطابق شکل سه ذرهٔ باردار در محل خود روی محور y ها ثابت شده‌اند. بار q_1 چند میکروکولن باشد تا برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $-6\vec{j}$ در SI باشد؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$



۱) $+60$
۲) -60
۳) $+120$
۴) -120

پاسخ : نیرویی که بار $q_۲$ به $q_۳$ وارد می‌کند، جاذبه و رو به بالا است:

$$F_{۲۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۰\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{(۱۰)^۲\times۱۰^{-۴}}=۱۸N\Rightarrow\vec{F}_{۲۳}=+۱۸\vec{j}$$

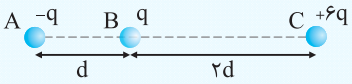
برای این‌که نیروی برایند ۶N و به سمت پایین شود باید $F_{۱۳}$ برابر ۲۴N و به سمت پایین باشد. به همین علت $q_۱$ باید با $q_۳$ هم‌نام باشد. می‌توان این نتیجه را به‌صورت برداری نیز به‌دست آورد:

$$\vec{F}_T=\vec{F}_{۱۳}+\vec{F}_{۲۳}\Rightarrow-۶\vec{j}=\vec{F}_{۱۳}+۱۸\vec{j}\Rightarrow\vec{F}_{۱۳}=-۲۴\vec{j}$$

گزینهٔ (۴) درست است. $F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{r^۲}\Rightarrow۲۴=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۱|\times۲\times۱۰^{-۶}}{(۳۰)^۲\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow|q_۱|=۱۲\times۱۰^{-۵}C=۱۲۰\mu C\xrightarrow{q_۱<۰}q_۱=-۱۲۰\mu C\Rightarrow$

تست

بارهای مشابه q در فاصلهٔ d به یکدیگر نیرویی به بزرگی F وارد می‌کنند. در شکل زیر بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار q کدام است؟



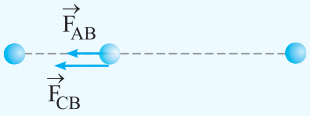
۱) $\frac{۱}{۲}F$

۲) $۲F$

۳) $\frac{۳}{۲}F$

۴) $\frac{۵}{۲}F$

پاسخ : ابتدا با توجه به علامت بارها، جهت نیروها را رسم می‌کنیم.



طبق متن سؤال نیروی F به‌صورت مقابل می‌باشد: $F=k\frac{|qq|}{d^۲}=k\frac{q^۲}{d^۲}$

طبق شکل F_{AB} و F_{CB} را محاسبه می‌کنیم و بر حسب F به‌دست می‌آوریم:

$$F_{AB}=k\frac{|q||-q|}{d^۲}=k\frac{q^۲}{d^۲}=F\ ,\ F_{CB}=k\frac{۶q\times q}{۴d^۲}=\frac{۶}{۴}k\frac{q^۲}{d^۲}=\frac{۳}{۲}F$$

با توجه به هم‌جهت بودن نیروها، نیروی برایند را محاسبه می‌کنیم:

$F_T=F_{AB}+F_{CB}=F+\frac{۳}{۲}F=\frac{۵}{۲}F\Rightarrow$ گزینهٔ (۴) درست است.

نیروی صفر و بار در حال تعادل: اگر دو ذرهٔ باردار $q_۱$ و $q_۲$ در محل خود ثابت شده باشند، می‌توان بار $q_۳$ را در محلی قرار داد که برایند نیروهای وارد بر $q_۳$ از طرف $q_۱$ و $q_۲$ صفر شود و یا اصطلاحاً بار $q_۳$ در حالت تعادل قرار گیرد. برای تعیین محل $q_۳$ به نکات زیر توجه کنید.

۱) $q_۳$ حتماً روی خطی که بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را به یکدیگر متصل می‌کند، قرار می‌گیرد؛ زیرا اگر روی خط نباشند، نیروهای وارد بر $q_۳$، با هم زاویه‌ای می‌سازند که برآیند آن‌ها صفر نمی‌شود.

۲) مقدار و علامت $q_۳$ اهمیتی ندارد.

۳) اگر $q_۱$ و $q_۲$ هم‌نام باشند، $q_۳$ بین دو بار قرار می‌گیرد و اگر ناهم‌نام باشند، $q_۳$ خارج از فاصلهٔ دو بار قرار می‌گیرد.

۴) $q_۳$ همیشه نزدیک‌تر به باری است که اندازهٔ کوچک‌تری دارد.

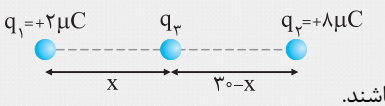
مثال

دو بار $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ ۳۰cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. در هر یک از حالت‌های زیر بار $q_۳$ را دقیقاً در چه محلی قرار دهیم تا بار $q_۳$ در حالت تعادل قرار گیرد؟ (برایند نیروهای وارد بر $q_۳$ صفر باشد.) (مشابه ریاضی- شهریور ۹۰)

آ) $q_۲=+۸\mu C\ ,\ q_۱=+۲\mu C$

ب) $q_۲=-۸\mu C\ ,\ q_۱=+۲\mu C$

پاسخ : آ) بارها هم‌نام هستند، بنابراین بار سوم بین دو بار قرار داده می‌شود. چون اگر در خارج دو بار قرار گیرد، دو نیروی $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ هم‌جهت می‌شوند و برایند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد.

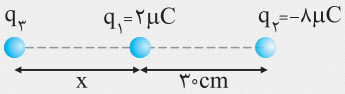


برای در تعادل ماندن بار $q_۳$، باید نیروهای وارد بر آن از طرف $q_۱$ و $q_۲$ در خلاف جهت هم و هم‌اندازه باشند.

$$F_{۱۳}=F_{۲۳}\Rightarrow k\frac{q_۱q_۳}{x^۲}=k\frac{q_۲q_۳}{(۳۰-x)^۲}\Rightarrow\frac{q_۱}{x^۲}=\frac{q_۲}{(۳۰-x)^۲}\Rightarrow\frac{۲}{x^۲}=\frac{۸}{(۳۰-x)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{x^۲}=\frac{۴}{(۳۰-x)^۲}\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{۱}{x}=\frac{۲}{۳۰-x}\Rightarrow۳۰-x=۲x\Rightarrow x=۱۰cm$$

ب) بارها ناهم‌نام هستند. بنابراین محل بار سوم خارج فاصلهٔ دو بار و به بار کوچک‌تر نزدیک‌تر است. چون اگر در فاصلهٔ بین دو بار قرار گیرد، $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ هم‌جهت بوده و برایند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد.



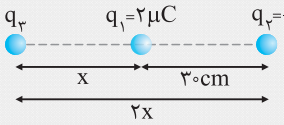
$$F_{۱۳}=F_{۲۳}\Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۳|}{x^۲}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow\frac{|q_۱|}{x^۲}=\frac{|q_۲|}{(۳۰+x)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{x^۲}=\frac{۸}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{x^۲}=\frac{۴}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{x}=\frac{۲}{۳۰+x}\Rightarrow ۲x=۳۰+x\Rightarrow x=۳۰cm$$

روش STP : با توجه به رابطهٔ $\frac{|q_۱|}{r_۱^۲}=\frac{|q_۲|}{r_۲^۲}$ نتیجه می‌گیریم $\frac{r_۱}{r_۲}=\sqrt{\frac{|q_۱|}{|q_۲|}}$

یعنی در قسمت (آ)، نسبت بارها ۲ به ۸ یا ۱ به ۴ است. بنابراین نسبت فاصله‌ها ۱ به ۲ است. یعنی ۳۰cm را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کنیم، یعنی ۱۰cm و ۲۰cm.

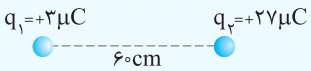
در قسمت (ب) نیز می‌توان شکل مقابل را با همین نسبت درنظر گرفت و با توجه به این شکل نوشت:



$$۲x-x=۳۰\Rightarrow x=۳۰cm$$

تست

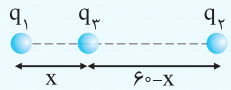
دو بار $q_۱$ و $q_۲$ در محل خود ثابت شده‌اند. بار $q_۳$ را در چه فاصله‌ای از بار $q_۱$ قرار دهیم تا بار $q_۳$ در حالت تعادل قرار گیرد؟



۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۵

پاسخ : روش اول: نسبت بارها ۳ به ۲۷ یا ۱ به ۹ است. بنابراین نسبت فاصله‌ها ۱ به ۳، یعنی ۱۵ به ۴۵ سانتی‌متر است. پس فاصله از $q_۱$ برابر ۱۵cm است.

روش دوم:



$$F_{۱۳}=F_{۲۳}\Rightarrow k\frac{q_۱q_۳}{x^۲}=k\frac{q_۲q_۳}{(۶۰-x)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۳}{x^۲}=\frac{۲۷}{(۶۰-x)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{x^۲}=\frac{۹}{(۶۰-x)^۲}\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{۱}{x}=\frac{۳}{۶۰-x}\Rightarrow ۳x=۶۰-x\Rightarrow ۴x=۶۰\Rightarrow x=۱۵cm$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

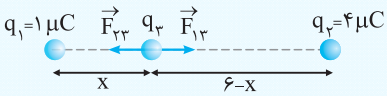
تست

سه بار الکتریکی $q_۱=۱\mu C$، $q_۲=۴\mu C$ و $q_۳$ روی یک خط قرار دارند. مقدار $q_۳$ و مکان آن را طوری تعیین کنید تا هر سه بار به حال تعادل و سکون بمانند. (فاصلهٔ $q_۱$ تا $q_۲$ برابر ۶cm است.)

۱) $+\frac{۴}{۹}\mu C$ و ۲cm از بار $q_۱$ ۲) $-\frac{۴}{۹}\mu C$ و ۲cm از بار $q_۱$

۳) $+\frac{۹}{۴}\mu C$ و ۲cm از بار $q_۲$ ۴) $-\frac{۹}{۴}\mu C$ و ۲cm از بار $q_۲$

پاسخ : با توجه به هم‌نام بودن $q_۱$ و $q_۲$، باید $q_۳$ را بین دو بار و نزدیک به بار $q_۱$ قرار دهیم.



ابتدا مکان $q_۳$ که فاصلهٔ آن تا بار $q_۱$ را x در نظر گرفته‌ایم، به‌دست می‌آوریم. برای متعادل ماندن $q_۳$ باید $F_{۱۳}$ با $F_{۲۳}$ هم‌اندازه و خلاف جهت باشند.

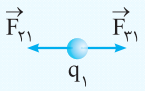
$$F_{۱۳}=F_{۲۳}\Rightarrow\frac{k\times۱\times|q_۳|}{x^۲}=\frac{k\times۴\times|q_۳|}{(۶-x)^۲}\Rightarrow ۴x^۲=(۶-x)^۲\xrightarrow{\text{جذر}}۲x=۶-x\Rightarrow x=۲cm$$

بنابراین فاصلهٔ $q_۳$ تا $q_۱$ باید ۲ سانتی‌متر باشد. اکنون برای تعیین اندازهٔ آن برای بار دیگری مثل $q_۱$ مسئله را دنبال می‌کنیم. برای تعادل $q_۱$ باید $F_{۳۱}$ و $F_{۲۱}$ برابر و در خلاف جهت هم باشند.

$$F_{۳۱}=F_{۲۱}\Rightarrow\frac{k|q_۳|\times۱}{۲^۲}=\frac{k\times۴\times۱}{۶^۲}\Rightarrow|q_۳|=\frac{۴}{۹}\mu C$$

با توجه به جهت نیروی $F_{۳۱}$ باید بار $q_۳$ منفی باشد تا نیروی وارد از آن بر $q_۱$ ربایشی باشد. پس $q_۳=-\frac{۴}{۹}\mu C$ و فاصلهٔ آن تا بار $q_۱$، ۲cm است.

ضمناً دیگر برای تعادل بار $q_۲$ لازم نیست روابط را بنویسیم. چون اگر به روابط بالا نگاه کنیم، داریم:



$$F_{۱۳}=F_{۲۳}=F_{۳۲}=F_{۲۱}=F_{۱۲}\Rightarrow F_{۳۲}=F_{۱۲}\Rightarrow q_۲\text{ این یعنی تعادل بار}$$

توجه کنید وقتی جای اعداد زیروند (اندیس) را عوض می‌کنیم، به علت کنش و واکنش در قانون سوم نیوتون، نیروها برابر می‌شوند. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

حالت دوم: کنج قائم (نیروهای عمود بر هم)

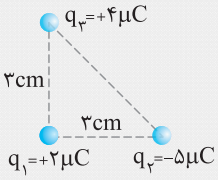
اگر نیروها بر هم عمود باشند، با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس می‌توانید اندازهٔ نیروی برایند را محاسبه کنید.

یادآوری **نمایش بردارها بر حسب بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$**

یکی از روش‌های نمایش بردارها استفاده از بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ است. اندازهٔ بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ برابر ۱ واحد است. بردار $\vec{i}$ در جهت محور x ها و بردار $\vec{j}$ در جهت محور y ها است. به عنوان مثال؛ اگر برداری با اندازهٔ ۲۰ واحد به سمت مثبت محور x ها باشد، می‌توانیم آن را به‌صورت $۲۰\vec{i}$ نمایش دهیم. اگر برداری با اندازهٔ ۲۰ واحد به سمت منفی محور y ها باشد، می‌توانیم آن را به‌صورت $-۲۰\vec{j}$ نمایش می‌دهیم.

مثال

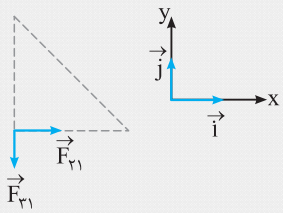
مطابق شکل سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند.



آ) برایند نیروهای وارد بر $q_۱$ را، بر حسب بردارهای یکه بنویسید.

ب) اندازهٔ برایند را به‌دست آورده و جهت نیروی برایند را روی شکل نشان دهید. $\left(k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$

پاسخ : آ) با توجه به علامت بارها، جهت نیروهای وارد بر $q_۱$ را نمایش می‌دهیم و سپس اندازهٔ آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

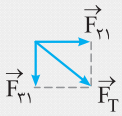


$$\begin{cases} F_{۲۱} = k\frac{|q_۱|\times|q_۲|}{r^۲} = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^{-۶}}{(۳)^۲\times۱۰^{-۴}} = ۱۰^۲ N \\ \vec{F}_{۲۱} = +۱۰۰\vec{i} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{۳۱} = k\frac{|q_۱||q_۳|}{r^۲} = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۳)^۲\times۱۰^{-۴}} = ۸۰ N \\ \vec{F}_{۳۱} = -۸۰\vec{j} \end{cases}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{۲۱} + \vec{F}_{۳۱} = +۱۰۰\vec{i} - ۸۰\vec{j}$$

ب) بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بر هم عمود هستند. بنابراین از رابطهٔ فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

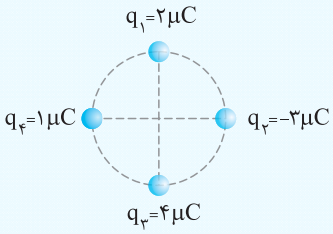


$$F_T = \sqrt{F_{۲۱}^۲ + F_{۳۱}^۲} = \sqrt{۱۰۰^۲ + ۸۰^۲} = \sqrt{۱۰۰۰۰ + ۶۴۰۰} = \sqrt{۴۰۰(۲۵+۱۶)} = ۲۰\sqrt{۴۱} N$$

توجه **اگر علامت هر یک از بارها تغییر کند، اندازهٔ نیروهای $F_{۲۱}$ و $F_{۳۱}$ تغییر نمی‌کند ولی جهت آن تغییر می‌کند و با توجه به عمود بودن این دو نیرو اندازهٔ نیروی برایند تغییر نمی‌کند ولی جهت آن تغییر می‌کند.**

تست

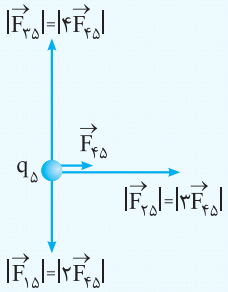
مطابق شکل روبه‌رو، ۴ ذرهٔ باردار در فواصل مساوی بر روی محیط دایره‌ای به شعاع ۳cm قرار گرفته‌اند. اگر بار $q_۵ = ۲\mu C$ را در مرکز دایره قرار دهیم، اندازهٔ برایند نیروهای واردشده به آن چند نیوتون است؟ $\left(k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$ (آزمون‌های گاج)



۱) $۴۰\sqrt{۳}$
۲) $۸۰\sqrt{۵}$
۳) $۸۰\sqrt{۳}$
۴) $۴۰\sqrt{۵}$

پاسخ : روش اول: راه‌حل کلی این‌گونه است که ۴ نیروی وارد بر $q_۵$ را جداگانه و با استفاده از قانون کولن محاسبه کرده و سپس برایندگیری نماییم.

روش دوم: با توجه به این‌که اندازهٔ $q_۴$ از بقیه کوچک‌تر است، ابتدا نیرویی که بار $q_۴$ به بار $q_۵$ وارد می‌کند را پیدا کرده و سپس با توجه به یکسان بودن فاصله‌ها و نسبت اندازهٔ بارها بقیهٔ نیروها را به‌دست می‌آوریم:

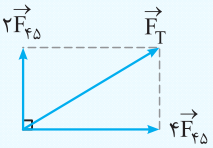


$$F_{۴۵} = k\frac{q_۴ q_۵}{r^۲} = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۱\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}} = ۲۰ N$$

$$q_۱ = ۲q_۴ \Rightarrow F_{۱۵} = ۲F_{۴۵}$$

$$|q_۲| = ۳q_۴ \Rightarrow F_{۲۵} = ۳F_{۴۵}$$

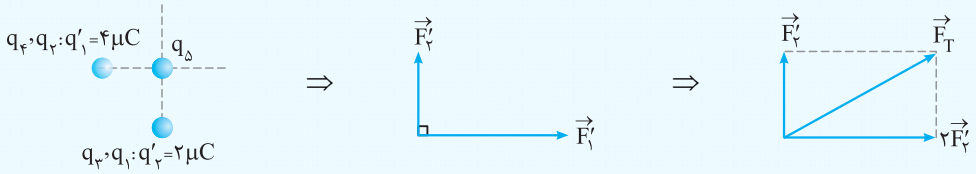
$$q_۳ = ۴q_۴ \Rightarrow F_{۳۵} = ۴F_{۴۵}$$



$$F_T = \sqrt{(۲F_{۴۵})^۲ + (۴F_{۴۵})^۲} = \sqrt{۴F_{۴۵}^۲ + ۱۶F_{۴۵}^۲} = \sqrt{۲۰}F_{۴۵}$$

$$\Rightarrow F_T = \sqrt{۲۰}\times۲۰ = ۴۰\sqrt{۵} N \Rightarrow$$ گزینهٔ (۴) درست است.

روش سوم: با توجه به جذب و دفع q_5 توسط بارها و یکسان بودن فاصله‌ها، به جای چهار بار الکتریکی، مطابق شکل از دو بار الکتریکی استفاده می‌کنیم:



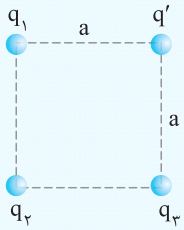
$$F'_2 = k\frac{q'_2 \times q_5}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{9\times10^{-4}} = 40N \Rightarrow F_T = \sqrt{5}F'_2 = 40\sqrt{5}\,N$$

گزینهٔ (۴) درست است.

تست

مطابق شکل چهار ذرهٔ باردار در چهار رأس مربعی ثابت شده‌اند. $q_1 = q_3 = +8nC$ است.

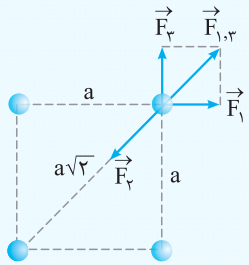
بار q_2 چند نانوکولن باشد تا بار q' در حال تعادل باشد؟



۱) $+16\sqrt{2}$ ۲) $-16\sqrt{2}$

۳) $+16$ ۴) -16

پاسخ: علامت و مقدار بار در حال تعادل اهمیتی ندارد. برای رسم شکل فرض می‌کنیم علامت q' مثبت است. برای تعادل بار q' باید برایند سه نیروی رسم‌شده، صفر شود.



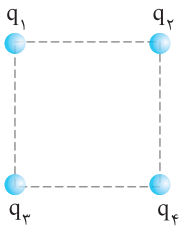
$$F_1 = F_3 \Rightarrow F_{1,3} = \sqrt{F_1^2 + F_3^2} = \sqrt{2}F_1$$

$$q' \text{ در حال تعادل} \Rightarrow F_2 = F_{1,3} \Rightarrow k\frac{|q_2||q'|}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}\times k\frac{|q_1||q'|}{a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{2a^2} = \sqrt{2}\frac{|q_1|}{a^2} \Rightarrow |q_2| = 2\sqrt{2}\,|q_1| \Rightarrow |q_2| = 16\sqrt{2}\,nC$$

علامت q_2 باید مخالف علامت q_1 و q_3 باشد. یعنی $q_2 = -16\sqrt{2}\,nC$ است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

نکتهٔ STP هرگاه در چهار رأس یک مربع، بارهای الکتریکی وجود داشته باشد و یکی از بارها، مثلاً q_4 در شکل مقابل در تعادل باشد، آن‌گاه:



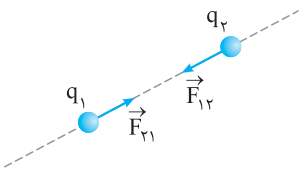
۱) اندازه و نوع باری که در تعادل است (یعنی q_4) اهمیتی ندارد.

۲) بارهای رأس‌های کناری با q_4 باید هم‌اندازه و هم‌نام باشند، یعنی $q_2 = q_3$ باشد.

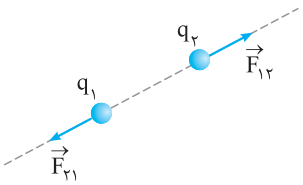
۳) بار رأس مقابل با بار q_4 باید نسبت به دو بار دیگر ناهم‌نام بوده و اندازهٔ آن $2\sqrt{2}$ برابر آن‌ها باشد؛ یعنی $q_1 = -2\sqrt{2}q_3$ باشد.

توجه **طبق اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی، مقدار بار یک جسم نمی‌تواند به صورت رادیکالی باشد ولی از نظر تئوری مقدار رادیکالی را می‌پذیریم.**

نکته نیروی بین دو بار الکتریکی در راستای خط واصل بین دو بار است و جهت آن به علامت بارها بستگی دارد.



بارهای ناهم‌نام

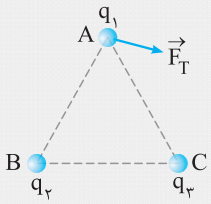


بارهای هم‌نام

در تجزیهٔ نیروی برایند، از نکتهٔ قبل استفاده می‌کنیم.

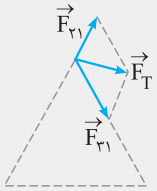
مثال

سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی قرار گرفته‌اند. اگر برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 مطابق شکل باشد، علامت و اندازهٔ بارهای q_2 و q_3 را با هم مقایسه کنید.



پاسخ: نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند، در راستای ضلع BA و نیرویی که بار q_3 به q_1 وارد می‌کند، در راستای ضلع CA است. بنابراین نیروی F_T را تجزیه می‌کنیم تا F_{21} و F_{31} مشخص شوند.

از انتهای F_T به موازات ضلع AB و AC رسم کنید.



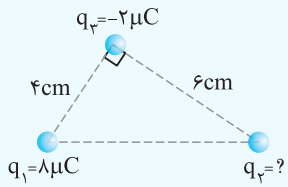
طبق جهت F_{21} و F_{31} نتیجه می‌گیریم: q_2 با q_1 هم‌نام است و q_3 با q_1 ناهم‌نام است. بنابراین q_2 و q_3 نیز ناهم‌نام هستند. طبق شکل، $|F_{21}|<|F_{31}|$ است:

$$|F_{31}|>|F_{21}| \Rightarrow k\frac{|q_3||q_1|}{r^2} > k\frac{|q_2||q_1|}{r^2} \Rightarrow |q_3|>|q_2|$$

توجه اندازهٔ q_1 با q_2 و q_3 قابل مقایسه نیست.

تست

مطابق شکل سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلثی ثابت شده‌اند. اگر نیروی برایند وارد بر بار q_3 برابر $90\sqrt{2}\,N$ باشد، اندازهٔ بار q_2 کدام است؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$



۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۴
۴) ۲۶

پاسخ: ابتدا نیروی بین q_1 و q_3 را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{13} = k\frac{|q_1||q_3|}{r^2} \Rightarrow F_{13} = 9\times10^9 \times \frac{8\times2\times10^{-12}}{4^2\times10^{-4}} = 90\,N$$

با توجه به قائم بودن نیروهایی که به بار q_3 وارد می‌شود، باید از فیثاغورس استفاده کنیم:

$$F_T = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} \Rightarrow 90\sqrt{2} = \sqrt{90^2 + F_{23}^2} \Rightarrow F_{23} = 90\,N$$

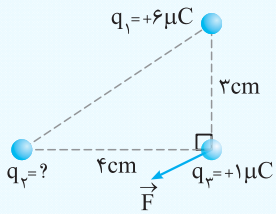
$$F_{23} = k\frac{|q_2||q_3|}{r^2} \Rightarrow 90 = 9\times10^9 \times \frac{|q_2|\times2\times10^{-6}}{6^2\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow 90 = \frac{1}{2}\times|q_2|\times10^7 \Rightarrow |q_2| = 18\times10^{-6}\,C = 18\mu C \Rightarrow$$ گزینهٔ (۲) درست است.

توجه مثبت یا منفی بودن بار q_2 تأثیری بر اندازهٔ نیروی برایند ندارد، بنابراین علامت q_2 را نمی‌توان تعیین کرد.

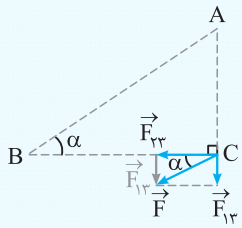
تست

مطابق شکل سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. بار q_2 کدام باشد تا نیروی برایند وارد بر بار q_3، موازی وتر شود؟



۱) $-\frac{128}{9}\mu C$
۲) $+\frac{128}{9}\mu C$
۳) $-8\mu C$
۴) $+8\mu C$

پاسخ: با توجه به جهت نیروی برایند F، می‌توان نتیجه گرفت که بار q_2 باید بار q_3 را جذب کند. طبق شکل مقابل و با توجه به زاویهٔ α در مثلث بزرگ و مثلث کوچک می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{aligned}\tan\alpha &= \frac{AC}{BC}\\ \tan\alpha &= \frac{F_{13}}{F_{23}}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{F_{13}}{F_{23}} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{k\frac{|q_1||q_3|}{AC^2}}{k\frac{|q_2||q_3|}{BC^2}} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{|q_1|}{|q_2|}\times\frac{BC^2}{AC^2}$$

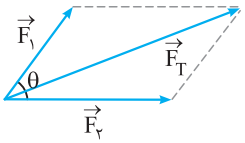
$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{6}{|q_2|}\times\frac{4^2}{3^2} \Rightarrow \frac{6}{|q_2|} = \frac{3\times3^2}{4\times4^2} \Rightarrow \frac{6}{|q_2|} = \frac{27}{64} \Rightarrow |q_2| = \frac{128}{9} \Rightarrow q_2 = -\frac{128}{9}\mu C \Rightarrow$$ گزینهٔ (۱) درست است.

برایند نیروهای الکتریکی در حالت کلی ویژهٔ علاقمندان

اگر نیروها هم‌راستا نباشند، یا نیروها با یکدیگر زاویهٔ 90° نسازند و یا در یک صفحه نباشند و شکل به‌صورت سه‌بعدی و فضایی باشد، می‌توانید از نکات ریاضی زیر استفاده کنید:

در تست‌ها اگر از روش زیر استفاده کنید، سریع‌تر و راحت‌تر به جواب می‌رسید.

اگر دو بردار $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ با یکدیگر زاویهٔ θ بسازند، رسم و محاسبهٔ برایند به‌صورت زیر است:



$$\begin{cases}\vec{F}_T=\vec{F}_1+\vec{F}_2\\ F_T=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\theta}\end{cases}$$

حالت‌های خاص

دو بردار هم‌جهت $\Rightarrow \theta=0^\circ \Rightarrow F_T=F_1+F_2$

دو بردار عمود بر هم $\Rightarrow \theta=90^\circ \Rightarrow F_T=\sqrt{F_1^2+F_2^2}$

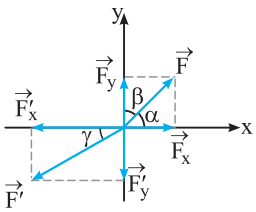
دو بردار خلاف جهت $\Rightarrow \theta=180^\circ \Rightarrow F_T=|F_2-F_1|$

اگر دو بردار هم‌اندازه باشند، برایند از روابط مقابل هم، قابل محاسبه است:

$$F_1=F_2 \Rightarrow F_T=2F_1\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\Rightarrow\begin{cases}\theta=60^\circ \Rightarrow F_T=\sqrt{3}F_1\\ \theta=90^\circ \Rightarrow F_T=\sqrt{2}F_1\\ \theta=120^\circ \Rightarrow F_T=F_1=F_2\end{cases}$$

همچنین اگر بخواهید از روش تجزیه و بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ استفاده کنید باید به صورت زیر عمل کنید:

اگر بردار F با محورهای مختصات زاویه‌های α و β بسازد، می‌توان این بردار را به‌صورت زیر تجزیه کرده و برحسب بردارهای یکه نوشت:



$$\sin\beta=\cos\alpha=\frac{F_x}{F}\Rightarrow F_x=F\cos\alpha=F\sin\beta$$

$$\sin\alpha=\cos\beta=\frac{F_y}{F}\Rightarrow F_y=F\cos\beta=F\sin\alpha$$

$$\begin{cases}\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}\\ F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}\end{cases},\quad \tan\alpha=\frac{F_y}{F_x}$$

بردار F' با محور xها زاویهٔ γ ساخته است:

$$\cos\gamma=\frac{F'_x}{F'}\Rightarrow F'_x=F'\cos\gamma \qquad \sin\gamma=\frac{F'_y}{F'}\Rightarrow F'_y=F'\sin\gamma$$

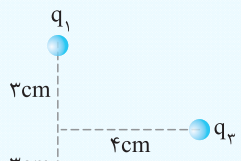
$$\begin{cases}\vec{F}'=-F'_x\vec{i}-F'_y\vec{j}\\ F'=\sqrt{F'^2_x+F'^2_y}\end{cases},\quad \tan\gamma=\left|\frac{F'_y}{F'_x}\right|$$

تست

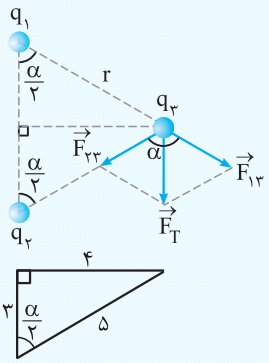
مطابق شکل سه ذرهٔ باردار $q_1=-q_2=+2\mu C$ و $q_3=10\mu C$ در محل‌های نشان داده‌شده، ثابت شده‌اند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟

۱) ۷۲ ۲) ۸۶/۴

۳) ۱۴۴ ۴) ۱۷۲/۸



پاسخ: روش اول: ابتدا نیروهای وارد بر q_3 را رسم کرده و اندازهٔ آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:



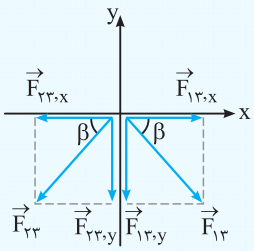
$$F_{13}=F_{23}=k\frac{|q_1||q_3|}{r^2}\xrightarrow{r=\sqrt{4^2+3^2}=5cm}F=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times10\times10^{-6}}{25\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F=\frac{18}{25}\times10^2=\frac{360}{5}=72N \quad \text{یا} \quad F=90\times\frac{2\times10}{5^2}=72N$$

با توجه به مثلث‌های قائم‌الزاویه در شکل:

$$F_T=2F\cos\frac{\alpha}{2}\xrightarrow{\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{3}{5}}F_T=2\times72\times\frac{3}{5}=\frac{432}{5}=86/4N$$

روش دوم: $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ را به مؤلفه‌های قائم و افقی تجزیه می‌کنیم:



$$\begin{cases} F_{۱۳,x} = F_{۱۳}\cos\beta = ۷۲\times\frac{۴}{۵} \\ F_{۱۳,y} = F_{۱۳}\sin\beta = ۷۲\times\frac{۳}{۵} \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_{۱۳} = +۷۲\times\frac{۴}{۵}\vec{i} - ۷۲\times\frac{۳}{۵}\vec{j}$$

با توجه به هم‌اندازه بودن $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{۲۳} = -۷۲\times\frac{۴}{۵}\vec{i} - ۷۲\times\frac{۳}{۵}\vec{j}$$

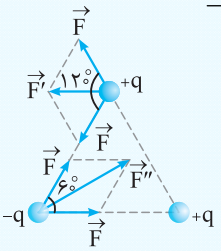
$$\vec{F}_T = \vec{F}_{۱۳} + \vec{F}_{۲۳} = ۰\vec{i} - ۲\left(۷۲\times\frac{۳}{۵}\right)\vec{j} = -\frac{۴۳۲}{۵}\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_T| = \frac{۴۳۲}{۵} = ۸۶/۴\,N$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

تست

در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی بارهای $+q$، $+q$ و $-q$ ثابت شده‌اند. برایند نیروهای وارد بر $+q$ چند برابر برایند نیروهای وارد بر بار $-q$ است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$



پاسخ: با توجه به هم‌اندازه بودن بارها و فاصلهٔ بین دو بار، نیروی بین هر دو بار را F در نظر می‌گیریم:

اگر نیروی برایند وارد بر بار $+q$ را F' و نیروی برایند وارد بر بار $-q$ را F'' نام‌گذاری کنیم، خواهیم داشت:

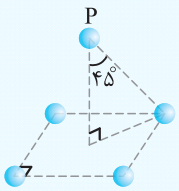
$$\begin{cases} F' = ۲F\cos\left(\frac{۱۲۰^\circ}{۲}\right) = ۲F\cos ۶۰^\circ = ۲F\times\frac{۱}{۲} = F \\ F'' = ۲F\cos\left(\frac{۶۰^\circ}{۲}\right) = ۲F\cos ۳۰^\circ = ۲F\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}F \end{cases} \Rightarrow \frac{F'}{F''} = \frac{F}{\sqrt{۳}F} = \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

گزینهٔ (۴) درست است.

حالت سوم: برایند نیروها در فضای سه‌بعدی

در تست‌های سه‌بعدی فقط کافی است شکل دقیقی در ذهن بسازید تا بتوانید از نکات ریاضی برایندگیری به راحتی استفاده کنید.

تست

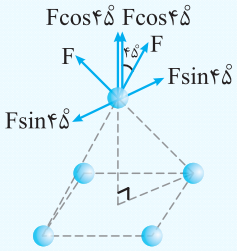


مطابق شکل چهار ذرهٔ باردار مشابه در چهار رأس مربعی ثابت شده‌اند. نقطهٔ P دقیقاً بالای مرکز مربع قرار دارد و بار q' در این نقطه به طریقی ثابت شده است. اگر اندازهٔ نیرویی که هر ذرهٔ باردار به بار q' وارد می‌کند برابر $۱۰^۵\,N$ باشد، نیروی برایند وارد بر q' چند نیوتون است؟ $(\cos ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \simeq ۰/۷)$

(مشابه سراسری ریاضی - ۸۸)

۱) صفر ۲) $۲/۸\times۱۰^۵$ ۳) $\frac{۴}{۷}\times۱۰^۶$ ۴) ۴×۱۰^۵

پاسخ: اگر چهار نیرو در نقطهٔ P در نظر بگیرید، مطابق شکل مؤلفه‌های افقی نیروها دوبه‌دو یکدیگر را خنثی می‌کنند. بنابراین فقط چهار مولفهٔ قائم باقی می‌ماند. در شکل فقط دو نیرو رسم شده است:



$$F_T = ۴F_y = ۴\times(F\cos ۴۵^\circ) = ۴\times(۱۰^۵\times ۰/۷) = ۲/۸\times۱۰^۵\,N$$

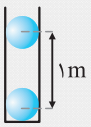
گزینهٔ (۲) درست است.

ترکیب نیروی الکتریکی با نیروهای دیگر

نیروی الکتریکی می‌تواند با سایر نیروها ترکیب شود. در این‌گونه سؤال‌ها کافی است با توجه به متن سؤال رابطهٔ بین نیروها را مشخص کنید. نیروهای الکتریکی مشابه سؤال‌های زیر می‌تواند با نیروی وزن، کشش نخ، نیروی فنر و ... ترکیب شود. در هر حالت کافی است، نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید تا به راحتی رابطهٔ بین نیروها با نیروی الکتریکی را مشخص کنید.

مثال

مطابق شکل دو گلولهٔ رسانا و کوچک که بار یکسان دارند، در فاصلهٔ $1m$ از هم ثابت شده‌اند و در حالت تعادل داخل لولهٔ شیشه‌ای و بدون اصطکاک قرار دارند. (مشابه ریاضی - خرداد ۸۷)



آ) بار گلوله‌ها را از نظر هم‌نام و ناهم‌نام بودن مشخص کنید.

ب) اگر جرم هر گلوله $360g$ باشد، اندازهٔ بار هر گلوله چقدر است؟ ($k=9\times10^9\ N.m^2/C^2$ و $g=10\ N/kg$)

پاسخ: آ) اگر گلولهٔ در حال تعادل بالایی را در نظر بگیرید، نیروی وزن رو به پایین است، بنابراین نیروی الکتریکی رو به بالا می‌شود؛ یعنی نیروی بین گلوله‌ها دافعه است. بنابراین این گلوله‌ها هم‌نام هستند یعنی هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند.

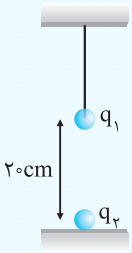
ب) با توجه به حالت تعادل گلولهٔ بالایی، نتیجه می‌گیریم که اندازهٔ F و mg باید هم‌اندازه باشند:

$$F=mg \Rightarrow k\frac{|q||q|}{r^2}=mg$$

$$\Rightarrow 9\times10^9\times\frac{q^2}{1^2}=360\times10^{-3}\times10 \Rightarrow q^2=\frac{36\times10^{-1}}{9\times10^9}=4\times10^{-10} \Rightarrow |q|=2\times10^{-5}C=20\mu C$$

تست

مطابق شکل گلولهٔ بسیار سبکی (جرم ناچیز) توسط نخ نازک و نارسانا از سقف آویزان شده است و این نخ می‌تواند حداکثر نیروی $45\ N$ را تحمل کند. اگر $q_1=+10\mu C$ باشد، بیش‌ترین مقدار بار q_2 چقدر می‌تواند باشد تا نخ در آستانهٔ پاره شدن باشد؟



۱) -10 ۲) -20

۳) $+20$ ۴) $+40$

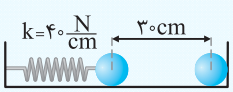
پاسخ: بیشینهٔ نیروی الکتریکی می‌تواند $45\ N$ و رو به پایین باشد؛ در غیر این‌صورت نخ پاره می‌شود.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 45=90\times\frac{10\times|q_2|}{20^2} \Rightarrow |q_2|=20\mu C$$

نیروی بین دو گلوله باید جاذبه باشد تا نخ پاره شود، بنابراین $q_2=-20\mu C$ است و گزینهٔ (۲) درست است.

تست

دو گلولهٔ رسانا مطابق شکل، روبه‌روی هم روی سطح نارسانا قرار دارند و به تعادل رسیده‌اند. اگر بار هر گلوله $20\mu C$ باشد، فشردگی فنر نارسانا نسبت به حالت آزاد چند سانتی‌متر است؟ ($k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}$) (ویژهٔ علاقمندان)



۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۷

پاسخ: ابتدا نیروی الکتریکی بین دو گلوله را محاسبه می‌کنیم:

$$F=90\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F=90\times\frac{20\times20}{30^2}=40N$$

به گلولهٔ سمت چپ دو نیروی الکتریکی و نیروی فنر وارد می‌شود. با توجه به در تعادل بودن گلوله، نتیجه می‌گیریم این دو نیرو هم‌اندازه هستند.

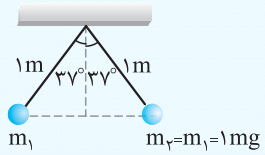
$$F_{فنر}=F_{الکتریکی} \Rightarrow k\Delta x=F \Rightarrow (40)(\Delta x)=40 \Rightarrow \Delta x=1cm \Rightarrow$$ گزینهٔ (۱) درست است.

ویژهٔ علاقمندان

ترکیب نیروی الکتریکی و آونگ: اگر اجسام باردار را توسط دو نخ نارسانا آویزان کنیم، دو آونگ ساخته می‌شود که باز هم کافی است، نیروهای وارد بر اجسام باردار را رسم کنید و رابطهٔ بین نیروها را طبق شکل مشخص کنید.

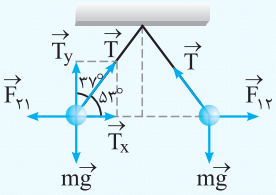
تست

مطابق شکل دو گلولهٔ رسانا و باردار از نخ‌های نارسانا آویزان شده‌اند و در حالت تعادل قرار دارند. با توجه به شکل، اگر اندازهٔ بار دو گلوله یکسان باشد، مقدار بار چند میکروکولن است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6 \ ، \ g = 10 N/kg \ ، \ k = 9\times10^9 N.m^2/C^2)$



۱) 3×10^{-2}
۲) 4×10^{-2}
۳) $2\sqrt{3}\times10^{-2}$
۴) $3\sqrt{3}\times10^{-2}$

پاسخ: نیروی وارد بر m_1 و m_2 را رسم می‌کنیم:



$$\text{تعادل} \Rightarrow \begin{cases} F_{21} = T_x \Rightarrow F_{21} = T\sin 37^\circ \\ mg = T_y \Rightarrow mg = T\cos 37^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{21}}{mg} = \frac{T\sin 37^\circ}{T\cos 37^\circ} = \tan 37^\circ$$

$$F_{21} = F_{12} = F \Rightarrow \frac{F}{mg} = \tan 37^\circ \Rightarrow F = \frac{3}{4}\times1\times10^{-3}\times10^{-3}\times10 \Rightarrow F = \frac{3}{4}\times10^{-5} N$$

$$r = 2(1\times\sin 37^\circ) = 2\times0/6 = 1/2 m$$

$$F = k\frac{q_1q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{3}{4}\times10^{-5} = 9\times10^9\times\frac{q^2}{(1/2)^2} \Rightarrow q^2 = \frac{3\times1/44}{4\times9}\times10^{-14}$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{1/44}{4\times3}\times10^{-14} \Rightarrow q = \frac{1/2}{2\times\sqrt{3}}\times10^{-7} = \frac{\sqrt{3}}{3}\times0/6\times10^{-7} = 2\sqrt{3}\times10^{-8} C = 2\sqrt{3}\times10^{-2}\mu C \Rightarrow$$

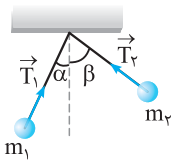
گزینهٔ (۳) درست است.

نکته در آونگ اگر F بر mg عمود باشد، می‌توانید از رابطهٔ روبه‌رو استفاده کنید:

$$\tan\alpha = \frac{F}{mg}$$

α: زاویهٔ بین نخ و راستای قائم است، mg وزن ذرهٔ باردار و F نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار است.

نکتهٔ STP اگر جرم آونگ‌ها برابر نباشند، آن‌گاه زاویه‌ای که هر نخ با راستای قائم می‌سازد، برابر نخواهند بود و همیشه رابطهٔ زیر بین کشش نخ‌ها برقرار است:



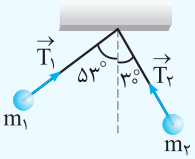
$$T_1\sin\alpha = T_2\sin\beta$$

آیا می‌توانید رابطهٔ بالا را اثبات کنید؟

تست

مطابق شکل دو ذرهٔ باردار از دو نخ نارسانا آویزان شده‌اند و در حالت تعادل قرار دارند.

اگر $T_1 = 10N$ باشد، T_2 چند نیوتون است؟ $(\sin 53^\circ = 0/8)$ (مشابه سراسری ریاضی - ۹۵)



۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۶

پاسخ: طبق نکتهٔ STP بالا می‌توان نوشت:

$$T_1\sin 53^\circ = T_2\sin 30^\circ \Rightarrow 10\times0/8 = T_2\times\frac{1}{2} \Rightarrow T_2 = 16N \Rightarrow$$

گزینهٔ (۴) درست است.

قسمت دوم: قانون کولن

نیروی بین دو ذرهٔ باردار

۲۷.☆ الکترونی در مسیر دایره‌ای به شعاع ۱ آنگستروم به دور هسته‌ای که ۱۰ پروتون دارد، می‌چرخد. نیروی وارد بر الکترون چند نیوتون است؟ $\left(\text{بار الکترون } 1/6\times10^{-19}C\ ,\ k=9\times10^{9}\frac{N.m^2}{C^2}\ ,\ 1\mathring{A}=10^{-10}m\right)$ (kg)

۱) $3/2\times10^{-5}$ ۲) $2/3\times10^{-7}$ ۳) 3×10^{-10} ۴) 2×10^{-18}

۲۸. بار الکتریکی ۵ میکروکولنی را در چند سانتی‌متری از یک بار ۴ میکروکولنی قرار دهیم تا بر آن نیروی ۱۸ نیوتون را وارد کند؟ $\left(k=9\times10^{9}\frac{N.m^2}{C^2}\right)$ (kg)

۱) ۱ ۲) ۳/۱۴ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۲۹.☆ در سیستم بین‌المللی یکاها (SI)، به ترتیب از راست به چپ، یکای ثابت کولن و یکای ضریب گذردهی الکتریکی خلأ کدام است؟

۱) $\frac{N.m^2}{C^2}\ ،\ \frac{C^2}{N.m^2}$ ۲) $\frac{C^2}{N.m^2}\ ،\ \frac{N.m^2}{C^2}$ ۳) $\frac{C^2}{m^2}\ ،\ \frac{m^2}{4C}$ ۴) $\frac{m^2}{C^2}\ ،\ \frac{C^2}{4m^2}$

۳۰. بارهای الکتریکی $q_1=4nC$ و $q_2=-2nC$ به ترتیب در مختصات $(0,3m)$ و $(0,-3m)$ قرار دارند. نیروی الکتریکی که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند، در SI کدام است؟ $\left(k=9\times10^{9}\frac{N.m^2}{C^2}\right)$

۱) $2\times10^{-9}\vec{j}$ ۲) $-2\times10^{-9}\vec{j}$ ۳) $-8\times10^{-9}\vec{j}$ ۴) $8\times10^{-9}\vec{j}$

۳۱.☆ دو بار الکتریکی q و $8q$ در فاصلهٔ a از هم قرار دارند. اگر ε_0 ضریب گذردهی الکتریکی خلأ باشد، کدام گزینه اندازهٔ نیرویی را که این دو ذره به هم وارد می‌کنند، به درستی نشان می‌دهد؟

۱) $\varepsilon_0\frac{8q^2}{a^2}$ ۲) $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0a^2}$ ۳) $\frac{9q^2}{4\pi\varepsilon_0a^2}$ ۴) $\frac{2q^2}{\pi\varepsilon_0a^2}$

۳۲.☆ دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2=5q_1$ در فاصلهٔ ۳ متری هم قرار دارند و نیروی دافعهٔ ۰/۰۲N به یکدیگر وارد می‌کنند. q_1 چند میکروکولن است؟ $\left(k=9\times10^{9}\frac{N.m^2}{C^2}\right)$ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۱)

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۲

۳۳.☆ دو بار نقطه‌ای q و $2q$ روی یک خط راست قرار دارند. اگر بار $4q$ به بار q نیروی $\vec{F}=2\vec{i}-4\vec{j}$ را وارد کند، بار q چه نیرویی را به بار $2q$ وارد می‌کند؟

۱) $4\vec{i}-8\vec{j}$ ۲) $2\vec{i}-4\vec{j}$ ۳) $\vec{i}-2\vec{j}$ ۴) $-2\vec{i}+4\vec{j}$

۳۴. دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 در یک ارتفاع قرار دارند. نیروی الکتریکی بار q_1 به بار q_2 در راستای غرب ـ شرق و جهت آن به سمت شرق است. نیرویی که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند، در راستای ..... و جهت آن به سمت ..... است.

۱) غرب ـ شرق، شرق ۲) غرب ـ شرق، غرب ۳) شمال ـ جنوب، جنوب ۴) شمال ـ جنوب، شمال

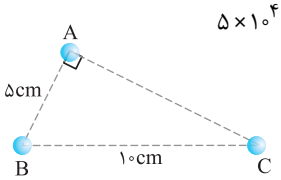
۳۵.☆ دو کرهٔ رسانای مشابه دارای بارهای ناهم‌نام q و $-q$ به‌گونه‌ای قرار گرفته‌اند که سطح آن‌ها کمی از هم فاصله داشته و مرکز این دو کره به اندازهٔ r از یکدیگر فاصله دارند. بزرگی نیرویی که این دو کره به هم وارد می‌کنند ..... .

۱) برابر است با $k\frac{q^2}{r^2}$ ۲) کم‌تر است از $k\frac{q^2}{r^2}$ ۳) بیش‌تر است از $k\frac{q^2}{r^2}$ ۴) برابر است با $k\frac{q}{r}$

۳۶.☆ دو ذرهٔ باردار با بارهای $q_1=+2\mu C$ و $q_2=+5\mu C$ در نقاط $A(-2cm,-2cm)$ و $B(7cm,1cm)$ ثابت شده‌اند. اندازهٔ نیرویی که این دو بار الکتریکی به یکدیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟ $\left(k=9\times10^{9}\frac{N.m^2}{C^2}\right)$

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) 10^5 ۴) 5×10^4

۳۷. در سه رأس مثلث ABC سه بار نقطه‌ای قرار دارد. اگر اندازهٔ نیروهایی که بارهای A و B بر هم وارد می‌کنند، ۵ نیوتون و اندازهٔ نیروهایی که بارهای B و C بر هم وارد می‌کنند، برابر ۳ نیوتون باشد، نسبت اندازهٔ بارهای A و C $\left(\frac{|q_A|}{|q_C|}\right)$ کدام است؟



۱) $\frac{5}{3}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{5}{12}$ ۴) $\frac{3}{10}$

۳۸★. دو گلوله به جرم‌های m_1 و $m_2=2m_1$ به ترتیب دارای بارهای الکتریکی q و $3q$ روی سطح افقی بدون اصطکاک در فاصلهٔ نزدیکی از هم رها می‌شوند. در این لحظه، تحت اثر نیروی الکتریکی شتاب گلولهٔ m_2 چند برابر شتاب گلولهٔ m_1 است؟ (آزمون‌های گاج)

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

تأثیر تغییر اندازهٔ بارها یا فاصلهٔ بارها روی نیروی الکتریکی

۳۹☆. نیروی بین دو بار الکتریکی q_1 و q_2 که به فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، F است. اگر اندازهٔ یکی از بارها و همچنین فاصلهٔ بین دو بار نصف شود، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۷)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۴۰☆. بار الکتریکی ۸ میکروکولنی از فاصلهٔ r بر بار ۲ میکروکولنی نیروی F را وارد می‌کند. بار ۲ میکروکولنی در چه فاصله‌ای بر بار ۸ میکروکولنی نیرویی با اندازهٔ $2F$ وارد می‌کند؟ (سراسری تجربی- ۸۵)

۱) $2r$ ۲) $\sqrt{2}r$ ۳) $\frac{1}{2}r$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}r$

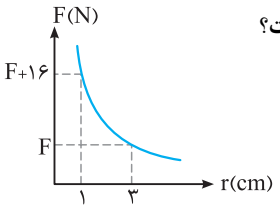
۴۱. نیروی دافعهٔ بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه در فاصلهٔ r از هم برابر با $0/02N$ است. اگر به یکی از بارها $2\mu C$ اضافه کنیم، این نیروی دافعه در همین فاصله برابر $0/03N$ می‌شود. اندازهٔ اولیهٔ هر یک از این بارهای الکتریکی چند میکروکولن بوده است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۵)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۴۲☆. دو بار الکتریکی در فاصلهٔ r به یکدیگر نیروی الکتریکی F وارد می‌کنند. در چه فاصله‌ای از هم نیروی الکتریکی بین این دو بار ۴۴ درصد افزایش می‌یابد؟

۱) $\frac{5}{6}r$ ۲) $\frac{6}{5}r$ ۳) $\frac{36}{25}r$ ۴) $\frac{25}{36}r$

۴۳☆. نمودار نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار بر حسب فاصلهٔ آن‌ها مطابق شکل مقابل است. F چند نیوتون است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۴۴. دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصلهٔ معینی، به یکدیگر نیروی الکتریکی F وارد می‌کنند. اگر اندازهٔ یکی از دو بار نصف شده و فاصلهٔ بین آن‌ها ۷۵ درصد کاهش یابد، نیروی الکتریکی بین دو بار به F' می‌رسد، نسبت $\frac{F'}{F}$ کدام است؟ (آزمون‌های گاج)

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{8}$

۴۵★. دو بار نقطه‌ای هم‌اندازه و هم‌نام q در فاصلهٔ r از هم قرار داشته و بر هم نیروی دافعهٔ F وارد می‌کنند. ۱۹٪ از بار یکی را کم می‌کنیم. برای این‌که نیروی دافعهٔ بین آن‌ها همان F بماند، فاصلهٔ میان دو بار را چند درصد و چگونه باید تغییر دهیم؟

۱) ۱۰ درصد کاهش ۲) ۱۰ درصد افزایش ۳) ۱۹ درصد کاهش ۴) ۱۹ درصد افزایش

انتقال بار بین دو ذرهٔ باردار و اثر آن روی نیروی بین آن‌ها

۴۶☆. دو بار الکتریکی هم‌نام $q_1=8\mu C$ و q_2، در فاصلهٔ r، نیروی F را بر هم وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه کنیم، بدون تغییر فاصلهٔ بارها، نیروی متقابل بین آن‌ها ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. مقدار اولیهٔ q_2 چند میکروکولن است؟ (سراسری ریاضی- ۸۹)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۷. دو بار الکتریکی نقطه‌ای برابر در فاصلهٔ ثابتی از هم قرار دارند و به یکدیگر نیروی F وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار الکتریکی یکی را کم کرده و همان مقدار بر بار دیگر اضافه کنیم، نیرویی که به هم وارد می‌کنند، چند F می‌شود؟ (سراسری تجربی- ۸۸)

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) $\frac{15}{16}$ ۴) $\frac{16}{15}$

۴۸☆. دو ذره با بارهای الکتریکی $+q$ و $-q$ در فاصلهٔ معینی به یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی F وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد یکی از بارها را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، دو بار جدید در همان فاصلهٔ قبل به هم نیروی الکتریکی به بزرگی F' را وارد می‌نمایند. نسبت $\frac{F'}{F}$ کدام است؟ (آزمون‌های گاج)

۱) $\frac{15}{16}$ ۲) $\frac{9}{16}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{5}{4}$

۴۹. دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2\mu C$ و $q_2 = -2\mu C$ به فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند. اگر نصف یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم و دو بار را به فاصلهٔ $\frac{r}{2}$ از هم قرار دهیم، اندازهٔ نیرویی که دو بار به یکدیگر وارد می‌کنند، در مقایسه با حالت قبل چند برابر می‌شود؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۷)

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{16}$

۵۰. ★ دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 2q_1$ در فاصلهٔ r از هم قرار دارند و به هم نیروی دافعه وارد می‌کنند. چند درصد از بار q_2 را به q_1 منتقل کنیم تا در همان فاصله، نیروی دافعهٔ بین بارهای الکتریکی بیشینه شود؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۵)

۱) ۱۵ ۲) ۲۵ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

نیروی بین دو کرهٔ رسانا قبل و بعد از اتصال

۵۱. دو کرهٔ رسانای کوچک و هم‌اندازه دارای بارهای الکتریکی $-9\mu C$ و $+1\mu C$ بوده و در فاصلهٔ r بر هم نیروی F وارد می‌کنند. دو کره را با هم تماس داده و این بار آن‌ها را در فاصلهٔ $2r$ از هم قرار می‌دهیم. نیروی الکتریکی بین دو کره چند برابر F خواهد شد؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{4}{9}$ ۳) $\frac{16}{9}$ ۴) $\frac{25}{36}$

۵۲. ☆ دو گلولهٔ فلزی کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی می‌باشند، از فاصلهٔ ۳۰ سانتی‌متری، نیروی جاذبهٔ ۴ نیوتون بر یکدیگر وارد می‌کنند. اگر این دو گلوله را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر کدام $+3\mu C$ خواهد شد. بار اولیهٔ گلوله‌ها بر حسب میکروکولن کدام است؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$ (سراسری ریاضی- ۹۴)

۱) -6 ، ۱۲ ۲) -4 ، ۱۰ ۳) -3 ، ۹ ۴) -2 ، ۸

۵۳. ☆ دو کرهٔ فلزی مشابه دارای بارهای الکتریکی $q_1 = +5\mu C$ و $q_2 = +15\mu C$ در فاصلهٔ r، نیروی F بر یکدیگر وارد می‌کنند. اگر این دو کره را در یک لحظه با یکدیگر تماس دهیم به طوری‌که فقط بین دو کره مبادلهٔ بار صورت گیرد و مجدداً به همان فاصلهٔ قبلی برگردانیم، نیروی دافعهٔ بین دو کره چگونه تغییر می‌کند؟ (سراسری تجربی- ۹۱)

۱) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. ۲) ۲۵ درصد کاهش می‌یابد.
۳) تقریباً ۳۳ درصد کاهش می‌یابد. ۴) تقریباً ۳۳ درصد افزایش می‌یابد.

۵۴. ☆ دو کرهٔ فلزی که روی پایه‌های عایقی قرار دارند، دارای بار الکتریکی هستند. اندازهٔ نیروی الکتریکی بین این دو کره با فاصلهٔ d برابر F است. اگر آن دو را به هم تماس داده و دوباره در همان فاصله قرار دهیم، اندازهٔ نیرو، F' می‌شود. کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟ (kg)

۱) $F > F'$ ۲) $F < F'$
۳) $F = F'$ ۴) بسته به شرایط، هر کدام ممکن است درست باشد.

۵۵. ☆ اندازهٔ بار دو کرهٔ رسانای هم‌اندازه یکسان نیست و یکدیگر را از فاصلهٔ r می‌رانند. دو کره را به هم تماس داده و سپس به همان فاصلهٔ r می‌بریم. نیروی الکتریکی بین دو کره نسبت به حالت اول چگونه می‌شود؟

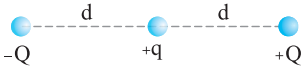
۱) تغییر نمی‌کند. ۲) افزایش می‌یابد. ۳) کاهش می‌یابد. ۴) بسته به شرایط هر سه ممکن است.

۵۶. ★ دو کرهٔ رسانای هم‌اندازهٔ A و B به ترتیب با بارهای الکتریکی $\frac{3}{4}Q$ و $\frac{3}{2}Q$ داریم که در فاصلهٔ نسبتاً دوری از هم قرار دارند. کرهٔ رسانای خنثای C را که هم‌اندازهٔ کرهٔ A می‌باشد، با آن تماس می‌دهیم. سپس کرهٔ C را با کرهٔ B تماس می‌دهیم و در نهایت کرهٔ C را به فاصلهٔ بسیار دوری از دو کرهٔ A و B منتقل می‌کنیم. اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو کرهٔ A و B در همان فاصلهٔ اولیه پس از تماس کرهٔ C چند برابر قبل از تماس با کرهٔ C است؟ (آزمون‌های گاج)

۱) $\frac{5}{16}$ ۲) $\frac{8}{16}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{24}{16}$

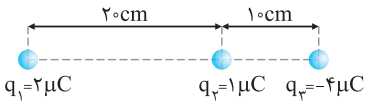
برایند نیروهای الکتریکی هم‌راستا

۵۷. ☆ اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو بار Q و q در فاصلهٔ d برابر F است. در شکل روبه‌رو، اندازهٔ برایند نیروهای وارد از طرف دو بار $+Q$ و $-Q$ بر بار $+q$ برابر است با ..... . (kg)



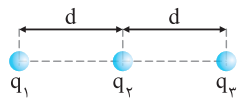
۱) صفر ۲) $\frac{F}{2}$ ۳) F ۴) $2F$

۵۸. ★ در شکل مقابل، اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار q_2 چند برابر اندازهٔ نیروی خالص وارد بر بار q_1 است؟



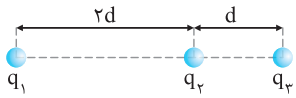
۱) $\frac{88}{7}$ ۲) $\frac{12}{5}$
۳) $\frac{84}{25}$ ۴) $\frac{60}{7}$

۵۹. ☆ در شکل، سه بار نقطه‌ای روی سه نقطه ثابت شده‌اند. اگر بار $q_۳$، بار $q_۲$ را با نیروی الکتریکی F براند، بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار $q_۳$ برابر $\frac{F}{۲}$ و به سمت چپ شکل می‌شود. نسبت $\frac{q_۱}{q_۲}$ کدام است؟ (آزمون‌های گاج)



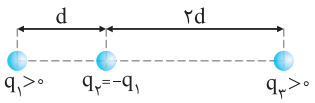
۱) $\frac{۱}{۶}$
۲) $-\frac{۱}{۶}$
۳) -۶
۴) ۶

۶۰. ★ در شکل مقابل، برایند نیروهای وارد بر بار $q_۲$ برابر $۳۰N$ است. اگر $q_۳$ را خنثی کنیم، نیروی وارد بر بار $q_۲$، $۱۰N$ در جهت عکس می‌شود. نسبت $\frac{q_۳}{q_۱}$ کدام است؟



۱) ۱
۲) -۱
۳) ۴
۴) -۴

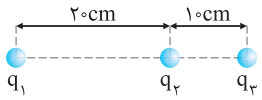
۶۱. ★ سه بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر ثابت شده‌اند. اگر برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۱$ هم‌اندازهٔ برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۲$ باشد، $\frac{q_۳}{q_۱}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۵)



۱) $\frac{۸}{۱۳}$
۲) $\frac{۱۳}{۸}$
۳) $\frac{۱۳}{۷۲}$
۴) $\frac{۷۲}{۱۳}$

نیروی صفر و بار در حال تعادل

۶۲. ☆ در شکل روبه‌رو، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای نقطه‌ای برابر صفر است. $\frac{q_۳}{q_۲}$ کدام است؟ (سراسری تجربی- ۹۳)

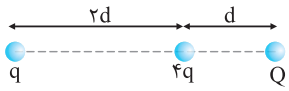


۱) -۴
۲) $+۴$
۳) $-\frac{۹}{۴}$
۴) $+\frac{۹}{۴}$

۶۳. دو بار الکتریکی $-q$ و $Q=+۴q$ در دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ $AB=۳۰cm$ از هم قرار دارند. بار q' را در چه فاصله‌ای بر حسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حالت تعادل قرار گیرد؟ (kg)

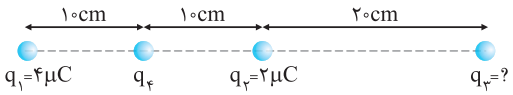
۱) ۱۵
۲) ۳۰
۳) ۴۵
۴) ۶۰

۶۴. ☆ اگر در شکل روبه‌رو برایند نیروهای وارد بر بار $۴q$ برابر صفر باشد، بار Q برابر کدام است؟



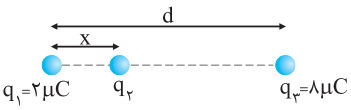
۱) $۴q$
۲) $۲q$
۳) $\frac{q}{۲}$
۴) $\frac{q}{۴}$

۶۵. ☆ در شکل مقابل برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۴$ برابر صفر است. بار $q_۳$ چند میکروکولن است؟ (سراسری ریاضی- ۹۱)



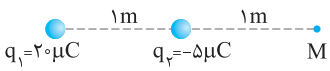
۱) ۱۸
۲) ۸
۳) -۸
۴) -۱۸

۶۶. ☆ سه بار نقطه‌ای مطابق شکل قرار دارند. برایند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر هر یک از بارها صفر است. بار $q_۲$ چند میکروکولن است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۹)



۱) $-\frac{۲}{۹}$
۲) $+\frac{۲}{۹}$
۳) $-\frac{۸}{۹}$
۴) $+\frac{۸}{۹}$

۶۷. در شکل روبه‌رو در نقطهٔ M، بار الکتریکی نقطه‌ای چند میکروکولنی قرار دهیم تا برایند نیروهای وارد بر آن از طرف بارهای دیگر صفر شود؟



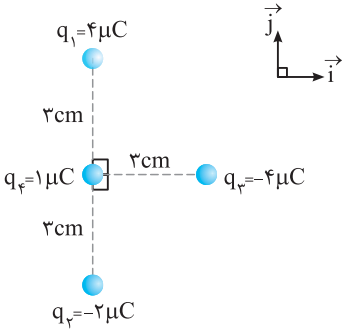
۱) -۴
۲) ۱
۳) ۵
۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

۶۸. ★ دو بار الکتریکی هم‌نام و هم‌اندازه در فاصلهٔ L از هم قرار دارند. در فاصلهٔ بین دو بار و در راستای خط واصل، بار سومی را از فاصلهٔ $\frac{L}{۴}$ یکی از بارها تا فاصلهٔ $\frac{L}{۴}$ بار دیگر جابه‌جا می‌کنیم. نیروی وارد بر این بار ..... (آزمون‌های گاج)

۱) کاهش می‌یابد.
۲) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
۴) افزایش می‌یابد.

برایند نیروهای عمود بر هم

۶۹. ☆ در شکل مقابل، بردار نیروی خالص وارد بر بار $q_۴$ در SI کدام است؟ $\left(k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$



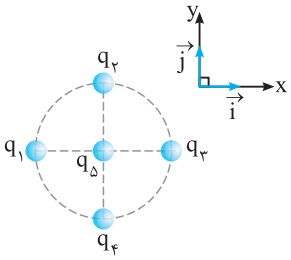
۱) $\vec{F} = ۴۰\vec{i} - ۶۰\vec{j}$

۲) $\vec{F} = ۴۰\vec{i} + ۶۰\vec{j}$

۳) $\vec{F} = ۴۰\vec{i} - ۲۰\vec{j}$

۴) $\vec{F} = ۴۰\vec{i} + ۲۰\vec{j}$

۷۰. ☆ در شکل روبه‌رو، چهار بار نقطه‌ای $q_۱ = q_۲ = -q_۳ = -q_۴ = +q$ روی محیط دایره‌ای قرار گرفته‌اند و بار $q_۵ = +q$ در مرکز دایره قرار دارد. اگر بزرگی نیروی الکتریکی که بار $q_۱$ به بار $q_۵$ وارد می‌کند، یک نیوتون باشد، بردار برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۵$ بر حسب نیوتون کدام است؟ (آزمون‌های گاج)



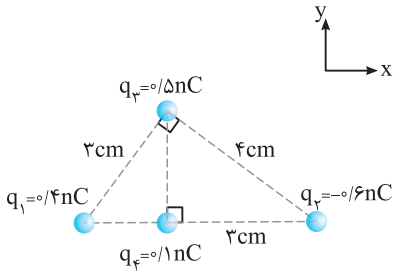
۱) $۲\vec{i} - ۲\vec{j}$

۲) $۲\sqrt{۲}\vec{i} - ۲\sqrt{۲}\vec{j}$

۳) $-۲\vec{i} + ۲\vec{j}$

۴) $-۲\sqrt{۲}\vec{i} + ۲\sqrt{۲}\vec{j}$

۷۱. نیروی خالص وارد بر بار $q_۴$ از طرف بارهای دیگر کدام است؟ $\left(k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$



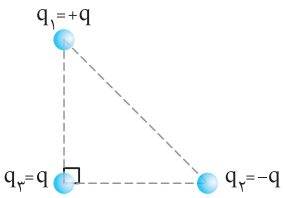
۱) $۱۰^{-۷}(۱۵\vec{i} + ۹\vec{j})$

۲) $۱۰^{-۷}(۱۵\vec{i} - ۹\vec{j})$

۳) $۱۰^{-۷}(۳\vec{i} - ۹\vec{j})$

۴) $۱۰^{-۷}(۳\vec{i} + ۹\vec{j})$

۷۲. ☆ مطابق شکل سه ذره در سه رأس یک مثلث متساوی‌الساقین قرار دارند و اندازهٔ نیروی خالص وارد بر ذرهٔ $q_۳$ برابر F_T است. اگر بار $q_۱$ قرینه شود، اندازهٔ نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ کدام خواهد شد؟ (برگرفته از کتاب درسی)



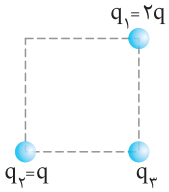
۱) F_T

۲) $۲F_T$

۳) $\sqrt{۲}F_T$

۴) صفر

۷۳. ☆ در شکل مقابل، سه ذرهٔ باردار در گوشه‌های یک مربع قرار دارند. اگر $q_۲$ به $q_۳$ نیروی F وارد کند، اندازهٔ نیروی کل وارد بر $q_۳$ چند برابر F است؟ (برگرفته از کتاب درسی)



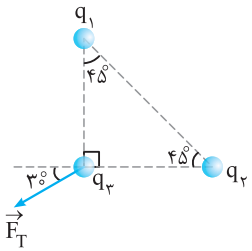
۱) $۳F$

۲) $\sqrt{۳}F$

۳) $\sqrt{۲}F$

۴) $\sqrt{۵}F$

۷۴. ☆ در شکل مقابل، نیروی کل وارد بر بار $q_۳$ از طرف دو بار $q_۱$ و $q_۲$ نشان داده شده است. با توجه به آن، $q_۱$ و $q_۲$ ..... و $|q_۲|$ از $|q_۱|$ ..... است.



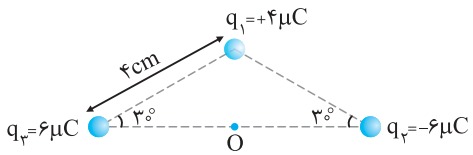
۱) هم‌نام، بزرگ‌تر

۲) هم‌نام، کوچک‌تر

۳) ناهم‌نام، بزرگ‌تر

۴) ناهم‌نام، کوچک‌تر

۷۵. ☆ سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در سه رأس یک مثلث ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار $q_۴ = ۱\mu C$ واقع در نقطهٔ O، در وسط خط واصل دو بار $q_۲$ و $q_۳$ چند نیوتون است؟ (سراسری ریاضی- ۸۴)



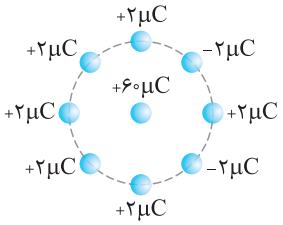
۱) ۴۵

۲) ۹۰

۳) $۴۵\sqrt{۳}$

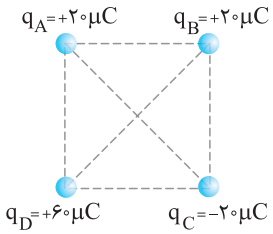
۴) $۹۰\sqrt{۲}$

۷۶.☆ در شکل مقابل، بارهای نقطه‌ای به طور متقارن روی محیط دایره‌ای به شعاع ۳۰cm قرار دارند. برایند نیروهای وارد بر بار قرار گرفته در مرکز دایره چند نیوتون است؟ $\left(k = 9\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2}\right)$ (آزمون‌های گاج)



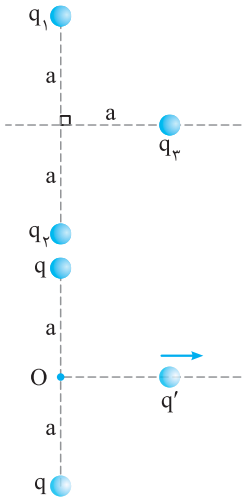
۱) ۴۸
۲) $۲۴\sqrt{۲}$
۳) ۹۶
۴) $۱۲\sqrt{۲}$

۷۷. در چهار رأس یک مربع به ضلع ۲۰ سانتی‌متر، مطابق شکل بارهای نقطه‌ای قرار داده‌ایم. اگر یک بار $-۱۰\mu C$ را در مرکز مربع قرار دهیم، نیروی وارد بر آن چند نیوتون و در کدام جهت خواهد بود؟ (kg)



۱) $۱۸۰\sqrt{۲}$، به سمت چپ
۲) $۱۸۰\sqrt{۲}$، به سمت بالا
۳) $۲۷۰\sqrt{۲}$، به سمت بالا
۴) $۲۷۰\sqrt{۲}$، به سمت چپ

۷۸.★ در شکل مقابل، نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ از طرف دو بار دیگر کدام است؟ $(q_۱ = q_۲ = q_۳ = q)$



۱) $\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{q^۲}{a^۲}$
۲) $\frac{۱}{۸\pi\varepsilon_۰}\frac{q^۲}{a^۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{q^۲}{a^۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۸\pi\varepsilon_۰}\frac{q^۲}{a^۲}$

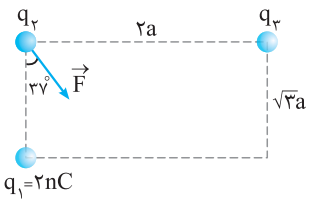
۷۹.☆ مطابق شکل، بار q' را روی عمودمنصف خط واصل بین دو بار از نقطهٔ O تا بی‌نهایت جابه‌جا می‌کنیم. نیروی خالص وارد بر بار q' در این جابه‌جایی چگونه تغییر می‌کند؟

۱) افزایش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۸۰.☆ ۴ بار الکتریکی مثبت و هم‌اندازهٔ q در رأس‌های یک مربع به ضلع d قرار دارند. اندازهٔ نیرویی که از طرف بارهای دیگر بر یکی از آن‌ها وارد می‌شود، چند $\frac{kq^۲}{۲d^۲}$ است؟ $\left(k = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\right)$ و اندازه‌ها در SI است. (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۵)

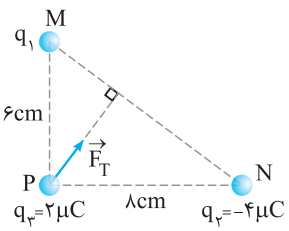
۱) ۱
۲) $\sqrt{۲}$
۳) $\sqrt{۲}+۱$
۴) $۲\sqrt{۲}+۱$

۸۱.★ مطابق شکل سه بار نقطه‌ای روی سه رأس یک مستطیل قرار گرفته‌اند. اگر نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ از طرف دو بار دیگر $\vec{F}$ باشد، $q_۳$ چند نانوکولن است؟ $\left(\tan ۳۷^\circ = \frac{۳}{۴}\right)$



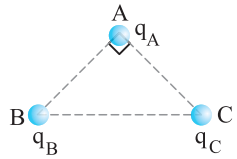
۱) ۲
۲) −۲
۳) ۱/۵
۴) −۱/۵

۸۲.★ سه بار الکتریکی روی رأس‌های مثلث قائم‌الزاویهٔ MNP ثابت شده‌اند. اگر راستای نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ مطابق شکل بر ضلع MN عمود باشد، $q_۱$ چند میکروکولن است؟



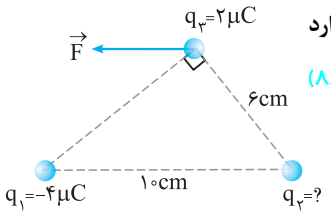
۱) ۲
۲) −۲
۳) ۳
۴) −۳

۸۳.☆ در شکل روبه‌رو، مثلث نشان داده‌شده متساوی‌الساقین و قائم‌الزاویه است و بارهای q_A، q_B و q_C به ترتیب q، $\sqrt{۳}q$ و −q است. زاویه‌ای که برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_A با امتداد پاره‌خط AB می‌سازد، چند درجه است؟ (سراسری تجربی- ۸۷)



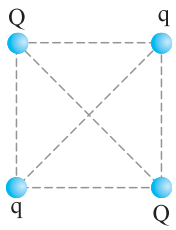
۱) ۳۰
۲) ۴۵
۳) ۵۳
۴) ۶۰

۸۴. ★ سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در جای خود ثابت شده‌اند. برایند نیروهایی که بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌کنند $(\vec{F})$، موازی با قاعدهٔ مثلث است. بار q_2 چند میکروکولن است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۸)



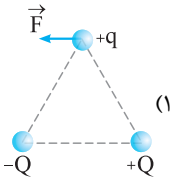
۱) ۳
۲) ۴
۳) $\frac{9}{4}$
۴) $\frac{27}{16}$

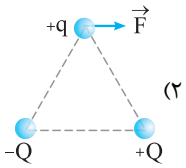
۸۵. ☆ بارهای الکتریکی q و Q مطابق شکل در ۴ رأس مربع قرار دارند. اگر برایند نیروهای وارد بر بار Q صفر باشد، نسبت $\frac{Q}{q}$ کدام است؟

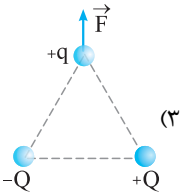


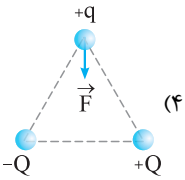
۱) $2\sqrt{2}$
۲) $\sqrt{2}$
۳) $-\sqrt{2}$
۴) $-2\sqrt{2}$

۸۶. سه بار نقطه‌ای $+Q$، $-Q$ و $+q$ در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع واقع‌اند. کدام‌یک از شکل‌های زیر جهت نیروی وارد بر بار $+q$ را درست نشان می‌دهد؟

۱)


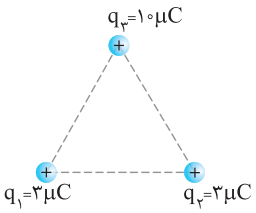
۲)


۳)


۴)


برایند نیروهای الکتریکی در حالت کلی ویژهٔ علاقمندان

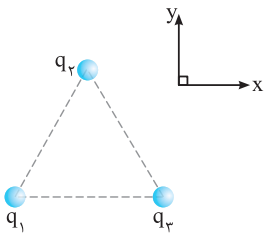
۸۷. سه بار الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل در ۳ رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۳۰cm قرار دارند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟ $\left(k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}\right)$ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۲)



۱) $3\sqrt{3}$
۲) ۳
۳) $10\sqrt{3}$
۴) ۱۰

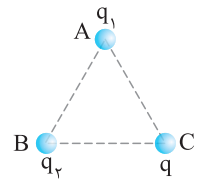
۸۸. روی رئوس مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۶cm سه بار نقطه‌ای $q_1=q_2=-q_3=2\mu C$ قرار داده‌ایم. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 بر حسب بردارهای یکه در SI کدام است؟

$\left(\cos60^\circ=\frac{1}{2}\ ,\ \sin60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\ ,\ k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}\right)$



۱) $20\vec{i}$
۲) $10\vec{i}$
۳) $20\vec{i}+20\sqrt{3}\vec{j}$
۴) $20\vec{i}-20\sqrt{3}\vec{j}$

۸۹. ★ سه بار الکتریکی نقطه‌ای و مثبت q_1، q_2 و q در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاع ABC قرار دارند. اگر نیروی وارد از طرف q_2 بر q برابر ۵ نیوتون و $q_1=\frac{3}{5}q_2$ باشد، برایند نیروهای وارد بر q چند نیوتون خواهد بود؟



۱) ۸
۲) ۷
۳) ۶
۴) ۴

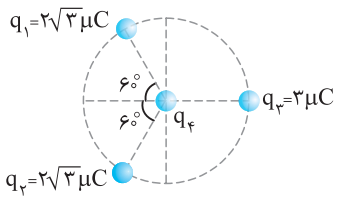
۹۰. سه بار الکتریکی q+، q+ و q− در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی قرار دارند. اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار q− چند برابر اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر هر یک از بارهای q+ می‌باشد؟

۱) $\sqrt{3}$
۲) ۱
۳) ۲
۴) $\frac{1}{2}$

۹۱. ★ روی محیط دایره‌ای به شعاع ۲cm، سه بار نقطه‌ای $q=4\mu C$ در فاصله‌های مساوی از هم قرار می‌دهیم، نیروی خالص وارد بر هر یک از بارها چند نیوتون است؟ $\left(\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\ ,\ k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}\right)$

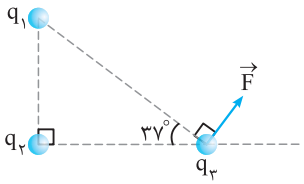
۱) ۳۶۰
۲) ۱۲۰
۳) $360\sqrt{3}$
۴) $120\sqrt{3}$

۹۲.★ مطابق شکل، سه بار نقطه‌ای روی محیط دایره‌ای به شعاع ۱۰cm، ثابت نگه داشته شده‌اند و بار چهارم ($q_۴$) در مرکز دایره قرار دارد. اگر برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۳$ برابر ۸/۱ نیوتون باشد، بار مثبت $q_۴$ چند میکروکولن است؟ (بارهای الکتریکی مثبت و $k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}$ است.) (سراسری ریاضی- ۹۰)



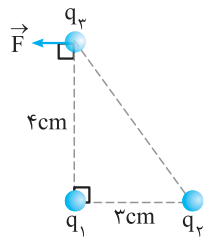
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۲۰
۴) ۱۰

۹۳.★ در شکل مقابل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱$، $q_۲$ و $q_۳$ روی رأس‌های مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند و برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۳$، بردار $\vec{F}$ است. نسبت $\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}$ کدام است؟ $(\sin ۵۳^\circ = ۰/۸)$ (آزمون‌های گاج)



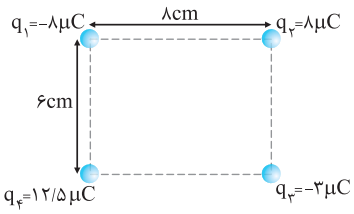
۱) $\frac{۳}{۴}$
۲) $\frac{۵}{۴}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۵}$

۹۴. سه ذرهٔ باردار در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. اگر برایند نیروهای وارد بر $q_۳$ مطابق شکل باشد، $\frac{q_۱}{q_۲}$ کدام است؟



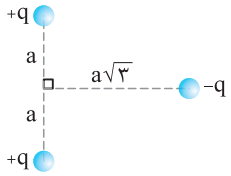
۱) $\frac{۴}{۵}$
۲) $-\frac{۴}{۵}$
۳) $\frac{۶۴}{۱۲۵}$
۴) $-\frac{۶۴}{۱۲۵}$

۹۵.★ چهار بار الکتریکی در رأس‌های مستطیلی مطابق شکل قرار دارند. نیروی وارد بر بار $q_۲$ چند نیوتون است؟ $\left(k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۰)



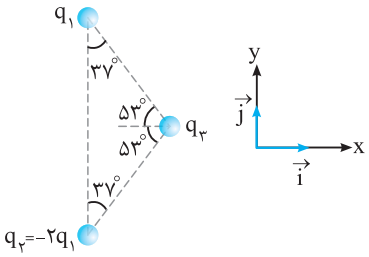
۱) ۳۰
۲) ۶۰
۳) $۶\sqrt{۱۰}$
۴) $۹\sqrt{۱۰}$

۹۶.★ در شکل روبه‌رو، بزرگی برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $-q$ کدام است؟ (آزمون‌های گاج)



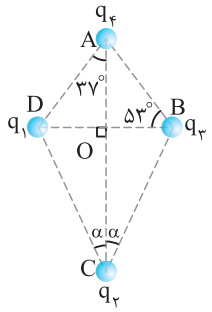
۱) $\frac{kq^۲}{۲a^۲}$
۲) $\frac{kq^۲}{۴a^۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}\frac{kq^۲}{a^۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}\frac{kq^۲}{a^۲}$

۹۷. در شکل مقابل، بار نقطه‌ای $q_۱ > ۰$ به بار نقطه‌ای $q_۳ > ۰$ نیروی الکتریکی به بزرگی ۱۰N را وارد می‌کند. بردار برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۳$ در SI کدام است؟ $(\cos ۵۳^\circ = ۰/۶ \ , \ \sin ۵۳^\circ = ۰/۸)$ (آزمون‌های گاج)



۱) $-۶\vec{i} - ۲۴\vec{j}$
۲) $-۶\vec{i} + ۱۸\vec{j}$
۳) $۶\vec{i} - ۲۴\vec{j}$
۴) $۶\vec{i} + ۱۸\vec{j}$

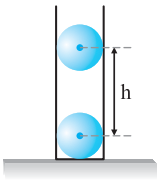
۹۸.★ چهار ذرهٔ باردار مطابق شکل در یک صفحه قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی وارد بر $q_۴$ از طرف بارهای دیگر برابر صفر باشد، زاویهٔ α کدام است؟ (سراسری تجربی- ۸۹)



$(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶ \ , \ AO = ۴cm \ , \ q_۲ = ۶۴nC \ , \ q_۱ = q_۳ = -۱۰nC)$

۱) ۳۷°
۲) ۵۳°
۳) $\tan^{-۱}(۲)$
۴) $\tan^{-۱}(\frac{۱}{۲})$

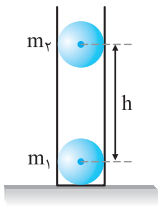
ترکیب نیروی الکتریکی با نیروهای دیگر



۹۹☆. در لوله‌ای شیشه‌ای و قائم دو گلولهٔ کوچک و همسان به جرم‌های $۲۰g$ و با بارهای الکتریکی $۴\mu C$ مطابق شکل قرار دارند. هنگامی که مجموعه به تعادل برسد، فاصلهٔ قائم h بر حسب متر را به‌دست آورید؟ (از اصطکاک و آثار الکتریکی شیشه صرف‌نظر کنید. $k = ۹\times ۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}$, $g = ۱۰\frac{N}{kg}$) (آزمون‌های گاج)

۱) $۰/۲\sqrt{۲}$ ۲) $۰/۲\sqrt{۳}$

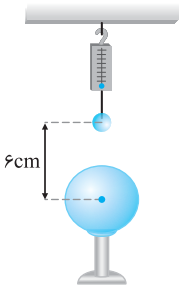
۳) $۰/۶\sqrt{۲}$ ۴) $۰/۶\sqrt{۳}$



۱۰۰. در یک لولهٔ شیشه‌ای قائم، دو گلولهٔ کوچک با بارهای هم‌نام و جرم‌های $m_۲ > m_۱$ مطابق شکل قرار دارند و به علت نیروی دافعهٔ الکتریکی مجموعه در تعادل است. اگر جای این دو گلوله را بدون این‌که بار آن‌ها تغییر کند، عوض کنیم، در حالت تعادل فاصلهٔ آن‌ها از هم h' می‌شود. کدام گزینه درست است؟ (از اثر الکتریکی شیشه و اصطکاک سطح داخلی شیشه صرف‌نظر کنید.)

۱) $h' = h$ ۲) $h' > h$

۳) $h' < h$ ۴) با توجه به نسبت بار دو کره هر سه ممکن است.

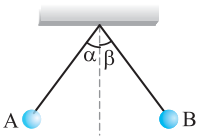


۱۰۱★. مطابق شکل، کرهٔ باردار کوچکی به جرم ۳۰۰ گرم توسط یک نخ نارسانا و نیروسنج آویزان است. درست در زیر این کره، کرهٔ دیگری قرار دارد. روی هر کره بار $q = ۱\mu C$ به طور یکنواخت پخش می‌کنیم. پس از این کار فاصلهٔ آن‌ها مطابق شکل خواهد شد. در این لحظه نیروسنج چه عددی را بر حسب نیوتون نشان می‌دهد؟ $\left(k = ۹\times ۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\ ,\ g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$

۱) ۰/۵ ۲) ۲/۵

۳) ۳ ۴) ۵/۵

ترکیب نیروی الکتریکی و آونگ ویژهٔ علاقمندان



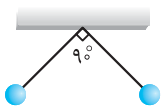
۱۰۲. در شکل روبه‌رو گلوله‌های باردار از دو نخ با طول‌های متفاوت به‌گونه‌ای آویزان هستند که گلوله‌ها در یک راستای افقی قرار گرفته و زاویهٔ انحراف آن‌ها از راستای قائم برابر α و β بوده و اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر آن‌ها F_A و F_B است. اگر $q_A > q_B$ و $m_A < m_B$ باشد، کدام رابطهٔ زیر درست است؟

۱) $\alpha = \beta\ ,\ F_A = F_B$ ۲) $\alpha > \beta\ ,\ F_A = F_B$

۳) $\alpha > \beta\ ,\ F_A > F_B$ ۴) $\alpha = \beta\ ,\ F_A < F_B$

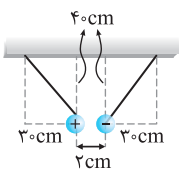
۱۰۳. دو گلولهٔ کوچک هم‌جرم دارای بار $q_۱ = q$ و دیگری دارای بار $q_۲ = ۲q$ را به انتهای دو نخ با طول‌های مساوی بسته و انتهای دیگر نخ‌ها را از یک نقطه می‌آویزیم. زاویهٔ انحراف دو گلوله از وضعیت تعادل که آن‌ها را به ترتیب α و β می‌گیریم، چه رابطه‌ای دارند؟ (kg)

۱) $\alpha = \beta$ ۲) $\beta = ۲\alpha$ ۳) $\tan\beta = ۲\tan\alpha$ ۴) $۲\alpha > \beta > \alpha$



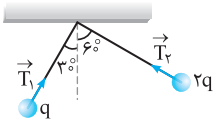
۱۰۴. مطابق شکل مقابل، دو آونگ الکتریکی مشابه با بارهای الکتریکی $q = +۲۰۰nC$ و جرم‌های برابر $۱۰g$ در حال تعادل قرار دارند. طول هر یک از آونگ‌ها چند سانتی‌متر است؟ $\left(k = ۹\times ۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\ ,\ g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$ (آزمون‌های گاج)

۱) ۳ ۲) $۳\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$



۱۰۵. مطابق شکل، دو کرهٔ کوچک فلزی یکسان که دارای بار غیر هم‌علامت هستند، توسط دو نخ خشک و بی‌وزن آویزانند و در فاصلهٔ $۲cm$ از یکدیگر به حالت تعادل درمی‌آیند. اگر اندازهٔ بار هر دو کره $۲\mu C$ باشد و این بار به‌صورت متمرکز در مرکز هندسی آن دو فرض شود، وزن هر کره چند نیوتون است؟ $\left(k = ۹\times ۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\ ,\ g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$ (آزمون‌های گاج)

۱) ۱۵ ۲) ۱۵۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۲



۱۰۶★. در شکل روبه‌رو، دو آونگ الکتریکی باردار و هم‌طول، در حالت تعادل قرار دارند. کشش نخ $T_۱$ چند برابر کشش نخ $T_۲$ است؟ (سراسری ریاضی- ۹۵)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۲

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴

هنگامی که دو کره به هم تماس داده می‌شوند بار هر کدام به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$q=\frac{q_A+q_B}{۲}=\frac{-۴+۶}{۲}=۱nC$$

به عبارت دیگر بار کرهٔ B از ۶nC به ۱nC کاهش پیدا کرده است. با یک استدلال ساده می‌توان نتیجه گرفت که الکترون‌ها از کرهٔ A به کرهٔ B رفته و باعث خنثی شدن ۵nC از بار B شدند. به عبارت دیگر مقدار بار جابه‌جا شده بین دو کره برابر ۵nC است.

$$q=ne\Rightarrow ۵\times۱۰^{-۹}=n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow n=۳/۱۲۵\times۱۰^{۱۰}$$

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، مقدار بار مجموعه قبل و بعد از تماس با هم برابر است. از طرفی چون کره‌ها مشابه هستند، بار آن‌ها بعد از تماس یکسان است. به عبارت دیگر بعد از تماس بار همهٔ کره‌ها $-۲\mu C$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$-۲+۸-۱۴+۲+q_۵=۵\times(-۲)$$

$$\Rightarrow -۶+q_۵=-۱۰\Rightarrow q_۵=-۴\mu C$$

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴

بعد از تماس، بار الکتریکی کره‌ها به نسبت شعاع‌های آن‌ها توزیع خواهد شد:

$$\frac{q_۱}{r_۱}=\frac{q_۲}{r_۲}\Rightarrow\frac{q_۱}{۲}=\frac{q_۲}{۶}\Rightarrow q_۲=۳q_۱$$

از طرفی بار الکتریکی کره‌ها قبل از تماس با هم، با بار الکتریکی آن‌ها بعد از تماس برابر است.

$$q_۱+q_۲=۱۶+(-۴)\Rightarrow q_۱+q_۲=۱۲\mu C$$

$$\xrightarrow{q_۲=۳q_۱} ۴q_۱=۱۲\Rightarrow q_۱=۳\mu C$$

روش STP: بار کل مجموعه $۱۲\mu C$ است، چون نسبت شعاع کره‌ها، ۳ به ۱ است، کل بار را بر ۴ تقسیم می‌کنیم و به نسبت ۳ به ۱ بین کره‌ها پخش می‌کنیم. به همین دلیل بار کرهٔ کوچک‌تر $۳\mu C$ و کرهٔ بزرگ‌تر $۹\mu C$ می‌شود.

۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴

از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$F=k\frac{|q_۱|\times|q_۲|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times(۱۰\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹})}{(۱۰^{-۱۰})^۲}$$

$$=۹\times۱/۶\times۱/۶\times\frac{۱۰^{-۲۸}}{۱۰^{-۲۰}}=۲۳/۰۴\times۱۰^{-۸}\simeq ۲/۳\times۱۰^{-۷}N$$

۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow ۱۸=\frac{۹\times۱۰^۹\times۵\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{r^۲}$$

$$\Rightarrow r^۲=\frac{۱۸\times۱۰^{-۲}}{۱۸}\Rightarrow r=۱۰^{-۱}m=۱۰cm$$

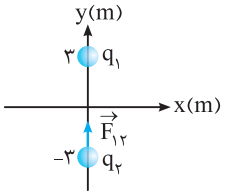
۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا بر اساس قانون کولن و این‌که یکای نیرو، نیوتون، یکای فاصله، متر و یکای بار، کولن است، می‌توانیم یکای ثابت کولن را به‌دست آوریم.

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow N\equiv k\frac{C^۲}{m^۲}\Rightarrow k\equiv\frac{N.m^۲}{C^۲}$$

از طرفی، $k=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}$ است. چون ۴π عدد و بدون یکا است، بنابراین یکای $\varepsilon_۰$ در SI، عکس یکای ثابت کولن است.

۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴



فاصلهٔ دو بار الکتریکی ۶ متر است. بنابراین نیروی الکتریکی بین این دو بار به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow F=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۹}\times۴\times۱۰^{-۹}}{۳۶}=۲\times۱۰^{-۹}N$$

با توجه به این‌که نیروی بین این دو بار جاذبه است، مطابق شکل نیروی وارد بر $q_۲$ در جهت مثبت محور y ها است.

$$\vec{F}_{۱۲}=۲\times۱۰^{-۹}\vec{j}$$

۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\xrightarrow{k=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}}F=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\times\frac{q\times۸q}{a^۲}=\frac{۲q^۲}{\pi\varepsilon_۰a^۲}$$

۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow ۰/۰۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۱|\times|۵q_۱|}{۳^۲}\Rightarrow ۰/۰۲=۱۰^۹\times۵q_۱^۲$$

$$\Rightarrow q_۱^۲=\frac{۲\times۱۰^{-۲}}{۵\times۱۰^۹}=۴\times۱۰^{-۱۲}\Rightarrow q_۱=۲\times۱۰^{-۶}C=۲\mu C$$

۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴

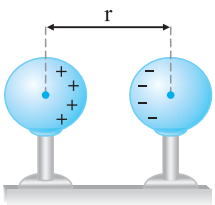
طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت یکدیگر است. بنابراین:

$$\vec{F}_{۲۱}=-\vec{F}_{۱۲}=-(۲\vec{i}-۴\vec{j})=-۲\vec{i}+۴\vec{j}$$

۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق قانون سوم نیوتون، نیروهایی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌راستا و در خلاف جهت هم است. بنابراین بار $q_۲$ نیز در همان راستای غرب ـ شرق به بار $q_۱$ نیرو وارد می‌کند و جهت آن در خلاف نیروی بار $q_۱$ به $q_۲$ یعنی در جهت غرب است.

۳۵ ۱ ۲ ۳ ۴



همان‌طور که در شکل می‌بینید. هنگامی که این دو کره در نزدیکی هم قرار می‌گیرند، به علت پدیدهٔ القای بار، فاصلهٔ مرکز مؤثر بارهای مثبت و منفی در دو کره، کوچک‌تر از r است. بنابراین نیروی الکتریکی بین این دو کره قوی‌تر از زمانی است که بارها را در مرکز دو کره فرض کنیم.

توجه در اغلب مسئله‌هایی که بار الکتریکی کرهٔ رسانا را در مرکز آن در نظر می‌گیریم، فاصلهٔ کره‌ها از هم بسیار بزرگ‌تر از شعاع کره‌ها است. در این صورت اثر القا بسیار ناچیز و قابل چشم‌پوشی است.

۳۶ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا فاصلهٔ بین دو نقطه را محاسبه می‌کنیم:

$$r=\sqrt{(y_۲-y_۱)^۲+(x_۲-x_۱)^۲}=\sqrt{(۱+۲)^۲+(۷+۲)^۲}$$

$$=\sqrt{۹+۸۱}=\sqrt{۹۰}\ cm$$

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^{-۶}}{۹۰\times۱۰^{-۴}}=۱۰N$$

۳۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} F_{AB}=k\dfrac{|q_A||q_B|}{۵^۲\times۱۰^{-۴}}=۵ \\ F_{BC}=k\dfrac{|q_C||q_B|}{۱۰^۲\times۱۰^{-۴}}=۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{AB}}{F_{BC}}=\frac{\frac{|q_A|}{۵^۲}}{\frac{|q_C|}{۱۰^۲}}=\frac{۵}{۳}\Rightarrow\left|\frac{q_A}{q_C}\right|\times\frac{۱۰۰}{۲۵}=\frac{۵}{۳}\Rightarrow\left|\frac{q_A}{q_C}\right|=\frac{۵}{۱۲}$$

۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق قانون سوم نیوتون، اندازهٔ نیرویی که گلوله‌ها به یکدیگر وارد می‌کنند یکسان است. حالا با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F=ma\Rightarrow a=\frac{F}{m}\Rightarrow\frac{a_۲}{a_۱}=\frac{\frac{F}{۲m_۱}}{\frac{F}{m_۱}}=\frac{۱}{۲}$$

۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$q'_۱=\frac{۱}{۲}q_۱\ ,\ r'=\frac{۱}{۲}r$$

$$F=\frac{kq_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{q'_۱\times q'_۲}{q_۱\times q_۲}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^۲=\frac{۱}{۲}\times(۲)^۲=۲$$

۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴

نیرو با مجذور فاصله، رابطهٔ عکس دارد:

$$F\propto\frac{۱}{r^۲}\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲\Rightarrow\frac{۲F}{F}=\left(\frac{r}{r_۲}\right)^۲\Rightarrow۲=\left(\frac{r}{r_۲}\right)^۲$$

$$\Rightarrow\sqrt{۲}=\left(\frac{r}{r_۲}\right)\Rightarrow r_۲=\frac{۱}{\sqrt{۲}}r=\frac{\sqrt{۲}}{۲}r$$

۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} F_۱=k\dfrac{|q||q|}{r^۲}=k\dfrac{q^۲}{r^۲}=۰/۰۲ \\ F_۲=k\dfrac{|q|\times(|q|+۲)}{r^۲}=۰/۰۳ \end{cases}\xrightarrow{\text{تقسیم}}\frac{\frac{kq^۲}{r^۲}}{\frac{kq(q+۲)}{r^۲}}=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow\frac{|q|}{|q|+۲}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow۳|q|=۲|q|+۴\Rightarrow|q|=۴\mu C$$

۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\xrightarrow{q_۱,q_۲\text{ثابت می‌مانند.}}\frac{F'}{F}=\left(\frac{r}{r'}\right)^۲$$

$$\xrightarrow[F=۱۰۰]{F'=۱۴۴}\frac{۱۴۴}{۱۰۰}=\left(\frac{r}{r'}\right)^۲\Rightarrow\frac{r}{r'}=\frac{۱۲}{۱۰}\Rightarrow r'=\frac{۵}{۶}r$$

۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق قانون کولن، نیرو با مجذور فاصله رابطهٔ عکس دارد:

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\left(\frac{r}{r'}\right)^۲\Rightarrow\frac{F+۱۶}{F}=\left(\frac{۳}{۱}\right)^۲$$

$$\Rightarrow\frac{F+۱۶}{F}=۹\Rightarrow F+۱۶=۹F\Rightarrow۸F=۱۶\Rightarrow F=۲N$$

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴

وقتی فاصله ۷۵ درصد کاهش داشته است، می‌توانیم فاصله را در حالت اول ۱۰۰ و در حالت دوم ۲۵ در نظر بگیریم.

$$\frac{F'}{F}=\left|\frac{q'_۱q'_۲}{q_۱q_۲}\right|\times\left(\frac{r}{r'}\right)^۲\xrightarrow[q'_۲=q_۲]{q'_۱=\frac{۱}{۲}q_۱}\frac{F'}{F}=\frac{۱}{۲}\times\left(\frac{۱۰۰}{۲۵}\right)^۲$$

$$\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{۱}{۲}\times۱۶=۸$$

۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴

فاصلهٔ اولیه را ۱۰۰ در نظر می‌گیریم و فاصلهٔ حالت دوم را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{F'}{F}=\left|\frac{q'_۱q'_۲}{q_۱q_۲}\right|\times\left(\frac{r}{r'}\right)^۲\rightarrow\frac{۱}{۱}=\frac{۰/۸۱q\times q}{q\times q}\times\left(\frac{۱۰۰}{r'}\right)^۲$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۱}=\frac{۸۱}{۱۰۰}\times\frac{۱۰۰۰۰}{r'^۲}\Rightarrow r'^۲=۸۱۰۰\Rightarrow r'=۹۰$$

$$\Delta r=۹۰-۱۰۰=-۱۰$$

چون فاصلهٔ اولیه را ۱۰۰ واحد در نظر گرفته بودیم و $\Delta r=-۱۰$ شد، بنابراین باید فاصلهٔ بین دو بردار ۱۰ درصد کاهش پیدا کند.

۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۵ درصد از بار $q_۱$ برابر $۲\mu C$ است:

$$q_۱=۸\mu C$$

$$q'_۱=۶\mu C\ ,\ q'_۲=q_۲+۲\ ,\ F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow F\propto|q_۱||q_۲|$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{q'_۱\times q'_۲}{q_۱\times q_۲}\Rightarrow\frac{۱/۵F}{F}=\frac{۶\times(q_۲+۲)}{۸\times q_۲}$$

$$\Rightarrow۱۲q_۲=۶q_۲+۱۲\Rightarrow۶q_۲=۱۲\Rightarrow q_۲=۲\mu C$$

۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$|q_۱|=|q_۲|=q\ ,\ |q'_۱|=\frac{۷۵}{۱۰۰}q=\frac{۳}{۴}q\ ,\ |q'_۲|=\frac{۱۲۵}{۱۰۰}q=\frac{۵}{۴}q$$

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{q'_۱\times q'_۲}{q_۱\times q_۲}=\frac{\frac{۳}{۴}q\times\frac{۵}{۴}q}{q\times q}=\frac{۱۵}{۱۶}$$

۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴

دقت کنید در این سؤال بارهای الکتریکی در ابتدا ناهم‌نام هستند. بنابراین وقتی $\frac{۱}{۴}$ از یکی را به دیگری اضافه کنیم، در عمل اندازه هر دو بار کاهش می‌یابد. به عنوان مثال اگر دو بار در ابتدا $۴\mu C$ و $-۴\mu C$ باشند، در صورتی‌که $۱\mu C$ از بار مثبت را به بار منفی اضافه کنیم، اندازهٔ آن‌ها $۳\mu C$ و $-۳\mu C$ خواهد شد. با این توضیح به بررسی نسبت تغییرات نیروی F می‌پردازیم:

$$\begin{cases} q_۱=+q \\ q_۲=-q \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} q'_۱=\frac{۳}{۴}q \\ q'_۲=-\frac{۳}{۴}q \end{cases}$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q'_۱||q'_۲|}{|q_۱||q_۲|}=\frac{\frac{۳}{۴}q\times\frac{۳}{۴}q}{q\times q}=\frac{۹}{۱۶}$$

۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر نصف q_1 را برداریم بار جدید آن $1\mu C$ می‌شود و اگر $1\mu C$ بار را به q_2 منتقل کنیم، به دلیل ناهم‌نام بودن، مقدار بار جدید q_2 نیز برابر $-1\mu C$ می‌شود.

$$\begin{cases} q_1 = 2\mu C \\ q_2 = -2\mu C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1' = 1\mu C \\ q_2' = -1\mu C \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q_1'| \times |q_2'|}{|q_1| \times |q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{1 \times 1}{2 \times 2} \times \left(\frac{r}{\frac{r}{2}}\right)^2 = \frac{1}{4} \times 4 = 1$$

۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر دو بار هم‌نام داشته باشیم که مجموع بار آن‌ها ثابت باشد، نیروی الکتریکی بین آن‌ها زمانی بیشینه است که اندازهٔ بار آن‌ها برابر باشد. در این تست مجموع دو بار $3q_1$ است. حال اگر هر کدام از بارها $\frac{3}{2}q_1$ باشند، نیروی الکتریکی بین آن‌ها بیشینه می‌شود.

$$q_2 \text{ درصد تغییرات} = \frac{\Delta q_2}{q_2} \times 100 = \frac{\frac{3}{2}q_1 - 2q_1}{2q_1} \times 100 = -25$$

به عبارت دیگر باید ۲۵ درصد از بار q_2 را کم کرده و همان مقدار را به q_1 اضافه کنیم تا نیروی الکتریکی آن‌ها بیشینه شود.

۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴

بعد از اتصال دو کره با هم، بار هر کدام از آن‌ها به‌صورت زیر خواهد شد:

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{+1 - 9}{2} = -4\mu C$$

حالا می‌توانیم نسبت نیروها را به‌دست آوریم:

$$\frac{F'}{F} = \left|\frac{q_1' q_2'}{q_1 q_2}\right| \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{r' = 2r} \frac{F'}{F} = \frac{4 \times 4}{1 \times 9} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴

در حالت اول بار گلوله‌ها مخالف هم می‌باشد:

$$F = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2} \Rightarrow 4 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1 q_2| \times 10^{-12}}{(0/3)^2}$$

$$\Rightarrow 4 = 10^{-1} \times |q_1 q_2| \Rightarrow |q_1 q_2| = 40$$

طبق گزینه‌ها فقط در گزینهٔ (۲) حاصل‌ضرب بارها ۴۰ می‌شود.

توجه می‌توانید بدون توجه به گزینه‌ها، معادله تشکیل داده و بارها را به‌دست آورید:

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2} \Rightarrow 3 = \frac{q_1 + q_2}{2} \Rightarrow q_1 + q_2 = 6 \quad \text{بار جدید}$$

$$q_1 q_2 = -40 \Rightarrow q^2 - 6q - 40 = 0 \Rightarrow (q - 10)(q + 4) = 0$$

$$q = +10\mu C \quad , \quad q = -4\mu C$$

۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر کره‌ها را با هم تماس دهیم، بار جدید کره‌ها از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{5 + 15}{2} = 10\mu C$$

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \text{, یکسان } r \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left|\frac{q_1' \times q_2'}{q_1 \times q_2}\right| = \frac{10 \times 10}{5 \times 15} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{4}{3}$$

F' به اندازهٔ $\frac{1}{3}$ یا تقریباً ۳۳ درصد افزایش یافته است.

۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴

در این سؤال در مورد مقدار بارها و نوع بارها و اندازهٔ کره‌ها اطلاعات داده نشده است. بنابراین ممکن است:

۱) هیچ باری بین آن‌ها جابه‌جا نشود که در این صورت نیروی بین آن‌ها تغییر نمی‌کند. $F' = F$

۲) ممکن است بار بین کره‌ها جابه‌جا شود به طوری‌که حاصل‌ضرب اندازهٔ بارها زیاد یا کم شود. بنابراین نیروی بین بارها ممکن است زیاد یا کم شود.

دو مثال عددی زیر را مشاهده کنید و فرض کنید کره‌ها هم‌اندازه هستند.

$$\begin{cases} q_1 = +4\mu C \text{ , } q_2 = +6\mu C \xrightarrow{\text{تماس}} q_1' = 5\mu C \text{ , } q_2' = 5\mu C \\ q_1 q_2 = 24 \text{ , } q_1' \times q_2' = 25 \Rightarrow F' > F \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_1 = -4\mu C \text{ , } q_2 = +6\mu C \xrightarrow{\text{تماس}} q_1' = 1\mu C \text{ , } q_2' = 1\mu C \\ q_1 q_2 = 24 \text{ , } q_1' q_2' = 1 \Rightarrow F' < F \end{cases}$$

۵۵ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به این‌که کره‌ها یکدیگر را می‌رانند، پس بار آن‌ها هم‌نام است؛ ولی اندازهٔ بارها طبق گفتهٔ سؤال یکسان نیست. وقتی آن‌ها را به هم تماس دهیم، بدون این‌که مقدار کل بار تغییر کند، اندازه بار دو کره برابر می‌شود. می‌دانیم اگر مجموع بار دو کرهٔ هم‌نام ثابت باشد، ضرب بارها زمانی بیشینه است که اندازهٔ بار آن‌ها یکسان باشد. به این ترتیب بعد از اتصال دو کره نیروی بین دو کره بیش‌تر از قبل می‌شود.

۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴

هرگاه دو کرهٔ رسانای هم‌اندازه را با هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر کدام از آن‌ها برابر میانگین بار اولیهٔ آن‌ها می‌شود. بنابراین وقتی کرهٔ خنثای C را با کرهٔ A که در ابتدا بار $\frac{3}{4}Q$ دارد، تماس می‌دهیم، بار هر کدام $\frac{3}{8}Q$ می‌شود. سپس وقتی کرهٔ C را با کرهٔ B تماس می‌دهیم، بار هر کدام به‌صورت روبه‌رو به‌دست می‌آید:

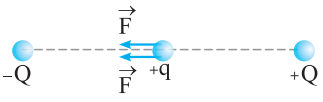
$$q_B' = \frac{\frac{3}{2}Q + \frac{3}{8}Q}{2} = \frac{15}{16}Q$$

به این ترتیب نیروی الکتریکی بین دو کرهٔ A و B بعد از این اتفاق‌ها نسبت به قبل به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q_A' q_B'}{q_A q_B} \times \left(\frac{r'}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{\frac{3}{8}Q \times \frac{15}{16}Q}{\frac{3}{4}Q \times \frac{3}{2}Q} = \frac{5}{16}$$

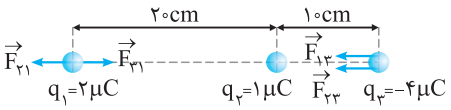
۵۷ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به این‌که فاصلهٔ $+Q$ و $-Q$ از بار q برابر d است، بنابراین دو نیروی F مطابق شکل به بار q وارد می‌شود.



با توجه به هم‌جهت بودن نیروها، برایند برابر $2F$ می‌باشد.

۵۸ ۱ ۲ ۳ ۴



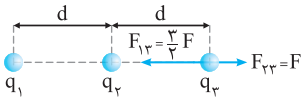
نیروهای وارد بر بارهای $q_۳$ و $q_۱$ مطابق شکل است. از آن‌جایی که نسبت نیروها خواسته شده است، لازم نیست تک‌تک نیروها را دقیق پیدا کنیم. بنابراین به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{|\Sigma\vec{F}_۳|}{|\Sigma\vec{F}_۱|}=\frac{|F_{۱۳}+F_{۲۳}|}{|F_{۲۱}-F_{۳۱}|}$$

در محاسبات نگران تبدیل یکا نباشید. فقط کافی است یکاها یکسان باشند.

$$\left|\frac{\Sigma\vec{F}_۳}{\Sigma\vec{F}_۱}\right|=\frac{\frac{k\times۲\times۴}{۹۰۰}+\frac{k\times۱\times۴}{۱۰۰}}{\left|\frac{k\times۲\times۱}{۴۰۰}-\frac{k\times۲\times۴}{۹۰۰}\right|}=\frac{\frac{۸+۳۶}{۹۰۰}}{\left|\frac{۱۸-۳۲}{۳۶۰۰}\right|}=\frac{\frac{۴۴}{۹}}{\frac{۱۴}{۳۶}}=\frac{۸۸}{۷}$$

۵۹ ۱ ۲ ۳ ۴



مطابق شکل، وقتی $F_{۲۳}=F$ به سمت راست باشد (به خاطر دافعه بودن)، برای این‌که برایند نیروهای وارد بر بار $q_۳$ به سمت چپ بیفتد، باید $F_{۱۳}=\frac{۳}{۲}F$ به سمت چپ باشد، حالا با توجه به قانون کولن می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}=\frac{|q_۲||q_۳|}{|q_۱||q_۳|}\times\left(\frac{۲d}{d}\right)^۲\Rightarrow\frac{۲}{۳}=\frac{|q_۲|}{|q_۱|}\times۴\Rightarrow\frac{|q_۱|}{|q_۲|}=۶$$

از آن‌جایی که نیروی بین $q_۱$ و $q_۳$ جاذبه است، پس $q_۱$ و $q_۳$ ناهم‌نام‌اند. از طرفی $q_۲$ و $q_۳$ یکدیگر را می‌رانند، پس $q_۲$ و $q_۳$ هم‌نام‌اند، نتیجه می‌گیریم $q_۱$ و $q_۲$ نیز ناهم‌نام‌اند. بنابراین: $\frac{q_۱}{q_۲}=-۶$

۶۰ ۱ ۲ ۳ ۴

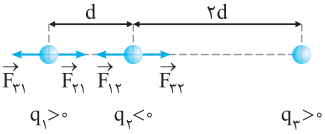
از آن‌جایی که با خنثی کردن بار $q_۳$، جهت نیرو تغییر می‌کند، مشخص است که قبل از خنثی کردن بار $q_۳$، نیروهای وارد بر بار $q_۲$ (یعنی $\vec{F}_{۳۲}$ و $\vec{F}_{۱۲}$) در خلاف جهت هم بودند. از طرفی با توجه به فرض سؤال $F_{۱۲}=۱۰N$ است. بنابراین: $|\vec{F}_T|=|\vec{F}_{۳۲}-\vec{F}_{۱۲}|\Rightarrow ۳۰=F_{۳۲}-۱۰\Rightarrow F_{۳۲}=۴۰N$

حالا می‌توانیم نسبت دو نیرو را نوشته و نسبت بارها را پیدا کنیم:

$$\frac{F_{۳۲}}{F_{۱۲}}=\frac{|q_۳||q_۲|}{|q_۱||q_۲|}\times\left(\frac{۲d}{d}\right)^۲\Rightarrow\frac{۴۰}{۱۰}=\frac{|q_۳|}{|q_۱|}\times\frac{۴}{۱}\Rightarrow\frac{|q_۳|}{|q_۱|}=۱$$

با توجه به این‌که نیروی وارد بر بار $q_۲$ از طرف $q_۱$ و $q_۳$ در خلاف هم است و $q_۲$ بین $q_۱$ و $q_۳$ قرار دارد، باید $q_۱$ و $q_۳$ هم‌نام باشند. به همین دلیل: $\frac{q_۳}{q_۱}=۱$

۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴



نیروهای وارد بر بارهای $q_۲$ و $q_۱$ مطابق شکل است. با توجه به هم‌اندازه بودن بارهای $q_۱$ و $q_۲$ و این‌که $q_۲$ به $q_۳$ نزدیک‌تر است، قطعاً $|\vec{F}_{۳۲}|>|\vec{F}_{۳۱}|$ است. از طرفی طبق قانون سوم نیوتون $|\vec{F}_{۱۲}|=|\vec{F}_{۲۱}|$ است.

حال با توجه به هم‌اندازه بودن برایند نیروهای وارد بر $q_۱$ و $q_۲$ می‌توان نوشت:

$$F_{۳۲}-F_{۱۲}=F_{۲۱}-F_{۳۱}\Rightarrow F_{۳۲}+F_{۳۱}=۲F_{۱۲}$$

$$\Rightarrow\frac{k|q_۳||q_۲|}{۴d^۲}+\frac{k|q_۳||q_۱|}{۹d^۲}=۲\times\frac{k|q_۱||q_۲|}{d^۲}$$

دقت کنید $|q_۳|$ و $|q_۱|$ مثبت هستند و قدرمطلق نمی‌خواهند. $\xrightarrow{|q_۲|=|q_۱|\text{ و ساده کردن دو طرف}}$

$$\frac{q_۳}{۴}+\frac{q_۳}{۹}=\frac{۲q_۱}{۱}\Rightarrow\frac{۱۳q_۳}{۳۶}=\frac{۲q_۱}{۱}\Rightarrow\frac{q_۳}{q_۱}=\frac{۷۲}{۱۳}$$

۶۲ ۱ ۲ ۳ ۴

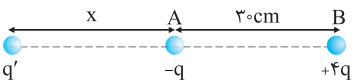
با توجه به این‌که $\frac{q_۳}{q_۲}$ مورد سؤال است، تعادل بار $q_۱$ را بررسی کنید. $q_۱$ خارج فاصلهٔ $q_۲$ و $q_۳$ است. بنابراین $q_۲$ و $q_۳$ ناهم‌نام هستند. (گزینه‌های (۱) و (۳))

$$F_{۲۱}=F_{۳۱}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۱|}{۲۰^۲}=k\frac{|q_۳||q_۱|}{۳۰^۲}\Rightarrow\frac{|q_۲|}{۲۰^۲}=\frac{|q_۳|}{۳۰^۲}$$

$$\Rightarrow\left|\frac{q_۳}{q_۲}\right|=\left(\frac{۳۰}{۲۰}\right)^۲=\frac{۹}{۴}\ ,\ \text{ناهم‌نام}\Rightarrow\frac{q_۳}{q_۲}=-\frac{۹}{۴}$$

۶۳ ۱ ۲ ۳ ۴

دو بار، ناهم‌نام هستند. بنابراین بار سوم را باید خارج دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار دهیم:



$$F_A=F_B\Rightarrow k\frac{|q_A||q'|}{x^۲}=k\frac{|q_B||q'|}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow\frac{|q_A|}{x^۲}=\frac{q_B}{(۳۰+x)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{q}{x^۲}=\frac{۴q}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{x}=\frac{۲}{۳۰+x}\Rightarrow ۲x=۳۰+x$$

$$\Rightarrow x=۳۰cm$$

بنابراین طبق شکل بالا باید q' را در فاصلهٔ ۶۰ سانتی‌متری Q قرار دهیم.

۶۴ ۱ ۲ ۳ ۴

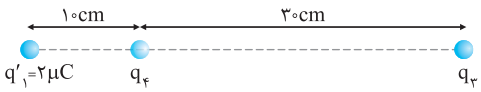
برای این‌که برایند نیروهای وارد بر بار $۴q$ صفر شود، باید دو نیروی وارد بر بار، برابر و در خلاف جهت هم باشند.

$$F_۱=F_۲\Rightarrow k\frac{|q|\times|۴q|}{(۲d)^۲}=k\times\frac{|Q|\times|۴q|}{d^۲}\Rightarrow\frac{q}{۴d^۲}=\frac{Q}{d^۲}$$

$$\Rightarrow Q=\frac{۱}{۴}q$$

۶۵ ۱ ۲ ۳ ۴

بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌نام هستند. بنابراین اثر آن‌ها روی $q_۴$ را می‌توان با بار $۲\mu C$ در محل $q_۱$ جایگزین کرد:



طبق شکل بالا بار $q_۴$ بین $q_۱$ و $q_۳$ قرار دارد. بنابراین $q_۳$ با $q_۱$ هم‌نام است یعنی $q_۳$ مثبت می‌شود.

$$F_{۱۴}=F_{۳۴}\Rightarrow\frac{k|q'_۱||q_۴|}{۱۰^۲}=\frac{k|q_۳||q_۴|}{۳۰^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{۱۰^۲}=\frac{q_۳}{۳۰^۲}\Rightarrow q_۳=۱۸\mu C$$

۶۶ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا فرض کنید $q_۲$ در حالت تعادل است:

$$F_{۱۲}=F_{۳۲}\Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۲|}{x^۲}=k\frac{|q_۳||q_۲|}{(d-x)^۲}\Rightarrow\frac{|q_۱|}{x^۲}=\frac{|q_۳|}{(d-x)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{x^۲}=\frac{۸}{(d-x)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{x^۲}=\frac{۴}{(d-x)^۲}\Rightarrow ۲x=d-x\Rightarrow ۳x=d$$

حال فرض کنید $q_۳$ در حالت تعادل است. $q_۳$ خارج فاصلهٔ $q_۱$ و $q_۲$ است. بنابراین $q_۱$ و $q_۲$ ناهم‌نام هستند. $q_۱$ مثبت است، بنابراین $q_۲$ منفی است. (گزینه‌های (۱) و (۳))

$$F_{۱۳}=F_{۲۳}\Rightarrow k\frac{|q_۱q_۳|}{d^۲}=k\frac{|q_۲q_۳|}{(d-x)^۲}\Rightarrow\frac{|q_۱|}{d^۲}=\frac{|q_۲|}{(d-x)^۲}$$

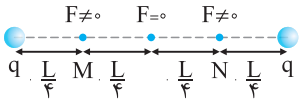
$$\Rightarrow\frac{۲}{(۳x)^۲}=\frac{|q_۲|}{(۲x)^۲}\Rightarrow\frac{۲}{۹x^۲}=\frac{|q_۲|}{۴x^۲}\Rightarrow|q_۲|=\frac{۸}{۹}\Rightarrow q_۲=-\frac{۸}{۹}\mu C$$

۶۷ ۱ ۲ ۳ ۴

علامت و مقدار بار در حالت تعادل تأثیری ندارد. بنابراین هر مقدار باری را می‌توان در نقطهٔ M قرار داد.

۶۸ ۱ ۲ ۳ ۴

در این‌گونه سؤال‌ها ابتدا باید نقاط خاص را پیدا کنیم. با توجه به هم‌نام و هم‌اندازه بودن بارها، اگر بار سوم درست در وسط این دو بار قرار بگیرد، برایند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین اگر در شکل زیر بار سوم را از M تا N جابه‌جا کنیم، نیروی وارد بر آن ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.



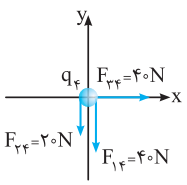
۶۹ ۱ ۲ ۳ ۴

با کمی دقت متوجه می‌شویم که فاصلهٔ هر سه بار تا بار $q_۴$ به یک اندازه است. بنابراین اندازهٔ نیروها با اندازهٔ بارها رابطهٔ مستقیم دارد. پس فقط کافی است یکی از نیروها را به‌دست آوریم.

$$F_{۳۴}=F_{۱۴}=k\frac{|q_۱||q_۴|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{(۳\times۱۰^{-۲})^۲}=۴۰N$$

$$F_{۲۴}=\frac{۱}{۲}F_{۳۴}=۲۰N$$

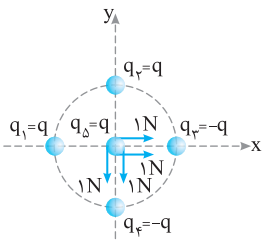
با توجه به جهت نیروهای وارد بر بار $q_۴$ که آن را در مبدأ مختصات قرار داده‌ایم، نیروی خالص وارد بر این بار به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



$$\vec{F}=۴۰\vec{i}-۶۰\vec{j}$$

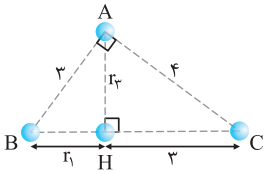
۷۰ ۱ ۲ ۳ ۴

از آن‌جایی که فاصلهٔ تمام بارها تا بار $q_۵$ به اندازهٔ شعاع دایره است و از طرفی اندازهٔ تمام بارها یکسان است، پس همگی به بار $q_۵$ نیروی یک نیوتون وارد می‌کنند. جهت این نیروها با توجه به علامت بارها روی شکل کشیده شده است. بر اساس این شکل، نیروی خالص وارد بر بار $q_۵$ به‌صورت روبه‌رو به‌دست می‌آید:



$$\vec{F}=۲\vec{i}-۲\vec{j}$$

۷۱ ۱ ۲ ۳ ۴



ابتدا باید فاصلهٔ بارها را تا $q_۴$ پیدا کنیم. در مثلث ABC می‌توان نوشت:

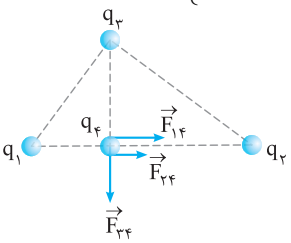
$$(۳+r_۱)^۲=۳^۲+۴^۲\Rightarrow r_۱=۲cm$$

در مثلث ABH می‌توان نوشت:

$$۳^۲=r_۱^۲+r_۳^۲\Rightarrow ۹=۴+r_۳^۲\Rightarrow r_۳=\sqrt{۵}cm$$

حالا می‌توانیم نیروهای وارد بر $q_۴$ را جداگانه پیدا کنیم:

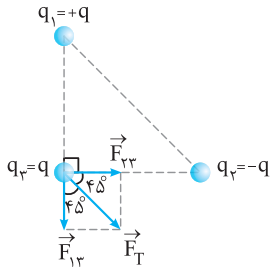
$$F=k\frac{|q||q_۴|}{r^۲}\Rightarrow\begin{cases}F_{۱۴}=\dfrac{۹\times۱۰^۹\times۴\times۱۰^{-۱۰}\times۱\times۱۰^{-۱۰}}{۴\times۱۰^{-۴}}=۹\times۱۰^{-۷}N\\ F_{۲۴}=\dfrac{۹\times۱۰^۹\times۶\times۱۰^{-۱۰}\times۱\times۱۰^{-۱۰}}{۹\times۱۰^{-۴}}=۶\times۱۰^{-۷}N\\ F_{۳۴}=\dfrac{۹\times۱۰^۹\times۵\times۱۰^{-۱۰}\times۱\times۱۰^{-۱۰}}{۵\times۱۰^{-۴}}=۹\times۱۰^{-۷}N\end{cases}$$



با توجه به علامت بارها، جهت این نیروها مطابق شکل مقابل است. اگر $q_۴$ را در مبدأ مختصات در نظر بگیریم، نیروی خالص وارد بر آن به‌صورت زیر می‌شود:

$$\vec{F}=(F_{۱۴}+F_{۲۴})\vec{i}-F_{۳۴}\vec{j}\Rightarrow\vec{F}=۱۰^{-۷}(۱۵\vec{i}-۹\vec{j})$$

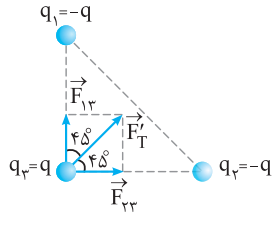
۷۲ ۱ ۲ ۳ ۴



شکل (۱)

مطابق شکل (۱)، چون هر دو بار $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ یکسانی از بار $q_۳$ قرار داشته و اندازهٔ بار آن‌ها نیز یکسان است، بنابراین هر کدام نیروی $\vec{F}$ به بار $q_۳$ وارد می‌کنند. البته $q_۱$، $q_۳$ و $q_۲$ را دفع و $q_۳$ را جذب می‌کند.

$$F_T=\sqrt{F^۲+F^۲}=\sqrt{۲}F$$



شکل (۲)

حال اگر مطابق شکل (۲)، $q_۱$ قرینه شود، فقط جهت نیروی $\vec{F}_{۱۳}$ قرینه می‌شود. همان‌طور که در شکل می‌بینید، باز هم زاویهٔ نیروهایی که $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ به $q_۳$ وارد می‌کنند، ۹۰° بوده و نیروی کل در این حالت نیز مانند قبل $\sqrt{۲}F$ خواهد شد.

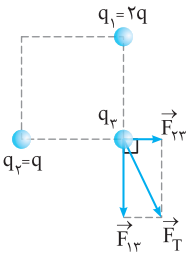
$$F'_T=\sqrt{F^۲+F^۲}=\sqrt{۲}F\Rightarrow F'_T=F_T$$

۷۳ ۱ ۲ ۳ ۴

فاصلهٔ بارهای q_1 و q_2 تا بار q_3 یکسان است. با توجه به قانون کولن می‌توان نوشت:

$$\frac{F_{13}}{F_{23}}=\frac{|q_1||q_3|}{|q_2||q_3|}\times\left(\frac{r}{r}\right)^2\Rightarrow\frac{F_{13}}{F}=\frac{2q}{q}\Rightarrow F_{13}=2F$$

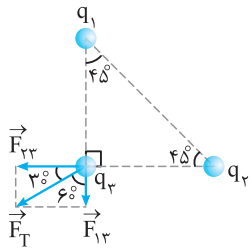
$\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$ بر هم عمودند. برای مثال اگر q_3 هم‌نام با آن‌ها فرض شود، نیروها مطابق شکل زیر خواهند شد، بنابراین برایند آن‌ها به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



$$F_T=\sqrt{F^2+(2F)^2}=F\sqrt{1+2^2}=F\sqrt{5}$$

۷۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$\vec{F}_T$، برایند دو نیروی $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$ نشان داده شده در شکل است. از آن‌جایی که بارهای q_1 و q_2، هر دو q_3 را دفع کرده‌اند، پس q_1 و q_2 هم‌نام‌اند.

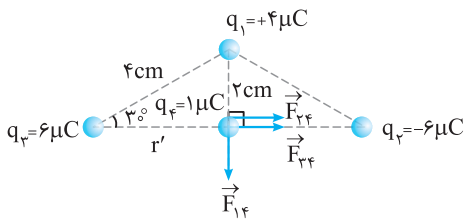


با توجه به برابر بودن دو زاویهٔ ۴۵° در شکل، این مثلث متساوی‌الساقین بوده و فاصلهٔ q_1 و q_2 تا q_3 یکسان است. از طرفی $\vec{F}_T$ با $\vec{F}_{23}$ زاویهٔ کوچک‌تری ساخته و در نتیجه $F_{23}>F_{13}$ و بنابراین $|q_2|>|q_1|$ است.

۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول: در شکل زیر، با توجه به این‌که ضلع روبه‌روی زاویهٔ ۳۰° در مثلث قائم‌الزاویه نصف وتر است، فاصلهٔ q_1 تا q_4 برابر ۲cm خواهد شد. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه می‌توان نوشت:

$$4^2=r'^2+2^2\Rightarrow r'^2=16-4=12\Rightarrow r'=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,cm$$



حالا می‌توانیم نیروها را به‌دست آوریم:

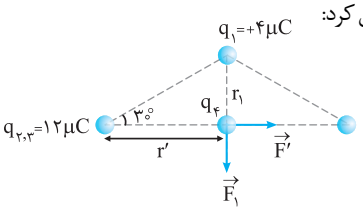
$$F_{24}=F_{34}=k\frac{|q_3||q_4|}{r'^2}=9\times10^9\times\frac{6\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(2\sqrt{3}\times10^{-2})^2}=45N$$

$$F_{14}=k\frac{|q_1||q_4|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(2\times10^{-2})^2}=90N$$

با توجه به شکل، نیروی خالص وارد بر بار q_4 به‌صورت زیر خواهد شد:

$$|F|=\sqrt{90^2+90^2}=90\sqrt{1+1}=90\sqrt{2}\,N$$

روش دوم: بارهای q_2 و q_3 ناهم‌نام هستند و فاصلهٔ آن‌ها از نقطهٔ O برابر می‌باشد، بنابراین می‌توان این دو بار را با بار $+12\mu C$ در محل q_3 یا بار $-12\mu C$ در محل q_2 جایگزین کرد:

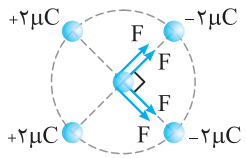


$$\begin{cases}\cos30^\circ=\dfrac{r'}{4}\Rightarrow r'=2\sqrt{3}\,cm\\ \sin30^\circ=\dfrac{r_1}{4}\Rightarrow r_1=2cm\end{cases}$$

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}F'=9\times10^9\times\dfrac{12\times1\times10^{-12}}{(2\sqrt{3})^2\times10^{-4}}=90N\\ F_1=9\times10^9\times\dfrac{4\times1\times10^{-12}}{2^2\times10^{-4}}=90N\end{cases}$$

$$F_T=2F_1\cos\left(\frac{90^\circ}{2}\right)=2\times90\times\frac{\sqrt{2}}{2}=90\sqrt{2}\,N$$

۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴



فقط نیروی حاصل از چهار بار نشان داده‌شده در شکل باقی می‌ماند و بقیهٔ نیروها دوبه‌دو خنثی می‌شوند. زیرا برای بقیهٔ بارها، یک بار مشابه در روبه‌رو قرار دارد و برایند نیروهای آن‌ها بر بار مرکز صفر می‌شود.

اگر اندازهٔ نیروی هر یک از بارها را بر بار مرکزی، F بنامیم. در نهایت دو نیروی 2F داریم که بر هم عمودند.

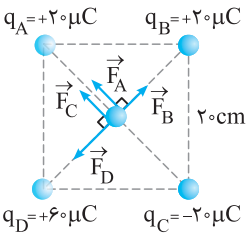
$$F_T=\sqrt{(2F)^2+(2F)^2}=2F\sqrt{1+1}=2\sqrt{2}F$$

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times60\times10^{-6}}{(0/3)^2}=12N$$

$$\Rightarrow F_T=24\sqrt{2}\,N$$

۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول: با توجه به این‌که فاصلهٔ هر چهار بار تا وسط مربع به یک اندازه است، نیروی الکتریکی هر بار به بار وسط با اندازهٔ آن بارها رابطهٔ مستقیم دارد. به همین علت فقط کافی است یک نیرو را حساب کنیم.



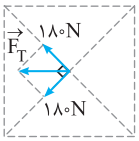
$$\text{نصف قطر مربع}=\text{فاصلهٔ هر بار تا وسط مربع}=\frac{1}{2}a\sqrt{2}=10\sqrt{2}\,cm$$

$$F_C=F_A=F_B=k\frac{|q_B||q|}{r^2}$$

$$=9\times10^9\times\frac{20\times10^{-6}\times10\times10^{-6}}{(10\sqrt{2}\times10^{-2})^2}=90N$$

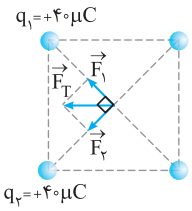
$$F_D=3F_B\Rightarrow F_D=270N$$

با توجه به جهت نیروها در شکل اول، اگر در هر قطر برایند نیروها را به‌دست آوریم، دو نیروی ۱۸۰N می‌ماند که بر هم عمودند، بنابراین نیروی خالص وارد بر بار مرکزی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



$$F_T=\sqrt{(۱۸۰)^۲+(۱۸۰)^۲}=۱۸۰\sqrt{۱+۱}=۱۸۰\sqrt{۲}\,N$$

روش دوم: جهت سادگی به جای q_A و q_C باری به اندازهٔ $+۴۰\mu C$ در محل A قرار می‌دهیم و به جای q_B و q_D بار $+۴۰\mu C$ را در محل D قرار می‌دهیم:



$$F_۱=F_۲\Rightarrow F_T=۲F_۱\cos(\frac{۹۰^\circ}{۲})=\sqrt{۲}F_۱$$

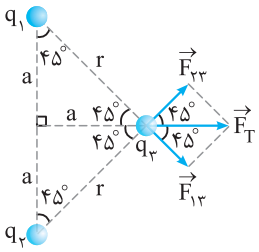
$$F_۱=\frac{kq_۱q}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴۰\times۱۰^{-۶}\times۱۰\times۱۰^{-۶}}{(\frac{۲۰\sqrt{۲}}{۲})^۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۹\times۴\times۱۰^{-۱}}{۲۰۰\times۱۰^{-۴}}$$

$$=۱۸۰N\Rightarrow F_T=۱۸۰\sqrt{۲}\,N$$

اگر هر ضلع مربع a باشد، قطر $a\sqrt{۲}$ می‌شود و نصف قطر $\frac{a\sqrt{۲}}{۲}$ می‌شود.

۷۸ ۱ ۲ ۳ ۴

فاصلهٔ هر کدام از بارها تا بار $q_۳$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



$$r=\sqrt{a^۲+a^۲}=a\sqrt{۱+۱}=a\sqrt{۲}$$

نیرویی که هر کدام از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ به $q_۳$ وارد می‌کنند، هم‌اندازه است.

$$F_{۱۳}=F_{۲۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r^۲}=\frac{kq^۲}{(a\sqrt{۲})^۲}=\frac{kq^۲}{۲a^۲}$$

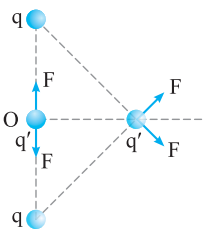
با توجه به شکل، $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ بر هم عمودند. بنابراین نیروی خالص وارد بر $q_۳$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F_T=\sqrt{F_{۱۳}^۲+F_{۲۳}^۲}\xrightarrow{F_{۱۳}=F_{۲۳}}F_T=F_{۱۳}\sqrt{۱+۱}=F_{۱۳}\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow F_T=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\frac{kq^۲}{a^۲}\xrightarrow{k=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}}F_T=\frac{\sqrt{۲}}{۸\pi\varepsilon_۰}\frac{q^۲}{a^۲}$$

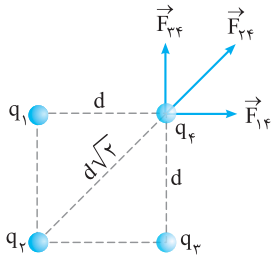
۷۹ ۱ ۲ ۳ ۴

مطابق شکل، در نقطهٔ O، به بار q' دو نیروی هم‌اندازه و خلاف جهت هم وارد می‌شود، به همین دلیل نیروی خالص وارد بر بار q' در این نقطه صفر است. با حرکت دادن بار q'، دیگر دو نیروی هم‌اندازه دقیقاً در خلاف هم نیستند و یکدیگر را خنثی نمی‌کنند. به همین علت نیروی خالص وارد بر q' غیر صفر شده و به عبارت دیگر نسبت به حالت اول افزایش می‌یابد. اگر بار q' به بی‌نهایت برود، به علت این‌که نیروی الکتریکی با $r^۲$ رابطهٔ عکس دارد، دیگر هیچ‌کدام از بارها به q' نیرویی وارد نمی‌کنند و باز هم نیروی وارد بر بار q' صفر می‌شود. بنابراین از O تا بی‌نهایت، نیروی خالص وارد بر q' ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.



۸۰ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا نیروهای وارد بر $q_۴$ را رسم کنید:

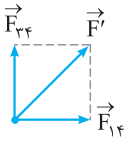


$$F_{۱۴}=F_{۳۴}=k\frac{qq}{d^۲}=\frac{kq^۲}{d^۲}$$

$$F_{۲۴}=\frac{kqq}{(d\sqrt{۲})^۲}=\frac{۱}{۲}\frac{kq^۲}{d^۲}$$

برایند $\vec{F}_{۱۴}$ و $\vec{F}_{۳۴}$ را برابر F' در نظر می‌گیریم:

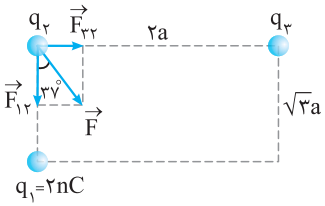
$$F'=\sqrt{F_{۱۴}^۲+F_{۳۴}^۲}\xrightarrow{F_{۱۴}=F_{۳۴}}F'=F_{۱۴}\sqrt{۱+۱}=F_{۱۴}\sqrt{۲}$$



$$\Rightarrow F_T=F'+F_{۲۴}=\sqrt{۲}\times\frac{kq^۲}{d^۲}+\frac{۱}{۲}\frac{kq^۲}{d^۲}=\frac{kq^۲}{۲d^۲}(۲\sqrt{۲}+۱)$$

۸۱ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر نیروهای $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۳۲}$ مطابق شکل باشند، برایند آن‌ها خواهد شد. با توجه به مثلث به‌وجود آمده در این شکل می‌توان نوشت:



$$\tan۳۷^\circ=\frac{\text{ضلع روبه‌رو به }۳۷^\circ}{\text{ضلع مجاور به }۳۷^\circ}=\frac{F_{۳۲}}{F_{۱۲}}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{F_{۳۲}}{F_{۱۲}}$$

حالا با استفاده از قانون کولن می‌توان نوشت:

$$\frac{F_{۳۲}}{F_{۱۲}}=\frac{|q_۳||q_۲|}{|q_۱||q_۲|}\times(\frac{r_{۱۲}}{r_{۳۲}})^۲\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{|q_۳|}{۲}\times(\frac{\sqrt{۳}a}{۲a})^۲$$

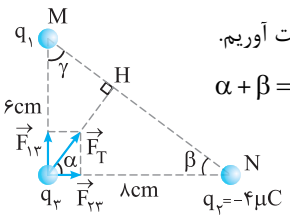
$$\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{|q_۳|}{۲}\times\frac{۳}{۴}\Rightarrow|q_۳|=۲nC$$

$$\xrightarrow[\text{هم‌نام باشند.}]{\text{با توجه به شکل و جهت نیروها باید }q_۱\text{ و }q_۳}q_۳=۲nC$$

۸۲ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا باید ارتباطی بین $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ به‌دست آوریم.

با توجه به شکل مقابل، از آن‌جایی که $\alpha+\beta=۹۰^\circ$ و $\gamma+\beta=۹۰^\circ$ هستند، $\alpha=\gamma$ است.



$$\frac{F_{۱۳}}{F_{۲۳}}=\tan\alpha=\tan\gamma\frac{\text{ضلع روبه‌رو به زاویهٔ }\gamma}{\text{ضلع مجاور به زاویهٔ }\gamma}=\frac{۸}{۶}=\frac{۴}{۳}$$

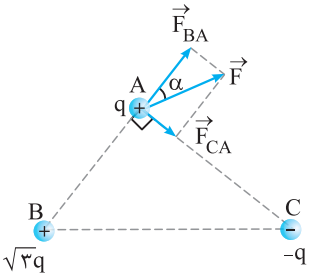
از طرفی:

$$\frac{F_{۱۳}}{F_{۲۳}}=\frac{|q_۱||q_۳|}{|q_۲||q_۳|}\times(\frac{r_{۲۳}}{r_{۱۳}})^۲\Rightarrow\frac{۴}{۳}=\frac{|q_۱|}{۴}\times(\frac{۸}{۶})^۲$$

$$\Rightarrow|q_۱|=۳\mu C$$

با توجه به شکل، $q_۱$ نیز باید منفی باشد، بنابراین $q_۱=-۳\mu C$ است.

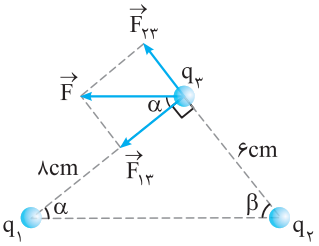
۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴



$$\tan\alpha=\frac{F_{CA}}{F_{BA}}=\frac{\frac{kq_Aq_C}{r^۲}}{k\frac{q_Aq_B}{r^۲}}=\frac{q_C}{q_B}=\frac{q}{\sqrt{۳}q}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}\Rightarrow\alpha=۳۰^\circ$$

۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴

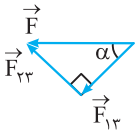
ابتدا $\vec{F}$ را به دو راستای اضلاع مثلث تجزیه کنید:



در مثلث بزرگ می‌توان نوشت:

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{۶}{۸}$$

در مثلث روبه‌رو می‌توان نوشت:



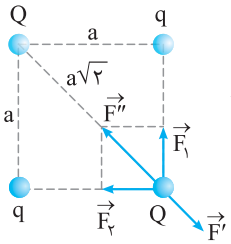
$$\tan\alpha=\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}\Rightarrow\frac{۶}{۸}=\frac{\frac{k|q_۲||q_۳|}{۶^۲}}{\frac{k|q_۱||q_۳|}{۸^۲}}\Rightarrow\frac{۶}{۸}=\frac{|q_۲|\times۸^۲}{|q_۱|\times۶^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۶}{۸}=\frac{|q_۲|\times۶۴}{۴\times۳۶}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=|q_۲|\times\frac{۴}{۹}\Rightarrow|q_۲|=\frac{۳\times۹}{۴\times۴}=\frac{۲۷}{۱۶}\mu C$$

با توجه به جهت نیروی $\vec{F}_{۲۳}$، بار $q_۲$ مثبت است.

۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴

بارهای Q یکدیگر را دفع می‌کنند، بنابراین بار q باید بار Q را جذب کند تا بار Q در تعادل قرار گیرد، یعنی علامت Q و q مخالف هم هستند (گزینه‌های (۳) و (۴)).



$F_۱=F_۲=F$ است و اگر برایند آن‌ها را F'' بنامیم و نیرویی را که بارهای Q به یکدیگر وارد می‌کنند F' بنامیم، آن‌گاه برای تعادل بار Q باید رابطهٔ $F''=F'$ برقرار باشد:

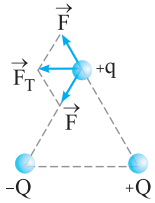
$$F''=\sqrt{F^۲+F^۲}=F\sqrt{۲}$$

$$F''=F'\Rightarrow\sqrt{۲}\times k\frac{|q||Q|}{a^۲}=k\frac{|Q||Q|}{(a\sqrt{۲})^۲}\Rightarrow\sqrt{۲}\frac{|q|}{a^۲}=\frac{|Q|}{۲a^۲}$$

$$\Rightarrow\left|\frac{Q}{q}\right|=۲\sqrt{۲}\xrightarrow{\text{با توجه به ناهم‌نام بودن Q و q}}\frac{Q}{q}=-۲\sqrt{۲}$$

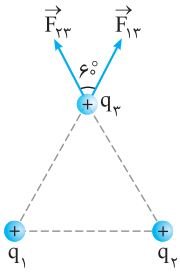
۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به ربایشی و رانشی بودن، نیروها را رسم می‌کنیم و برایند به‌صورت مقابل به‌دست می‌آید:



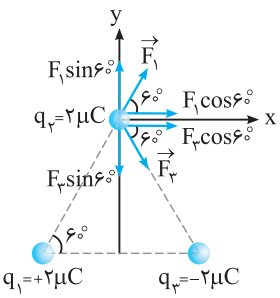
۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$F_{۱۳}=F_{۲۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۳\times۱۰\times۱۰^{-۱۲}}{(۳۰)^۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۲۷\times۱۰^{-۲}}{۹\times۱۰^{-۲}}=۳N$$



$$F_T=۲F\cos\frac{\theta}{۲}=۲\times۳\times\cos۳۰^\circ=۳\sqrt{۳}N$$

۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴



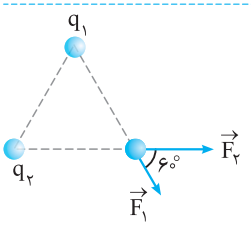
نیروهای وارد بر بار $q_۲$ مطابق شکل است. چون فاصلهٔ بارهای $q_۱$ و $q_۳$ تا $q_۲$ یکسان و اندازهٔ بارها نیز یکسان است، به همین علت اندازهٔ نیروها نیز یکسان است. بنابراین $F_۱\sin۶۰^\circ$ و $F_۳\sin۶۰^\circ$ یکدیگر را از بین می‌برند. با توجه به نیروهای باقی‌مانده، نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F_۱=F_۳=k\frac{|q_۳||q_۲|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}}=۱۰N$$

$$F_T=(۲\times F_۱\cos۶۰^\circ)\vec{i}\Rightarrow F_T=۱۰\vec{i}$$

۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا نیروهای وارد بر q را رسم می‌کنیم:



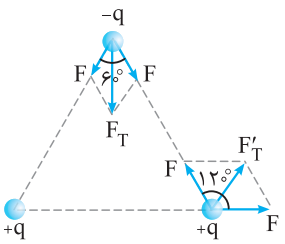
$$\begin{cases}F_۲=\dfrac{kq_۲q}{r^۲}\\ F_۱=\dfrac{kq_۱q}{r^۲}\end{cases}\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{q_۲}{q_۱}\Rightarrow\frac{۵}{F_۱}=\frac{۵}{۳}\Rightarrow F_۱=۳N$$

$$F_T=\sqrt{F_۱^۲+F_۲^۲+۲F_۱F_۲\cos۶۰^\circ}=\sqrt{۳^۲+۵^۲+۲\times۳\times۵\times\frac{۱}{۲}}$$

$$=\sqrt{۹+۲۵+۱۵}\Rightarrow F_T=\sqrt{۴۹}=۷N$$

۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به یکسان بودن بارها و فاصله‌ها، نیروهای وارد بر هر یک از بارها از طرف هر کدام از بارهای دیگر برابر می‌باشند، ولی زاویهٔ بین بارها طبق شکل روبه‌رو برابر نیستند:

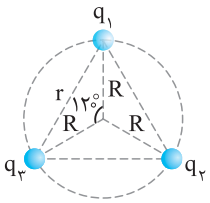


$$\begin{cases} F_T = 2F\cos(\frac{60^\circ}{2}) \\ F'_T = 2F\cos(\frac{120^\circ}{2}) \end{cases} \Rightarrow \frac{F_T}{F'_T} = \frac{\cos 30^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

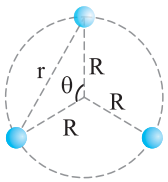
۹۱ ۱ ۲ ۳ ۴

در حالت کلی اگر بخواهیم فاصلهٔ نقاط روی محیط دایره را از روی شعاع دایره به‌دست آوریم، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$r = 2R\sin\frac{\theta}{2}$$



در این سؤال $R = 2cm$ و $\theta = 120^\circ$ است. بنابراین:

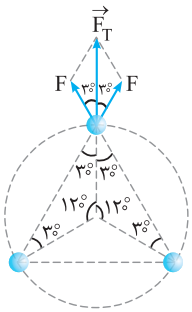


$$r = 2\times 2\times \sin 60^\circ \xrightarrow{\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}} r = 2\sqrt{3}\,cm$$

حالا می‌توانیم اندازهٔ نیرویی که هر یک از بارها به بار مجاور وارد می‌کند، به‌دست آوریم:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 9\times 10^9 \times \frac{4\times 10^{-6}\times 4\times 10^{-6}}{(2\sqrt{3}\times 10^{-2})^2} = 120N$$

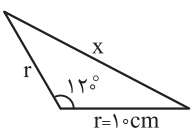
مطابق شکل، نیروهای وارد بر یکی از بارها از طرف دو بار دیگر هم‌اندازه است و با هم زاویهٔ 60° می‌سازند. بنابراین برایند آن‌ها به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



$$F_T = 2F\cos 30^\circ = 2\times 120\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 120\sqrt{3}N$$

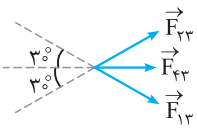
۹۲ ۱ ۲ ۳ ۴

فاصلهٔ بارهای q_1 و q_2 از بار q_3 طبق رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$x = 2r\sin\frac{\theta}{2} = 2\times 10\times\sin 60^\circ = 10\sqrt{3}\,cm$$

اگر برایند F_{13} و F_{23} را برابر F' در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



$$F' = 2F_{13}\cos(\frac{\theta}{2}) = 2\times F_{13}\cos 30^\circ = \sqrt{3}F_{13}$$

$$F' = \sqrt{3}\times\frac{k|q_1||q_3|}{x^2} = \sqrt{3}\times\frac{9\times 10^9\times 2\sqrt{3}\times 3\times 10^{-12}}{(10\sqrt{3})^2\times 10^{-4}}$$

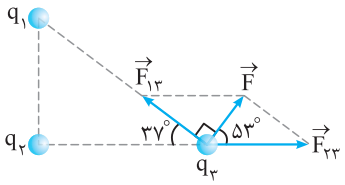
$$= \frac{9\times 2\times 3\times 3\times 10^9\times 10^{-12}}{300\times 10^{-4}} = 54\times 10^{-1} = 5/4N$$

$$F_T = F' + F_{43} \Rightarrow 8/1 = 5/4 + F_{43} \Rightarrow F_{43} = 2/7N$$

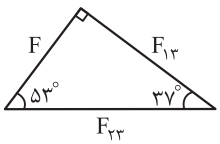
$$F_{43} = \frac{k|q_4||q_3|}{r^2} \Rightarrow 2/7 = \frac{9\times 10^9\times q_4\times 3\times 10^{-6}}{(0/1)^2}$$

$$\Rightarrow 2/7 = 27\times 10^5\times q_4 \Rightarrow q_4 = 10^{-6}C = 1\mu C$$

۹۳ ۱ ۲ ۳ ۴



مطابق شکل، $\vec{F}$ باید وتر یک متوازی‌الاضلاع باشد که اضلاع آن $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$ هستند. با توجه به مثلث قائم‌الزاویهٔ ایجادشده در پایین شکل سمت راست، که شکل آن برای درک بهتر دوباره رسم شده است، می‌توانیم نسبت نیروها را به‌دست آوریم:



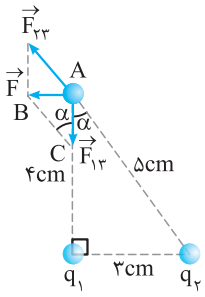
$$\sin 53^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو به زاویهٔ } 53^\circ}{\text{وتر}} \Rightarrow 0/8 = \frac{F_{13}}{F_{23}}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

۹۴ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا نیروی F را تجزیه می‌کنیم:

در مثلث ABC رابطهٔ بین F_{13} و F_{23} را مشخص می‌کنیم.



$$\cos\alpha = \frac{F_{13}}{F_{23}} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{\frac{k|q_1||q_3|}{4^2}}{\frac{k|q_2||q_3|}{5^2}} \Rightarrow \frac{4}{5} = \left|\frac{q_1}{q_2}\right|\times\frac{25}{16}$$

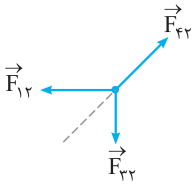
$$\Rightarrow \left|\frac{q_1}{q_2}\right| = \frac{4\times 16}{5\times 25} = \frac{64}{125}$$

طبق شکل، q_1، q_3 را جذب کرده و q_2، q_3 را دفع کرده است. بنابراین q_1 و q_2 ناهم‌نام هستند.

$$\frac{q_1}{q_2} = -\frac{64}{125}$$

۹۵ ۴ ۳ ۲ ۱

ابتدا نیروهای وارد بر q_2 را رسم می‌کنیم:

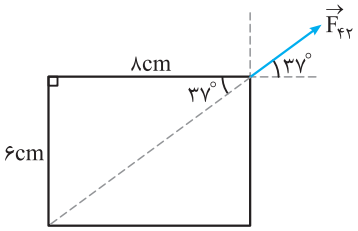


$$F = k\frac{q_1q_2}{r^2} \Rightarrow F_{12} = 9\times10^9 \times \frac{8\times8\times10^{-12}}{8^2\times10^{-4}} = 9\times10 = 90N$$

$$F_{32} = 9\times10^9 \times \frac{3\times8\times10^{-12}}{6^2\times10^{-4}} = 60N$$

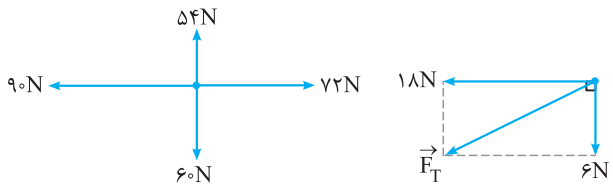
$$F_{42} = 9\times10^9 \times \frac{12/5\times8\times10^{-12}}{(0/1)^2} = 90N$$

$\vec{F}_{42}$ را تجزیه کنید:



$$F_x = F_{42}\cos37^\circ = 90\times\frac{8}{10} = 72N$$

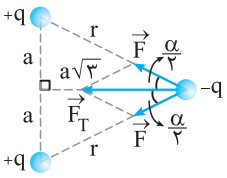
$$F_y = F_{42}\sin37^\circ = 90\times\frac{6}{10} = 54N$$



$$F_T = \sqrt{18^2+6^2} = \sqrt{6^2(9+1)} = 6\sqrt{10}N$$

۹۶ ۴ ۳ ۲ ۱

ابتدا فاصلهٔ هر یک از بارهای $+q$ را تا بار $-q$ پیدا می‌کنیم:



$$r = \sqrt{a^2+(a\sqrt{3})^2} = 2a$$

چون اندازهٔ بارهای مثبت یکسان و فاصلهٔ آن‌ها تا بار $-q$ نیز یکسان است، بنابراین هر کدام از آن‌ها نیروی F به بار $-q$ وارد می‌کنند. طبق قانون کولن این نیرو به‌صورت روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$F = \frac{kq^2}{r^2} = \frac{kq^2}{4a^2}$$

حالا می‌توانیم برایند این دو نیروی F را به‌دست آوریم:

$$F_T = 2F\cos\frac{\alpha}{2} \xrightarrow{\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}} F_T = 2\times\frac{kq^2}{4a^2}\times\frac{a\sqrt{3}}{2a}$$

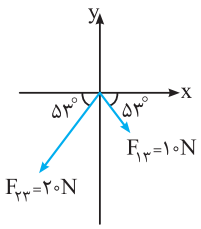
$$\Rightarrow F_T = \frac{\sqrt{3}}{4}\frac{kq^2}{a^2}$$

۹۷ ۴ ۳ ۲ ۱

روش اول: چون فاصلهٔ بار q_2 تا بار q_3 هم‌اندازهٔ فاصلهٔ بار q_1 تا q_3، ولی اندازهٔ q_2 دو برابر q_1 است، بنابراین نیرویی که q_2 بر q_3 وارد می‌کند، دو برابر نیروی q_1 بر q_3 بوده و $20N$ است. به عبارت دیگر:

$$\frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{|q_2||q_3|}{|q_1||q_3|}\times\left(\frac{r}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_{23}}{10} = \frac{2q_1}{q_1} \Rightarrow F_{23} = 20N$$

از طرفی، q_2، q_3 را جذب و q_1، q_3 را دفع می‌کند. بنابراین اگر q_3 را در مبدأ مختصات در نظر بگیریم، نیروهای وارد بر q_3 مطابق شکل است.



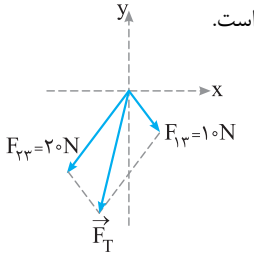
ابتدا هر یک از این نیروها را بر حسب بردارهای یکه می‌نویسیم و سپس برایند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$\vec{F}_{13} = (F_{13}\times\cos53^\circ)\vec{i} - (F_{13}\times\sin53^\circ)\vec{j} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$$

$$\vec{F}_{23} = -(F_{23}\times\cos53^\circ)\vec{i} - (F_{23}\times\sin53^\circ)\vec{j} = -12\vec{i} - 16\vec{j}$$

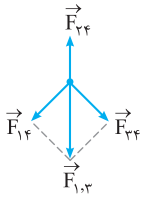
$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -6\vec{i} - 24\vec{j}$$

روش دوم: بدون حل تحلیلی این سؤال می‌توانستیم گزینهٔ درست را حدس بزنیم. اگر به شکل زیر دقت کنید، از آن‌جایی که زاویهٔ هر دو نیرو با محور y ها 37° و $F_{23} > F_{13}$ است، پس برایند این دو نیرو باید به F_{23} نزدیک‌تر بوده و در ربع سوم است. به همین علت هم $\vec{i}$ و هم $\vec{j}$ آن باید منفی باشد که تنها در گزینهٔ (۱) این شرایط است.



۹۸ ۴ ۳ ۲ ۱

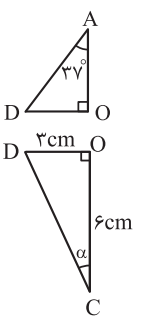
علامت و مقدار بار در حال تعادل اهمیت ندارد. جهت رسم شکل فرض کنید بار q_4 مثبت است.



$$F_{14} = F_{34} = k\frac{|q_1||q_4|}{r^2}$$

$$F_{1,3} = 2F_{14}\cos\left(\frac{74^\circ}{2}\right) = 2F_{14}\times0/8 = 1/6F_{14}$$

$$\vec{F}_T = 0 \Rightarrow F_{24} = F_{1,3} \Rightarrow k\frac{q_2q_4}{(AC)^2} = 1/6\times k\frac{q_1q_4}{(DA)^2}$$



$$\cos37^\circ = \frac{OA}{DA} \Rightarrow 0/8 = \frac{4}{DA} \Rightarrow DA = 5cm$$

$$\Rightarrow \frac{64}{(AC)^2} = \frac{1/6\times10}{5^2} \Rightarrow \frac{64}{(AC)^2} = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{8\times5}{4} = 10cm \xrightarrow{OA=4cm} CO = 6cm$$

$$\tan\alpha = \frac{OD}{OC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

۹۹ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر گلولهٔ بالایی را بررسی کنیم، می‌بینیم که برای داشتن تعادل، باید نیروی وزن این گلوله توسط نیروی دافعهٔ کولنی خنثی شده باشد. به همین علت باید وزن گلوله هم‌اندازهٔ نیروی کولنی وارد بر آن باشد.

$$F = mg = ۲۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰ = ۰/۲N$$

$$F = k\frac{q_۱q_۲}{r^۲} \Rightarrow ۰/۲ = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{h^۲}$$

$$\Rightarrow h^۲ = ۹\times۲\times۴\times۱۰^{-۲} \Rightarrow h = ۰/۶\sqrt{۲}m$$

۱۰۰ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول: برای گلوله‌ای که معلق قرار می‌گیرد، نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد بر آن هم‌اندازه و در خلاف جهت هستند. اگر نیروی بین دو بار در حالت اول را F و نیروی بین آن‌ها را در حالت دوم F' بنامیم، می‌توان نوشت:

حالت اول : $m_۲g = F$

حالت دوم : $m_۱g = F'$ $\xrightarrow{m_۲>m_۱}$ $F > F'$

$$\Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۲|}{h^۲} > k\frac{|q_۱||q_۲|}{h'^۲} \Rightarrow \frac{۱}{h^۲} > \frac{۱}{h'^۲}$$

$$\Rightarrow h'^۲ > h^۲ \Rightarrow h' > h$$

روش دوم: در هر صورت نیروی الکتریکی قرار است گلوله‌ای را معلق نگه داشته و بر وزن آن غلبه کند. چون در حالت دوم گلوله‌ای که معلق قرار گرفته، سبک‌تر است، در نتیجه باید همان بارهای قبل نیروی کم‌تری به هم وارد کنند. بنابراین در فاصلهٔ بیش‌تری از هم قرار می‌گیرند. $(h' > h)$

۱۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا نیروی الکتریکی وارد بر هر کره را به‌دست می‌آوریم:

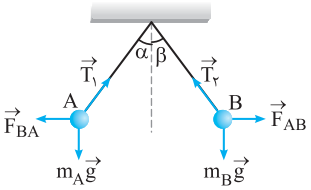
$$F = k\frac{q_۱q_۲}{r^۲} = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۱\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}} = ۲/۵N$$

اگر نیروهای وارد بر کرهٔ آویخته‌شده را رسم کنیم، مطابق شکل مقابل خواهد شد؛ که در آن T نیرویی است که نیروسنج به کره وارد می‌کند. دقت کنید، از آن‌جایی که بار دو کره هم‌نام است، نیروی دافعه بین آن‌ها ایجاد شده و نیروی F به سمت بالا است. در حالت تعادل برایند نیروهای وارد بر کره صفر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$F + T = mg \Rightarrow ۲/۵ + T = ۰/۳\times۱۰ \Rightarrow T = ۳ - ۲/۵ = ۰/۵N$$

۱۰۲ ۱ ۲ ۳ ۴

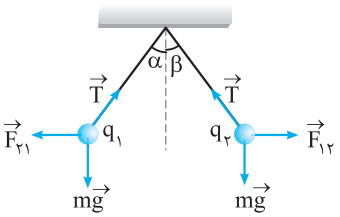
طبق قانون سوم نیوتون، $F_{BA} = F_{AB}$ است و تفاوت q_A و q_B تأثیری ندارد. نیروهای وارد بر بارهای q_A و q_B را رسم می‌کنیم؛ دقت کنید که گلوله‌ها در یک راستای افقی بوده و F بر mg عمود است. بنابراین باز هم می‌توان نوشت:



$$\begin{cases}\tan\alpha = \dfrac{F_{BA}}{m_Ag}\\ \tan\beta = \dfrac{F_{AB}}{m_Bg}\end{cases} \xrightarrow[m_A<m_B]{F_{AB}=F_{BA}} \tan\alpha > \tan\beta \Rightarrow \alpha > B$$

توجه نتیجهٔ به‌دست آمده در این تست را می‌توان تعمیم داد. یعنی همیشه آونگی که گلولهٔ آن سنگین‌تر است، به ازای یک نیروی F برابر، زاویهٔ کوچک‌تری با راستای قائم می‌سازد.

۱۰۳ ۱ ۲ ۳ ۴

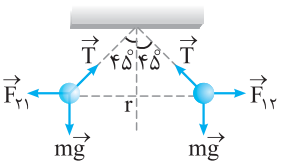


$$\begin{cases}\tan\alpha = \dfrac{F_{۲۱}}{m_۱g}\\ \tan\beta = \dfrac{F_{۱۲}}{m_۲g}\end{cases} \xrightarrow[m_۱=m_۲]{F_{۱۲}=F_{۲۱}} \tan\alpha = \tan\beta \Rightarrow \alpha = \beta$$

۱۰۴ ۱ ۲ ۳ ۴

برای دو آونگ الکتریکی مشابه که با راستای قائم، زاویهٔ α پیدا می‌کنند، می‌توان نوشت:

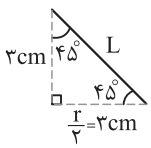
$$\tan\alpha = \frac{F}{mg} \Rightarrow \tan۴۵^\circ = \frac{F}{۱۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰} \xrightarrow{\tan۴۵^\circ=۱} F = ۰/۱N$$



با توجه به قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow ۰/۱ = \frac{۹\times۱۰^۹\times۲۰۰\times۱۰^{-۹}\times۲۰۰\times۱۰^{-۹}}{r^۲}$$

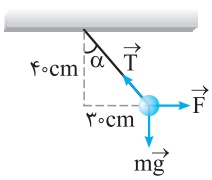
$$\Rightarrow r^۲ = ۳۶\times۱۰^{-۴} \Rightarrow r = ۶\times۱۰^{-۲}m = ۶cm$$



مطابق شکل مقابل، چون مثلث به‌وجود آمده یک مثلث متساوی‌الساقین است، می‌توان نوشت:

$$L = \sqrt{۳^۲+۳^۲} = ۳\sqrt{۱+۱} = ۳\sqrt{۲}cm$$

۱۰۵ ۱ ۲ ۳ ۴



هنگامی که دو آونگ الکتریکی مشابه بر اثر نیروی الکتریکی که روی هم دارند، منحرف می‌شوند، می‌توان نوشت:

$$\tan\alpha = \frac{F}{mg} \Rightarrow \frac{۳۰}{۴۰} = \frac{F}{mg} \Rightarrow \frac{F}{mg} = \frac{۳}{۴}$$

از طرفی با توجه به مقدار بار دو کره و فاصلهٔ آن‌ها از هم می‌توان نیروی الکتریکی بین آن‌ها را به‌دست آورد:

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{(۲\times۱۰^{-۲})^۲} = ۹۰N$$

حالا می‌توانیم وزن گلوله را پیدا کنیم:

$$\frac{F}{mg} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{۹۰}{mg} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow mg = ۱۲۰N$$