

سری اول

۱- اگر برای دو ماتریس A و B داشته باشیم $2A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $A + B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع تمام درایه‌های ماتریس B^T کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۲- اگر در ماتریس A با مرتبه‌ی 3×4 داشته باشیم $a_{ij} = \begin{cases} -i & i > j \\ 0 & i = j \\ j & i < j \end{cases}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۲۰ (۳) ۲۸ (۴) ۱۸

۳- اگر A و B دو ماتریس بالا مثلثی هم مرتبه باشند، کدام ماتریس بالا مثلثی نمی‌باشد؟

(۱) $2AB$ (۲) $B - 2A$ (۳) $(2A^t - B^t)^t$ (۴) $A^t + B^t$

۴- فرض کنید A ماتریسی 2×3 و B ماتریسی 3×4 باشد، کدام حاصل ضرب قابل انجام است؟

(۱) $A^t B$ (۲) AB^t (۳) BA (۴) $B^t A^t$

۵- اگر ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با تعریف $a_{ij} = \begin{cases} j - i & i < j \\ i + j & i \geq j \end{cases}$ مشخص شده باشد. آن‌گاه مجموع درایه‌های ستون دوم این ماتریس کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۹

۶- اگر $A = [ij - 1]_{3 \times 3}$ و $B = [i^2 - j]_{3 \times 3}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس $A + B$ کدام است؟

(۱) ۱۷ (۲) ۱۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۴

۷- ماتریس‌های A و B تعداد قبولی و مردودی در درس هندسه و گسسته در دو مدرسه را نشان می‌دهند. چند درصد از دانش‌آموزان این دو دبیرستان در درس هندسه قبول شده‌اند؟

مردود قبول مردود قبول
 $A = \begin{bmatrix} 90 & 10 \\ 89 & 11 \end{bmatrix}$ هندسه هندسه
 گسسته گسسته
 %۱۲/۴ (۴) %۸۸ (۳) %۸۶ (۲) %۱۴ (۱)

۸- اگر $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه A^{37} کدام است؟

(۱) A (۲) $-A$ (۳) I (۴) $-I$

۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه حاصل $(A - 2I)(A^T + 2A + I)$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -3a & -2 & 0 \\ -3b & -3c & -2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \\ -3a & -6 & 0 \\ -3b & -3c & -6 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -3a & 0 & 0 \\ -3b & -3c & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3a & 1 & 0 \\ -3b & -3c & 1 \end{bmatrix}$

۱۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $A^T = mA - nI$ ، آن‌گاه $m - n$ کدام است؟

(۱) ۳۶ (۲) ۳۷ (۳) ۳۳ (۴) ۱۳

۱۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن گاه A^n برابر کدام گزینه است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 2n & -n \\ n & -2n \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} n+1 & -n \\ n & -n+1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 3n & -n \\ n & -n+1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} \frac{n}{2} + 2 & -n \\ n & -n+1 \end{bmatrix}$

۱۲- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ مفروض است. کدام یک از تعاریف زیر مشخص کننده این ماتریس است؟

(۱) $a_{ij} = \begin{cases} i+1 & i=j \\ j-i & i>j \\ 2j+1 & i<j \end{cases}$ (۲) $a_{ij} = \begin{cases} j+1 & i \leq j \\ j-1 & i > j \end{cases}$ (۳) $a_{ij} = \begin{cases} j+1 & i \leq j \\ j+i & i > j \end{cases}$ (۴) $a_{ij} = \begin{cases} j+1 & i \leq j \\ j+i & i > j \end{cases}$

۱۳- اگر $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ و $B = [b_{ij}]_{n \times 5}$ و $C = [c_{ij}]_{6 \times 10}$ و حاصل ضرب $(AB)^t C^t$ تعریف شده باشد، آن گاه mn کدام است؟

(۱) ۳۵ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۰

۱۴- اگر $A = \begin{bmatrix} m & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 7 \\ 0 & -2n & 8 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}$ و $6m - 4n + 2k = 18$ ، آن گاه مجموع درایه‌های روی قطر اصلی AB کدام است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۱۷ (۳) ۱۶ (۴) ۱۵

۱۵- هرگاه $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 10 \\ 10 & 6 \end{bmatrix}$ ، آن گاه $(BA)^t$ برابر کدام است؟

(۱) A^t (۲) $2AB$ (۳) $2A^t$ (۴) $2A^t$

۱۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه‌های ماتریس $A^t B^t - B^t A^t$ کدام است؟

(۱) ۷۲ (۲) -۷۲ (۳) ۲۱۶ (۴) ۱۴۴

۱۷- اگر $AB = -2BA$ ، آن گاه از تساوی $AB^3 = kB^3A$ مقدار k کدام است؟

(۱) -۸ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) ۸ (۴) $-\frac{1}{8}$

۱۸- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & k+1 \\ p & s & s-2 \\ x & y & n-1 \end{bmatrix}$ پادمتقارن باشد، آن گاه حاصل $k + p + s + x + y + n$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۹- ماتریس A متقارن و ماتریس B پادمتقارن است. اگر $A + B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۱۷ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۲۰- اگر ماتریس $A - A^t$ متقارن باشد، آن گاه کدام گزینه درست است؟

(۱) A پادمتقارن است. (۲) A متقارن است. (۳) A ماتریس صفر است. (۴) A ماتریس قطری است.

سری دوم

۲۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ -\frac{1}{7} & 0 \end{bmatrix}$ ، آن گاه ماتریس A^{25} برابر کدام است؟

(۱) I (۲) $-I$ (۳) A (۴) $-A$

۲۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن گاه درایه‌ی سطر اول ستون سوم ماتریس A^{10} کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱۰ (۳) 2^{10} (۴) ۱

۲۳- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 2 & m \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر درایه‌ی سطر سوم ستون سوم ماتریس A^2 برابر ۶ باشد، آن‌گاه m کدام است؟

(۱) ± 1 (۲) ± 2 (۳) ± 3 (۴) ± 4

۲۴- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ را به صورت مجموع یک ماتریس متقارن و یک ماتریس پادمتقارن نوشته‌ایم. مجموع درایه‌های سطر اول

ماتریس متقارن کدام است؟
(۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) -۲ (۴) -۴

۲۵- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر ماتریس A^2 را به صورت مجموع یک ماتریس متقارن و یک ماتریس پادمتقارن بنویسیم

آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس متقارن کدام است؟

(۱) ۱۹ (۲) صفر (۳) $\frac{19}{2}$ (۴) ۳۸

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ و $A^3 = \alpha A + \beta I$ ، آن‌گاه $\alpha + \beta$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) ۱

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس A^{1387} کدام است؟

(۱) ۱۳۸۵ (۲) ۱۳۸۶ (۳) ۱۳۸۷ (۴) ۱۳۸۸

۲۸- اگر A ماتریس متقارن و B ماتریس پادمتقارن هم مرتبه با A باشد، آن‌گاه کدام یک از ماتریس‌های زیر متقارن است؟

(۱) $ABA + BAB$ (۲) $BAB - B^2$ (۳) $ABA - BAB$ (۴) $ABA - 2A^2$

۲۹- اگر A ماتریس مربعی بوده و $A^2 = A$ ، آن‌گاه حاصل $(I - A)^{100}$ کدام است؟

(۱) $I + A$ (۲) $I + 100A$ (۳) $I - A$ (۴) $I - 100A$

۳۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه درایه‌ی سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^3 کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) ۳

۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه حاصل $\sum_{i=1}^{1390} A^i$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) A (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

۳۲- ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به طوری که $a_{ij} = (-1)^{i+j}(i-j)$ مفروض است. ماتریس A^3 کدام ویژگی را دارد؟

(۱) فقط متقارن است (۲) فقط پادمتقارن است (۳) نه متقارن و نه پادمتقارن است (۴) هم متقارن و هم پادمتقارن است

۳۳- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & a \\ -1 & 0 & -b \\ -a & b & 0 \end{bmatrix}$ مفروض است، کدام گزینه درست است؟

(۱) A متقارن و A^2 متقارن (۲) A پادمتقارن و A^2 پادمتقارن
(۳) A پادمتقارن و A^2 متقارن (۴) A پادمتقارن و A^2 ویژگی خاصی ندارد

۳۴- حاصل ضرب درایه‌های واقع در سطر دوم AB که در آن $A = \begin{bmatrix} ۳ & -۴ \\ ۱ & ۵ \\ -۲ & ۲ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۱ \\ ۴ & ۰ & ۲ \end{bmatrix}$ می‌باشند، کدام است؟

- (۱) ۴۶۲ (۲) ۵۵ (۳) ۱۱۵ (۴) ۱۱۰

۳۵- اگر $A = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ + \tan^2 \alpha \\ \cos^2 \alpha & ۰ \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه $A^T + A^A$ کدام است؟

- (۱) $2A$ (۲) I (۳) $A + I$ (۴) A

۳۶- اگر $AB + ۴BA = ۰$ ، آن‌گاه از رابطه‌ی $AB^3 = KB^3A$ ، مقدار K کدام است؟

- (۱) ۶۴ (۲) -۶۴ (۳) ۳۲ (۴) -۳۲

۳۷- ماتریس $A = [a_{ij}]_{۳ \times ۳}$ با درایه‌های $a_{ij} = \begin{cases} a^2 - ۳ai + ۲i^2 & i < j \\ i + j & i \geq j \end{cases}$ مفروض است. به ازای کدام مقدار a ماتریس A یک

ماتریس پایین مثلثی است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۸- اگر A و B دو ماتریس مربعی هم مرتبه و $AB = B$ و $BA = A$ باشد. حاصل $(A + B)^3$ کدام است؟

- (۱) $A + B$ (۲) $۲(A + B)$ (۳) $۳(A + B)$ (۴) $۴(A + B)$

۳۹- اگر $A^2 = ۳I - ۴A$ ، آن‌گاه A^3 برابر کدام است؟

- (۱) $۱۲I - ۱۹A$ (۲) $۱۲A - ۱۹I$ (۳) $۱۹A - ۱۲I$ (۴) $۱۹I - ۱۲A$

۴۰- اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ -۱ & ۱ \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه ماتریس A در کدام معادله صدق می‌کند؟

- (۱) $A^2 - ۳A + ۳I = ۰$ (۲) $A^2 + ۳A - ۲I = ۰$ (۳) $A^2 - ۳A - ۳I = ۰$ (۴) $A^2 - ۳A + I = ۰$

۱- گزینه‌ی (۴)

$$\begin{cases} 2A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \\ A + B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{cases} \rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = B \times B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه‌ها} = 7 + 2 - 1 + 2 = 10$$

۲- گزینه‌ی (۱)

$$A_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 0 & 3 & 4 \\ -3 & -3 & 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 3 \times 4 = 12$$

۳- گزینه‌ی (۴) جمع و تفریق و ضرب دو ماتریس بالا مثلثی، یک ماتریس بالا مثلثی است و ترانزپوزیته‌ی یک ماتریس بالا مثلثی یک

ماتریس پایین مثلثی می‌باشد، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) بالا مثلثی می‌باشند. در ضمن ماتریس $2A^t - B^t$ پایین مثلثی است پس $(2A^t - B^t)^t$ بالا مثلثی است ولی ماتریس گزینه‌ی (۴) یک ماتریس پایین مثلثی است، زیرا هم A^t و هم B^t پایین مثلثی است.

۴- گزینه‌ی (۴) ماتریس $B^t A^t$ تعریف شده است، زیرا B^t ماتریس 4×3 و A^t ماتریس 3×2 است، پس $B^t A^t$ ماتریس 4×2 می‌باشد.

۵- گزینه‌ی (۲)

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های ستون دوم} = 1 + 4 + 5 = 10$$

۶- گزینه‌ی (۱) کافی است ستون دوم A را با ستون دوم B جمع کنیم:

$$A \text{ ستون دوم} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$B \text{ ستون دوم} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع این درایه‌ها} = 1 + 3 + 5 + (-1) + 2 + 7 = 17$$

۷- گزینه‌ی (۳) تعداد دانش‌آموزان مدرسه‌ی اول ۱۰۰ نفر و تعداد دانش‌آموزان مدرسه‌ی دوم ۵۰ نفر می‌باشند. تعداد کسانی که در مدرسه‌ی

اول در درس هندسه قبول شده‌اند ۹۰ نفر و نفرات قبول شده در مدرسه‌ی دوم در درس هندسه ۴۲ نفر می‌باشند. پس در کل از بین ۱۵۰ نفر تعداد ۱۳۲ نفر در درس هندسه قبول شده‌اند.

$$\text{درصد قبولی در درس هندسه} = \frac{132}{150} \times 100 = 88\%$$

۸- گزینه‌ی (۱) ابتدا ماتریس A^2 را به دست می‌آوریم:

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = A \Rightarrow A^{37} = A$$

۹- گزینه‌ی (۱) اگر A^3 را محاسبه کنیم، آن‌گاه نتیجه می‌گیریم $A^3 = 0$ ، بنابراین داریم:

$$(A - 2I)(A^2 + 2A + I) = A^3 + 2A^2 + A - 2A^2 - 4A - 2I = -3A - 2I = -3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -3a & -2 & 0 \\ -3b & -3c & -2 \end{bmatrix}$$

۱۰- گزینه‌ی (۲)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 37 & 54 \\ 81 & 118 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = mA - nI \Rightarrow \begin{bmatrix} 37 & 54 \\ 81 & 118 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - n \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow m - n = 37$$

۱۱- گزینه‌ی (۲) در گزینه‌ی (۱) اگر $n = 1$ ، ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ به دست می‌آید که با ماتریس A داده شده برابر نیست، پس

گزینه‌ی (۱) نادرست است. در گزینه‌ی (۳) اگر $n = 1$ ، ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ به دست می‌آید که با ماتریس A داده شده برابر نیست،

پس گزینه‌ی (۳) نادرست است. در گزینه‌ی (۴) اگر $n = 1$ ، ماتریس $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ به دست می‌آید که با ماتریس A داده شده برابر

نیست، پس گزینه‌ی (۴) نادرست است.

۱۲- گزینه‌ی (۴) با توجه به گزینه‌ها تنها گزینه‌ی (۴) درست می‌باشد:

$$a_{ij} = \begin{cases} j+1 & i \leq j \\ j+i & i > j \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۳- گزینه‌ی (۴)

$$(AB)^t C^t = B^t A^t C^t$$

B^t ماتریس $5 \times n$ ، A^t ماتریس $7 \times m$ و C^t ماتریس 10×6 می‌باشد، پس در صورتی ماتریس فوق تعریف شده است که داشته باشیم: $n = 7$ ، $m = 10 \Rightarrow mn = 70$

۱۴- گزینه‌ی (۱) حاصل ضرب دو ماتریس بالا مثلثی یک ماتریس بالا مثلثی است و درایه‌های روی قطر ماتریس حاصل ضرب، از ضرب درایه‌های نظیر به دست می‌آید. مسلماً در این‌جا لازم نیست درایه‌های بالای قطر اصلی AB را به دست آوریم.

$$AB = \begin{bmatrix} 6m & ? & ? \\ 0 & -4n & ? \\ 0 & 0 & 2k \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های روی قطر} = 6m - 4n + 2k = 18$$

$$.B = \begin{bmatrix} 2 & 10 \\ 10 & 6 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = 2A \text{ ماتریس } A \text{ متقارن است و } (۴) \text{ گزینه‌ی (۴)}$$

$$(BA)^t = A^t B^t = AB = A(2A) = 2A^2$$

۱۶- گزینه‌ی (۲)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = 4I \Rightarrow A^3 = A^2 \times A = 4A$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 3I \Rightarrow B^2 = (3I)^2 = 9I, B^3 = (3I)^3 = 27I$$

$$A^3 B^3 - B^3 A^3 = (4A)(9I) - (27I)(4I) = 36A - 108I = 36 \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} - 108 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -108 & 72 \\ 72 & -108 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌ها} = -108 + 72 + 72 - 108 = -72$$

۱۷- گزینه ی (۱)

$$AB^T = (AB)B^T = (-2BA)B^T = -2B(AB)B = -2B(-2BA)B = 4B^T(-2BA) = -8B^T A$$

بنابراین: $k = -8$

۱۸- گزینه ی (۴)

در ماتریس پادمتقارن درایه‌های روی قطر اصلی صفر هستند و درایه‌های بالا و پایین قطر اصلی قرینه‌ی یکدیگرند.

$$s = 0, n - 1 = 0 \Rightarrow n = 1, p = -1, y = 2 - s = 2, x = -k - 1$$

حالا مقدار خواسته شده در تست را به دست می‌آوریم:

$$k + p + s + x + y + n = k - 1 + 0 - k - 1 + 2 + 1 = 1$$

۱۹- گزینه ی (۱) از طرفین تساوی داده شده ترانهاده می‌گیریم:

$$A + B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow (A + B)^t = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^t \Rightarrow A - B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

از جمع این تساوی با تساوی فرض تست ماتریس $2A$ به دست می‌آید:

$$2A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 0 \\ 3 & 8 & 2 \\ 0 & 2 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & 0 \\ \frac{3}{2} & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A \text{ مجموع درایه‌های } = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 4 + 1 + 1 + 3 = 15$$

۲۰- گزینه ی (۲) همواره ماتریس $A - A^t$ پادمتقارن است، از طرفی ماتریس $A - A^t$ طبق فرض تست متقارن است، پس ماتریس $A - A^t$ ماتریس صفر است. در نتیجه $A^t = A$ بنابراین ماتریس A متقارن است.

۲۱- گزینه ی (۳)

$$A^T = A \times A = \begin{bmatrix} 0 & \gamma \\ -\frac{1}{\gamma} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \gamma \\ -\frac{1}{\gamma} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$A^{25} = (A^T)^{12} \times A = (-I)^{12} \times A = A$$

۲۲- گزینه ی (۲) توجه کنید که ماتریس A یک ماتریس بالا مثلثی است.

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

⋮

$$A^{10} = A^9 \times A = \begin{bmatrix} 1 & 10 & 10 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{10} \text{ سطر اول ستون سوم} = 10$$

۲۳- گزینه ی (۴) کافی است فقط سطر سوم ماتریس A را در ستون سوم آن ضرب کنیم:

$$A^T = A \times A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 2 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 2 & m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ -10 + m^2 \end{bmatrix} \Rightarrow -10 + m^2 = 6 \Rightarrow m^2 = 16 \Rightarrow m = \pm 4$$