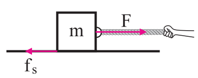
۳ نیروی اصطکاک

اگر بخواهیم دو جسم را روی یکدیگر به حرکت درآوریم، نیروی مخالفی در برابر این حرکت شکل می‌گیرد که به آن «نیروی اصطکاک» می‌گوییم. دقت کنید که از مبحث اصطکاک، در بقیه‌ی واحدها هم استفاده می‌کنیم و قطعاً تأثیر این واحد در کنکور، بیشتر از چیزی است که جدول روبه‌رو نشان می‌دهد!

تعداد تست‌های ارائه شده در ۱۴ سال اخیر	
سراسری تجربی	۱
سراسری ریاضی	۸

- نیروی اصطکاک، یک نیروی تماسی است که با حرکت نسبی دو جسمی که با هم در تماسند، مخالفت می‌کند و در دو نوع ایستایی و جنبشی است.
- **نیروی اصطکاک ایستایی:** در شکل (۳-۱)، شخصی با نیروی $\vec{F}$ جسمی را می‌کِشد؛ اما جسم حرکت نمی‌کند. بنابراین، نیرویی هم‌اندازه و در خلاف جهت نیروی $\vec{F}$ به جسم اثر می‌کند که به آن «نیروی اصطکاک ایستایی» می‌گوییم و آن را با f_s نشان می‌دهیم.



شکل (۳-۱)

- اگر اندازه‌ی $\vec{F}$ به تدریج افزایش یابد، f_s نیز افزایش می‌یابد تا این‌که نیروی اصطکاک به بیشینه‌ی مقدار خود می‌رسد. نیروی اصطکاک را در این حالت، «نیروی اصطکاک در آستانه‌ی حرکت» می‌نامند و آن را از رابطه‌ی (۳-۱) به‌دست می‌آورند: رابطه‌ی (۳-۱) $f_{s\,max} = \mu_s N$
- μ_s «ضریب اصطکاک ایستایی» نام دارد و به جنس و زبری سطح تماس دو جسم بستگی دارد.
- **نیروی اصطکاک جنبشی:** اگر جسم روی تکیه‌گاه خود بلغزد، نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع جنبشی (f_k) است و از رابطه‌ی (۳-۲) به‌دست‌می‌آید: رابطه‌ی (۳-۲) $f_k = \mu_k N$
- μ_k «ضریب اصطکاک جنبشی» نام دارد و مانند ضریب اصطکاک ایستایی به جنس و میزان پستی و بلندی سطح تماس دو جسم بستگی دارد (معمولاً $\mu_s > \mu_k$ است).

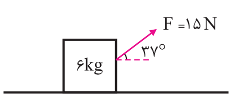
الگوی ۱ (الگوریتم محاسبه‌ی اصطکاک): برای محاسبه ی نیروی اصطکاک وارد بر جسمی که روی تکیه گاه ساکن قرار دارد، از الگوریتم زیر استفاده می کنیم:

$f_{s\,max}$ را حساب می‌کنیم و با نیروی محرک (F) مقایسه می‌کنیم.

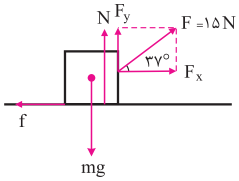
اگر $f_{s\,max} \ge F$ ← جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک برابر $f_s = F$ است.

اگر $f_{s\,max} < F$ ← جسم حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک برابر $f_k = \mu_k N$ است.

۱. در شکل مقابل، اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و سطح ۰/۵ باشد، نیروی اصطکاک چند نیوتون است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$, $g = 10\,N/kg$) (آزاد ریاضی-۸۰)



۱) ۱۵ ۲) ۳۰
۳) ۱۲ ۴) ۲۵/۵



پاسخ: گزینه‌ی (۳).

ابتدا مؤلفه‌های نیروی F را در راستای افقی و قائم حساب می‌کنیم:

$$F_y = F\sin ۳۷^\circ = ۱۵\times ۰/۶ = ۹N$$

$$F_x = F\cos ۳۷^\circ = ۱۵\times ۰/۸ = ۱۲N$$

چون جسم در راستای قائم حرکت نمی‌کند، برایند نیروهای وارد بر آن در راستای قائم صفر است.

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N + F_y - mg = ۰ \Rightarrow N + ۹ - ۶\times ۱۰ = ۰ \Rightarrow N = ۵۱N$$

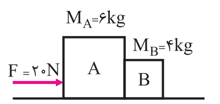
$$f_{s\ max} = \mu_s N = ۰/۵ \times ۵۱ = ۲۵/۵N$$

اگه گزینه‌ی ۴ رو بزنی، نه من نه تو!! نیروی محرک جسم F_x است که زورش به اصطکاک نمی‌رسه $(F_x < f_{s\ max})$. پس جسم حرکت نمی‌کنه.

مادامی‌که جسم ساکن است، نیروی اصطکاک از نوع ایستایی و هم‌اندازه با نیروی محرک است. $f = f_s = F_x \Rightarrow f_s = ۱۲N$

الگوی ۲ در واحد ۱، روش محاسبه‌ی نیروی تماسی بین دو جسم رو بهتون یاد دادیم. اون‌جا خبری از اصطکاک نبود. در صورت وجود اصطکاک، همان روش‌ها رو به کار می‌گیریم. البته در صورتی که ضریب اصطکاک جسم‌ها با تکیه‌گاه یکسان و جسم‌ها در حال حرکت باشند، می‌توانید بدون توجه به نیروی اصطکاک، نیروی تماسی بین وزنه‌ها را حساب کنید و همون رو به عنوان جواب درست انتخاب کنید!

۲. با توجه به شکل، نیروی ۲۰ نیوتونی به یک طرف A وارد می‌شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی هر دو جسم با سطح ۰/۲ باشد، B چند نیوتون نیرو بر A وارد می‌کند؟

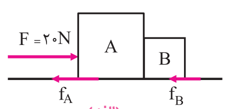


(سراسری تجربی ـ ۷۱)

۱) صفر
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۲

پاسخ: گزینه‌ی (۳).

ابتدا قانون دوم نیوتون را برای کل دستگاه (شکل الف) می‌نویسیم تا شتاب حرکت دستگاه مشخص شود.



(الف)

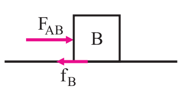
$$F - f_A - f_B = (m_A + m_B)a$$

$$F - \mu_k(m_A + m_B)g = (m_A + m_B)a \Rightarrow ۲۰ - ۰/۲\times(۶+۴)\times ۱۰ = (۶+۴)\times a$$

$$\Rightarrow a = ۰$$

با این حساب، یا دستگاه ساکن است یا با شتاب ثابت حرکت می‌کند.

حالا وزنه‌ی B رو یک گوشه می‌بریم تا نیروی تماسی دو وزنه رو به‌دست بیاریم (شکل ب).



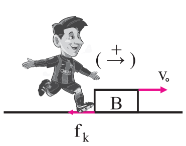
(ب)

$$F_{AB} - f_B = m_B a \xrightarrow{(a=۰)} F_{AB} = f_B = \mu_k\ m_B g = ۰/۲\times ۴\times ۱۰ = ۸N$$

تیـزبـاش: ضریب اصطکاک وزنه‌ها با سطح افقی یکسان است. پس بدون در نظر گرفتن اصطکاک و از روش «دوره»، می‌تونید نیروی تماسی رو حساب کنید. نیروی تماسی چی می‌شه؟ F ضرب‌در جرم دور از F (یعنی m_B) تقسیم بر مجموع جرم‌ها $(m_A + m_B)$:

$$F_{AB} = (\frac{m_B}{m_A + m_B})F = (\frac{۴}{۶+۴})\times ۲۰ = \frac{۴}{۱۰}\times ۲۰ = ۸N$$

الگوی ۳ (آقای موکاجی)!: جسمی با سرعت اولیه‌ی $v_۰$ روی سطح افقی پرتاب می‌شود. دقت کنید که نیرو در جسم ذخیره نمی‌شود. بنابراین در شکل (۳-۲)، جسم پس از جدا شدن از پای عمو مسی، فقط نیروی اصطکاک را در راستای افقی تجربه می‌کند! شتاب حرکت جسم در این شرایط، برابر است با:



شکل (۳-۲)

$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{-f_k}{m} = \frac{-\mu_k N}{m} = \frac{-\mu_k mg}{m} \Rightarrow a = -\mu_k g$$

این رابطه رو برای اولین‌بار، یک آقای ژاپنی به‌نام «آقای موکاجی ($Mr\ \mu_k g$)»، کشف کرد!! طبق این رابطه، شتاب حرکت جسم مستقل از جرم آن است. بنابراین، زمان و مسافت توقف جسم به جرم آن ربطی ندارد!

$t_s = \frac{-v_0}{a} = \frac{v_0}{\mu_k g} \rightarrow$ (t_s به m ربطی نداره!)

$x_s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\mu_k g} \rightarrow$ (x_s به m ربطی نداره!)

(در ضمن، خدمت خانم‌ها عرض می‌کنم مسی یک بازیکن فوتبال است! بازیکنی که دیدن بازی او به بیماران قلبی توصیه نمی‌شود! چون به‌شدت آدرنالین خون را افزایش می‌دهد!!)

۳. اتومبیلی در مسیر افقی، با سرعت $54 km/h$ در حرکت است؛ راننده ترمز می‌کند. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جاده و لاستیک اتومبیل ۰/۲ باشد، اتومبیل تقریباً پس از طی چند متر متوقف می‌شود؟ $(g = 10 m/s^2)$ (سراسری ریاضی ـ ۸۷)

۱) ۵۶ ۲) ۶۲ ۳) ۱۱۲ ۴) جرم اتومبیل باید معین باشد.

پاسخ: گزینه‌ی (۱).

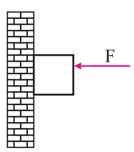
عَجِّلوا بالشّتاب!! *(یعنی بشتابید برای محاسبه‌ی شتاب!!)*

$a = -\mu_k g = -0/2 \times 10 = -2 m/s^2$

حالا از رابطه‌ی مسافت توقف استفاده کنید:

$x_s = \frac{-v_0^2}{2a} \xrightarrow{(v_0 = 54 km/h = 15 m/s)} x_s = \frac{-(15)^2}{2\times(-2)} = \frac{225}{4} = 56/25 m \simeq 56 m$

الگوی ۴ اگر جسم روی سطح قائم حرکت کند، نیروی اصطکاک در راستای نیروی وزن می‌شود و برای تشخیص حرکت یا محاسبه‌ی شتاب جسم، باید نیروی وزن جسم را با نیروی اصطکاک وارد بر آن مقایسه کرد.

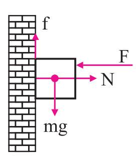


۴. در شکل روبه‌رو، ضریب اصطکاک جسم با دیوار ۰/۴ و بزرگی نیروی افقی F، دو برابر وزن جسم است. شتاب حرکت جسم روی دیوار کدام است؟

۱) صفر ۲) $0/2g$

۳) $0/4g$ ۴) $0/6g$

پاسخ: گزینه‌ی (۲).



در شکل مقابل، نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده‌ایم. چون جسم در راستای افقی حرکت نمی‌کند، برایند نیروهای وارد بر آن در این راستا، برابر صفر است. $F_x = 0 \Rightarrow N - F = 0 \Rightarrow N = F = 2mg$

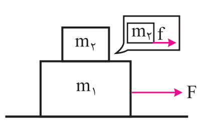
وقتی می‌گن ضریب اصطکاکِ فلان با فلان، فلان مقداره (!)، یعنی ضریب اصطکاک جنبشی و ایستایی جسم، هر دو برابر فلان مقدارن! پس در این‌جا هم μ_s و هم μ_k برابر ۰/۴ است.

$f_{s\ max} = f_k = \mu_k N = 0/4 \times 2mg = 0/8 mg$

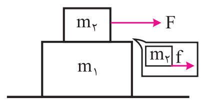
چون نیروی محرک mg بزرگ‌تر از $f_{s\ max}$ است، جسم به طرف پایین می‌لغزد.

$F_{برایند} = ma \Rightarrow mg - f_k = ma \Rightarrow mg - 0/8mg = ma \Rightarrow a = 0/2g$

الگوی ۵ فرض کنید مطابق شکل‌های (۳-۳)، دو وزنه‌ی m_1 و m_2 روی هم سوارند و با نیروی F روی سطح افقی کشیده می‌شوند. عاملی که باعث می‌شود وزنه‌ای که به آن نیروی F وارد نمی‌شود، همراه با وزنه‌ی دیگر حرکت کند، نیروی اصطکاک بین آن‌هاست. برای محاسبه‌ی نیروی اصطکاک، از الگوریتم صفحه‌ی بعد استفاده می‌کنیم.



(الف)



(ب)
شکل (۳-۳)

۱) با این فرض که وزنه‌ها روی هم نمی‌لغزند، شتاب حرکت دستگاه را حساب می‌کنیم.

↓

۲) با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی اصطکاک بین وزنه‌ها را حساب می‌کنیم $(f_s = ma)$.

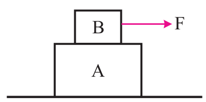
↓

۳) f_s را با $f_{s\ max}$ مقایسه می‌کنیم $(f_{s\ max} = \mu_s N = \mu_s mg)$.

اگر $f_{s\ max} > f_s$: نیروی اصطکاک همان است که در گام دوم حساب کردیم.

اگر $f_{s\ max} < f_s$: نیروی اصطکاک از نوع جنبشی است $(f_k = \mu_k mg)$.

۵. دو وزنه‌ی A و B مطابق شکل، بر روی یکدیگر و روی یک میز افقی قرار دارند. ضریب اصطکاک ایستایی بین دو وزنه ۰/۵ و ضریب اصطکاک جنبشی بین آن دو ۰/۳ است. نیروی افقی F برابر ۵۰N به جسم B وارد می‌شود. شتاب حرکت وزنه‌ی A و B، به‌ترتیب از راست به چپ، چند m/s^2 است؟ (از اصطکاک بین وزنه‌ی A با سطح افقی صرف نظر شود؛ $(m_B = ۴kg$ و $m_A = ۶kg)$)



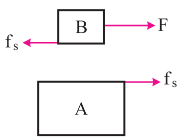
۱) ۲ و ۳/۲۵ ۲) ۲ و ۹/۵

۳) ۵ و ۵ ۴) ۶/۶ و ۷/۵

پاسخ: گزینه‌ی (۲).

اول فرض می‌کنیم وزنه‌ها نسبت به هم ساکنند و با یک شتاب روی سطح افقی حرکت می‌کنند.

$$F = (m_A + m_B)a \Rightarrow ۵۰ = (۶+۴)\times a \Rightarrow ۱۰a = ۵۰ \Rightarrow a = ۵m/s^2$$



نیروی اصطکاک بین وزنه‌ها باعث حرکت وزنه‌ی A به سمت راست می‌شود.

$$\sum F_A = m_A a \Rightarrow f_s = m_A a = ۶\times ۵ = ۳۰N$$

دقت کنید که برای محاسبه‌ی $f_{s\ max}$، باید وزن وزنه‌ی B را وارد محاسباتمان کنیم. (وزن B به‌طور غیرمستقیم باعث فشرده شدن وزنه‌ها روی یکدیگر و ایجاد اصطکاک بین آن‌ها می‌شود.)

$$f_{s\ max} = \mu_s N_B = \mu_s m_B g = ۰/۵\times ۴\times ۱۰ = ۲۰N$$

چون با فرض عدم لغزش وزنه‌ها روی یکدیگر $f_s > f_{s\ max}$ می‌شود، این فرض اشتباه است و وزنه‌ها روی یکدیگر می‌لغزند و اصطکاک آن‌ها از نوع جنبشی است.

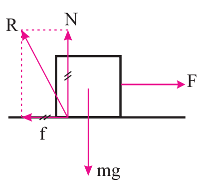
$$f_k = \mu_k N_B = \mu_k m_B g = ۰/۳\times ۴\times ۱۰ = ۱۲N$$

بی‌زحمت در شکل‌های بالا، جای f_s رو به f_k بدید و قانون دوم نیوتون رو برای هر وزنه بنویسید.

$$\sum F_A = m_A a_A \Rightarrow f_k = m_A a_A \Rightarrow ۱۲ = ۶a_A \Rightarrow a_A = ۲m/s^2$$

$$\sum F_B = m_B a_B \Rightarrow F - f_k = m_B a_B \Rightarrow ۵۰ - ۱۲ = ۴a_B \Rightarrow ۴a_B = ۳۸ \Rightarrow a_B = ۹/۵m/s^2$$

الگوی ۶ (نیروی سطح): جسمی را در نظر بگیرید که مطابق شکل (۳-۴)، روی یک سطح حرکت می‌کند. N نیروی عمودی‌ای است که سطح به جسم وارد می‌کند؛ f نیز نیروی اصطکاک وارد بر جسم است که آن هم از طرف سطح به جسم وارد می‌شود. در واقع، سطح یک نیرو به جسم وارد می‌کند که به آن «نیروی سطح (R)» می‌گوییم و ما معمولاً طبق عادت، آن را به دو مؤلفه‌ی عمودی (N) و افقی (f) تجزیه می‌کنیم. چون $\vec{N}$ و $\vec{f}$ همواره برهم عمودند، بزرگی برایند آن‌ها برابر است با: رابطه‌ی (۳-۳) $R = \sqrt{N^2 + f^2}$



شکل (۳-۴)

۶. جسمی به جرم ۸kg، روی سطح افقی، با اعمال نیروی افقی ۶۰N با سرعت ثابت حرکت می‌کند. نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰m/s^2)$ (سراسری ریاضی ـ ۸۴)

۱) ۶۰ ۲) ۸۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۴۰

پاسـخ: گزینه‌ی (۳).

چون جسم در راستای قائم حرکت ندارد:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = mg = 8\times 10 = 80\,N$$

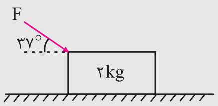
و چون جسم در راستای افقی، با سرعت ثابت جابه‌جا می‌شود:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow f_s = F = 60\,N$$

$$R = \sqrt{N^2 + f_s^2} = \sqrt{80^2 + 60^2} = \sqrt{6400 + 3600} = \sqrt{10000} = 100\,N$$

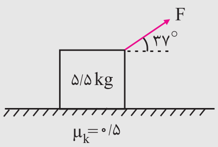
آزمونک ۳

۱. در شکل مقابل، ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی جسم با سطح، به‌ترتیب ۰/۳ و ۰/۲۵ است. حداکثر مقدار F تقریباً چند نیوتون باشد تا جسم روی سطح نلغزد؟



۱) ۹/۷
۲) ۶/۱
۳) ۲۵
۴) ۱۲

۲. در شکل مقابل، جسم با سرعت ثابت در سطح افقی در حال حرکت است. اگر نیروی F، ۲ برابر شود، نیروی اصطکاک جنبشی چند برابر می‌شود؟ $(\sin 37^\circ = 0/6,\ g = 10\,m/s^2)$ (سراسری تجربی ـ ۹۵، خارج از کشور)

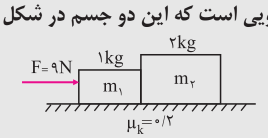


۱) $\frac{3}{8}$
۲) $\frac{5}{8}$
۳) ۱
۴) ۲

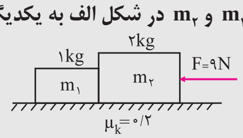
۳. دو وزنه‌ی A و B با سرعت اولیه‌ی یکسان، مماس بر یک سطح افقی پرتاب می‌شوند. اگر جرم وزنه‌ی A نصف جرم وزنه‌ی B و ضریب اصطکاک آن ۲ برابر ضریب اصطکاک وزنه‌ی B باشد، مسافتی که وزنه‌ی A طی می‌کند تا بایستد، چند برابر مسافتی است که وزنه‌ی B طی می‌کند تا بایستد؟ (سراسری ریاضی ـ ۹۵)

۱) ۲
۲) ۱
۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۴) $\frac{1}{2}$

۴. نیرویی که دو جسم m_1 و m_2 در شکل الف به یکدیگر وارد می‌کنند، چند برابر نیرویی است که این دو جسم در شکل ب به هم وارد می‌کنند؟



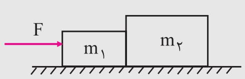
(الف)



(ب)

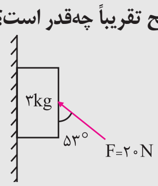
۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۲
۳) $\frac{1}{3}$
۴) ۳

۵. مطابق شکل زیر، نیروی F به جسم m_1 وارد می‌شود و مجموعه با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک جنبشی هر یک از دو جسم با سطح افقی برابر μ_k است. اگر در همین حالت که نیروی F وارد می‌شود، ضریب اصطکاک جنبشی هر یک از دو جسم با سطح افقی نصف شود، نیرویی که دو جسم به هم وارد می‌کنند، چند برابر می‌شود؟ (سراسری ریاضی ـ ۹۳)



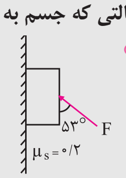
۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{1}{2}$
۴) $\frac{1}{4}$

۶. در شکل مقابل، جسم با شتاب روبه‌پایین $2/5\,m/s^2$ به سمت پایین حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک جنبشی سطح تقریباً چه‌قدر است؟



۱) ۰/۲
۲) ۰/۳
۳) ۰/۵
۴) ۰/۶

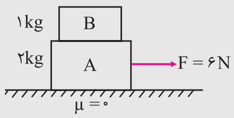
۷. در شکل روبه‌رو، به جسمی به وزن ۲۰N که به دیوار قائم تکیه دارد، نیروی F وارد می‌شود. بیشترین مقدار F در حالتی که جسم به حال سکون بماند، چند نیوتون است؟ $(\cos 53^\circ = 0/6)$ (سراسری ریاضی ـ ۹۴، خارج از کشور)



۱) $\frac{500}{19}$
۲) $\frac{500}{11}$
۳) $\frac{200}{19}$
۴) $\frac{200}{11}$

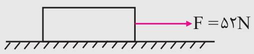
۸. در شکل روبه‌رو، اگر در ضمن حرکت روی سطح افقی، وزنه‌ی B روی وزنه‌ی A نلغزد، نیروی اصطکاک بین دو وزنه چند نیوتون است؟

(سراسری تجربی ـ ۹۱)



۱) صفر
۲) ۶
۳) ۳
۴) ۲

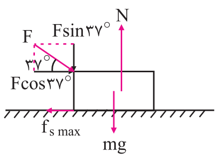
۹. به جسمی به جرم ۳kg روی سطح افقی، مطابق شکل، نیروی افقی ۵۲N وارد می‌شود. اگر نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، ۵۰N باشد، شتاب حرکت جسم چند m/s^2 می‌شود؟



۱) ۲　۲) ۴　۳) ۵　۴) ۳/۵

پاسخ‌نامه

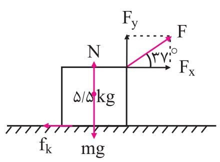
۱. (۱)



$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N = F\sin ۳۷^\circ + mg$$
$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F\cos ۳۷^\circ = f_{s\,max} = \mu_s N$$
$$\Rightarrow F\cos ۳۷^\circ = \mu_s (F\sin ۳۷^\circ + mg)$$
$$\Rightarrow F \times ۰/۸ = ۰/۳(F\times ۰/۶ + ۲\times ۱۰) \Rightarrow ۰/۸F - ۰/۱۸F = ۶ \Rightarrow ۰/۶۲F = ۶ \Rightarrow F \simeq ۹/۷N$$

---

۲. (۲)



در ابتدا که جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، داریم:

$$N + F_y = mg \Rightarrow N + F\sin ۳۷^\circ = ۵/۵ \times ۱۰ \Rightarrow N = ۵۵ - ۰/۶F$$
$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow f_k = F_x \Rightarrow \mu_k N = F\cos ۳۷^\circ \Rightarrow ۰/۵ \times (۵۵ - ۰/۶F) = ۰/۸F$$
$$\Rightarrow ۵۵ - ۰/۶F = ۱/۶F \;\Rightarrow ۲/۲F = ۵۵ \Rightarrow F = ۲۵N \Rightarrow N = ۵۵ - ۰/۶ \times ۲۵ = ۵۵ - ۱۵ = ۴۰N$$

در حالت دوم که F دو برابر می‌شود، داریم:

$$F' = ۲F = ۲ \times ۲۵ = ۵۰N$$
$$N' + F'_y = mg \Rightarrow N' + F'\sin ۳۷^\circ = ۵/۵ \times ۱۰ \Rightarrow N' + ۵۰ \times ۰/۶ = ۵۵ \Rightarrow N' = ۵۵ - ۳۰ = ۲۵N$$

نیروی اصطکاک جنبشی با نیروی عمودی تکیه‌گاه نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{f'_k}{f_k} = \frac{\mu_k N'}{\mu_k N} = \frac{N'}{N} = \frac{۲۵}{۴۰} = \frac{۵}{۸}$$

---

۳. (۴) با توجه به مطالب مطرح شده در الگوی ۳، می‌نویسیم:

$$x_s = \frac{v_۰^۲}{۲\mu_k g} \xrightarrow{(v_{۰A} = v_{۰B})} \frac{x_{sA}}{x_{sB}} = \frac{\mu_{kB}}{\mu_{kA}} = \frac{\mu_{kB}}{۲\mu_{kB}} = \frac{۱}{۲}$$

---

۴. (۲) با توجه به این‌که ضریب اصطکاک جنبشی دو وزنه با سطح یکسان است، بدون در نظر گرفتن اصطکاک، از روش « دوره» می‌ریم:

در شکل الف: $F_{۱۲} = \frac{m_۲}{m_۱ + m_۲} \times F$

در شکل ب: $F'_{۲۱} = \frac{m_۱}{m_۱ + m_۲} \times F$

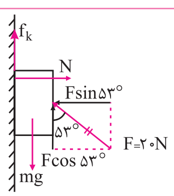
$$\Rightarrow \frac{F_{۱۲}}{F'_{۲۱}} = \frac{m_۲}{m_۱} = \frac{۲}{۱} = ۲$$

---

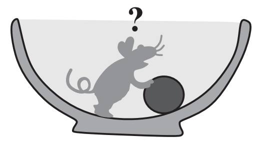
۵. (۱) همان‌طور که گفتیم، اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین دو جسم و سطح افقی یکسان باشد و نیروی مخالف دیگری نیز به جز نیروی اصطکاک وجود نداشته باشد، اندازه نیروهایی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند (و به جسم $m_۲$ شتاب می‌دهد)، به ضریب اصطکاک جنبشی سطح بستگی ندارد و می‌توان از روش «دوره» ، آن را به‌دست آورد. بنابراین، با نصف شدن ضریب اصطکاک جنبشی سطح با اجسام، نیرویی که دو جسم به هم وارد می‌کنند، تغییری نمی‌کند.

---

۶. (۴)



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow N = F\sin ۵۳^\circ = ۲۰ \times ۰/۸ = ۱۶N$$
$$\sum F_y = ma \Rightarrow mg - F\cos ۵۳^\circ - f_k = ma$$
$$\Rightarrow ۳ \times ۱۰ - ۲۰ \times ۰/۶ - \mu_k \times ۱۶ = ۳ \times ۲/۵ \Rightarrow ۱۰/۵ = \mu_k \times ۱۶ \Rightarrow \mu_k \simeq ۰/۶$$



۲ معادلات جانبی نوسانگر هماهنگ ساده

تعداد تست‌های ارائه شده در ۱۴ سال اخیر	
سراسری تجربی	۵
سراسری ریاضی	۱۴

در این واحد، می‌خواهیم معادلات سرعت، شتاب و نیروی وارد بر نوسانگر را بررسی کنیم. صورت ریاضی تست‌های این واحد خیلی موقع‌ها بر صورت فیزیکی آن‌ها غالب است و به همین دلیل، آمار تست‌هایی که در کنکور ریاضی آمده، به مراتب بیشتر از رشته‌ی تجربی است. از ۱۹ تا تستی که این ۱۴ سال مطرح شده، ۹ تای اون مربوط به سرعت، ۵ تای اون مربوط به شتاب و ۵ تای اون مربوط به نیروی نوسانگر بوده. در این واحد، فرمول زیاد داریم. روش رسیدن به فرمول‌ها و شبیه‌سازی بعضی فرمول‌های شتاب با فرمول‌های سرعت رو خوب یاد بگیرید تا دچار فراموشی فرمول‌ها نشید!

سرعت نوسانگر هماهنگ ساده

- برای به‌دست آوردن معادله‌ی سرعت نوسانگر، باید طبق معمول، از معادله‌ی مکان نسبت به زمان مشتق بگیریم:

$$y = A\sin\omega t \Rightarrow v = \frac{dy}{dt} = \frac{d(A\sin\omega t)}{dt} \Rightarrow \boxed{v = A\omega\cos\omega t}$$ رابطه‌ی (۲-۱)

- حداکثر مقدار یک عبارت سینوسی یا کسینوسی، ضریب سینوس یا کسینوس است، پس: $\boxed{v_m = A\omega}$ رابطه‌ی (۲-۲)

- رابطه‌ی سرعت و فاز نوسانگر: $\varphi = \omega t \Rightarrow \boxed{v = v_m\cos\varphi}$ رابطه‌ی (۲-۳)

- به کمک رابطه‌های زیر، می‌توانید ارتباط سرعت و مکان نوسانگر را به‌دست آورید.

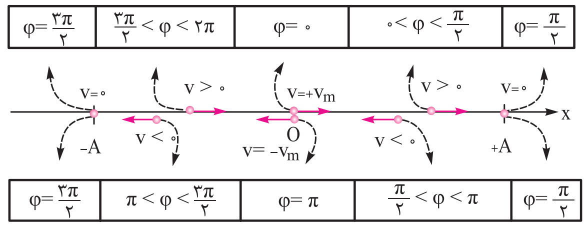
$$\begin{cases} y = A\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = \dfrac{y}{A} \\ v = v_m\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \dfrac{v}{v_m} \end{cases} \xrightarrow{(\sin^{2}\varphi+\cos^{2}\varphi=1)} \boxed{\left(\frac{y}{A}\right)^{2} + \left(\frac{v}{v_m}\right)^{2} = 1}$$ رابطه‌ی (۲-۴)

$$\left(\frac{y}{A}\right)^{2} + \left(\frac{v}{v_m}\right)^{2} = 1 \Rightarrow \frac{y^{2}}{A^{2}} + \frac{v^{2}}{A^{2}\omega^{2}} = 1 \Rightarrow v^{2} = A^{2}\omega^{2}\left(\frac{A^{2}-y^{2}}{A^{2}}\right) \Rightarrow \boxed{v = \pm\omega\sqrt{A^{2}-y^{2}}}$$ رابطه‌ی (۲-۵)

الگوی ۱ (نحوه‌ی تغییر سرعت): با توجه به رابطه‌ی (۲-۳)، از روی علامت و مقدار $\cos\varphi$ ، می‌توان علامت و نحوه‌ی تغییرات سرعت نوسانگر را درک کرد. حتماً می‌دانید که علامت کسینوس در ناحیه‌های اول و چهارم «+» و در ناحیه‌های دوم و سوم «−» است.

ناحیه‌ی مثلثاتی (فاز حرکت)	بین اول و چهارم $(\varphi = 0)$	اول $(0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$	بین اول و دوم $(\varphi = \frac{\pi}{2})$	دوم $(\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi)$	بین دوم و سوم $(\varphi = \pi)$	سوم $(\pi < \varphi < \frac{3\pi}{2})$	بین سوم و چهارم $(\varphi = \frac{3\pi}{2})$	چهارم $(\frac{3\pi}{2} < \varphi < 2\pi)$
علامت سرعت	مثبت	مثبت	صفر	منفی	منفی	منفی	صفر	مثبت
نحوه‌ی تغییر بزرگی سرعت	بیشینه	کاهش	–	افزایش	بیشینه	کاهش	–	افزایش

جدول (۲-۱)

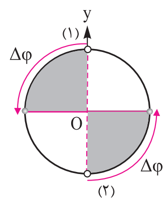


شکل (۲-۱)

۱. نوسانگر ساده‌ای با بسامد ۵۰ هرتز نوسان می‌کند. حداقل زمان لازم برای آن که سرعت آن از صفر به ماکزیمم برسد، چند ثانیه است؟

۱) $\frac{۱}{۲۵}$ ۲) $\frac{۱}{۵۰}$ ۳) $\frac{۱}{۲۰۰}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰۰}$ (آزاد ریاضی- ۷۷)

پاسخ: گزینه‌ی(۳).

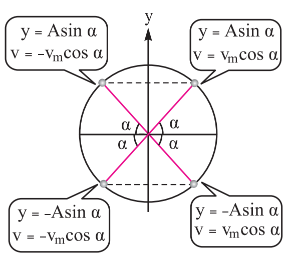


سرعت نوسانگر در دو انتهای مسیر، صفر و در مرکز نوسان، بیشینه است. پس نوسانگر باید از یک انتهای مسیر به مرکز برسد؛ پس نقطه‌ی مرجع باید از مسیری مثل (۱) یا (۲)، ربع دایره را بپیماید. کل دایره در T طی می‌شود؛ ربع دایره در $\frac{T}{۴}$.

$T = \frac{۱}{f} = \frac{۱}{۵۰}s \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{۴} = \frac{۱}{۲۰۰}s$

الگوی ۲ (محاسبه‌ی سریع زمان تغییر سرعت نوسانگر): فرض کن سرعت متحرک در لحظه‌ی $t_۱$، برابر $v_۱$ و در لحظه‌ی $t_۲$ برابر $v_۲$ است و می‌خواهیم $\Delta t = t_۲ - t_۱$ رو حساب کنیم. می‌تونی از رابطه‌ی $v = v_m \cos\varphi$، فاز حرکت رو در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ حساب کنی؛ بعدش بری سراغ $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ (یا هم‌ارزی $T \equiv ۲\pi$).

تیــزبــاش: برای محاسبه‌ی مطمئن‌تر و کم‌ریاضی‌تر (!) تغییر فاز، می‌تونی از شکل (۲-۲) استفاده کنی. در واحد قبل، دیدیم که اگر شعاع حامل نقطه‌ی مرجع با محور افقی زاویه‌ی α رو بسازه ($۰ \le \alpha \le \frac{\pi}{۲}$)، $y = A\sin\alpha$ یا $y = -A\sin\alpha$ است. در این شـــرایط $v = v_m\cos\alpha$ (ناحیه‌های اول و چهارم) یا $v = -v_m\cos\alpha$ (ناحیه‌های دوم و سوم) است. بعد از محاسبه‌ی α، می‌تونی موقعیت نقطه‌ی مرجع در دو حالت و از اون‌جا، تغییر فاز نوسانگر رو تشخیص بدی.

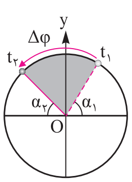


شکل (۲-۲)

۲. در یک حرکت هماهنگ ساده، حداقل چه مدت طول می‌کشد تا سرعت نوسانگر از $+\frac{۱}{۲}v_m$ به $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}v_m$ برسد؟

۱) $\frac{T}{۸}$ ۲) $\frac{۵T}{۲۴}$ ۳) $\frac{۷T}{۲۴}$ ۴) $\frac{۳T}{۸}$

پاسخ: گزینه‌ی(۲).



فرض کن سرعت نوسانگر در لحظه‌ی $t_۱$، برابر $+\frac{۱}{۲}v_m$ و در لحظه‌ی $t_۲$، برابر $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}v_m$ است. با دیدن $\frac{۱}{۲}$، یاد $\cos\frac{\pi}{۳}$ و با دیدن $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$، یاد $\cos\frac{\pi}{۴}$ می‌افتیم. اگر محاسبه می‌خوای، بیا این هم محاسباتش:

$$v = v_m\cos\alpha \Rightarrow \begin{cases} \frac{v_m}{۲} = v_m\cos\alpha_۱ \Rightarrow \cos\alpha_۱ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \alpha_۱ = \frac{\pi}{۳}rad \\ -\frac{\sqrt{۲}}{۲}v_m = -v_m\cos\alpha_۲ \Rightarrow \cos\alpha_۲ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \alpha_۲ = \frac{\pi}{۴}rad \end{cases}$$

با توجه به شکل بالا، تغییر فاز نوسانگر برابر است با:

$$\Delta\varphi = \pi - (\alpha_۱ + \alpha_۲) = \pi - (\frac{\pi}{۳} + \frac{\pi}{۴}) = \pi - \frac{۷\pi}{۱۲} = \frac{۵\pi}{۱۲}rad$$

و زمان انجام این تغییر فاز:

$$۲\pi \equiv T \Rightarrow \frac{۵\pi}{۱۲} \equiv \frac{۵T}{۲۴} \Rightarrow \Delta t = \frac{۵T}{۲۴}$$

الگوی ۳ (تصویرسازی): رابطه‌ی $v_m = A\omega$ شبیه رابطه‌ی $v = r\omega$ (در حرکت دایره‌ای) است. توجه بفرمایید که شعاع دایره‌ی مرجع برابر دامنه‌ی نوسان است $(r = A)$. پس شباهت این دو رابطه، فقط در داشتن ω نیست؛ واقعاً به هم شبیهن!

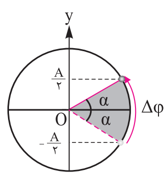
۳. نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۱۲ سانتی‌متر، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. این نوسانگر دو جابه‌جایی مساوی و متوالی را بدون تغییر جهت انجام می‌دهد که مجموع آن‌ها برابر دامنه‌ی نوسان است. اگر هر یک از این جابه‌جایی‌ها در مدت ۰/۰۴ ثانیه انجام شود، بیشینه‌ی سرعت این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi = ۳)$ (سراسری تجربی- ۹۴)

۱) صفر　　۲) $\frac{۴}{۳}$　　۳) $\frac{۳}{۴}$　　۴) $\frac{۳}{۲}$

پاسخ: **گزینه‌ی (۳).**

معلومه نوسانگر از مکان $y_۱ = -\frac{A}{۲}$ به مکان $y_۲ = \frac{A}{۲}$ (یا برعکس) منتقل شده است.

$$\Delta y_۱ + \Delta y_۲ = A \xrightarrow{(\Delta y_۱ = \Delta y_۲)} \Delta y_۱ = \Delta y_۲ = \frac{A}{۲}$$



مکان $\frac{۱}{۲}A$ زاویه‌ی $\alpha = \frac{\pi}{۶}\text{rad}$ را تداعی می‌کند:

$$y = A\sin\alpha \Rightarrow \frac{۱}{۲}A = A\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{۶}\text{rad}$$

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow ۲\alpha = \omega\Delta t \Rightarrow ۲\times\frac{\pi}{۶} = \omega\times(۲\times ۰/۰۴) \Rightarrow \omega = \frac{۲۵\pi}{۶}\text{rad/s}$$

$$v_m = A\omega = (\frac{۰/۱۲}{۲})\times(\frac{۲۵\pi}{۶}) \xrightarrow{(\pi=۳)} v_m = ۰/۰۶\times\frac{۷۵}{۶} = \frac{۷۵}{۱۰۰} = \frac{۳}{۴}\text{m/s}$$

الگوی ۴ برای به‌دست آوردن ارتباط مکان و سرعت نوسانگر، از رابطه‌ی (۲ – ٤) یا (۲ – ٥) استفاده می‌کنیم. این رابطه‌ها کاربری مشابهی دارند و با توجه به اطلاعات داده‌شده، تصمیم می‌گیریم از کدام رابطه استفاده کنیم تا زودتر به جواب برسیم. دو تست زیر نشان می‌دهند انتخاب این رابطه‌ها با چه ضوابطی انجام می‌شود!

۴. در یک حرکت هماهنگ ساده، در لحظه‌ای که مکان نوسانگر $\frac{۱}{۵}$ مکان بیشینه است، سرعت نوسانگر چه کسری از سرعت بیشینه است؟ (آزاد تجربی- ۷۷)

۱) $\frac{۴}{۵}$　　۲) $\frac{\sqrt{۲۴}}{۵}$　　۳) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$　　۴) $\frac{۱۶}{۲۵}$

پاسخ: **گزینه‌ی (۲).**

$\frac{y}{A}$ داده شده، $\frac{v}{v_m}$ خواسته شده! شما رابطه‌ای بهتر از رابطه‌ی (۲- ۴) را برای حل این تست سراغ دارید؟!

$$(\frac{y}{A})^۲ + (\frac{v}{v_m})^۲ = ۱ \Rightarrow (\frac{۱}{۵})^۲ + (\frac{v}{v_m})^۲ = ۱ \Rightarrow (\frac{v}{v_m})^۲ = ۱ - \frac{۱}{۲۵} = \frac{۲۴}{۲۵} \Rightarrow \left|\frac{v}{v_m}\right| = \frac{\sqrt{۲۴}}{۵}$$

۵. دوره‌ی نوسانگر ساده‌ای $\frac{\pi}{۵۰}$ ثانیه و دامنه‌ی آن ۲ سانتی‌متر است. در لحظه‌ای که نوسانگر به اندازه‌ی $\sqrt{۳}\text{cm}$ از وضع تعادل دور شده است، بزرگی سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟ (سراسری تجربی- ۹۲)

۱) ۱　　۲) ۲　　۳) ۱۰　　۴) ۲۰

پاسخ: **گزینه‌ی (۱).**

چه از رابطه‌ی (۲- ۴) بخواهیم بریم، چه از رابطه‌ی (۲- ۵)، نیاز به ω داریم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۵۰}} = ۱۰۰\text{ rad/s}$$

حالا از (۲- ۴) بریم یا (۲- ۵)؟ تصمیم بگیرید!

«فکر کنم رابطه‌ی (۲-۴) بهتره. چون هم مکان رو داریم، هم دامنه رو، هم ω رو.»

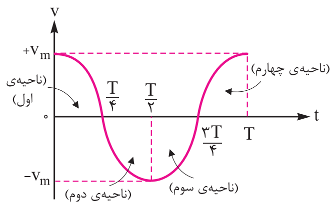
«بله! البته می‌تونید از رابطه‌ی (۲-۴) هم استفاده کنید؛ فقط باید v_m رو هم حساب کنید؛ یه ذره هم پرانتزهاش رو چپ و راست کنید!» همون (۲-۵) بهتره!

$$v = \pm\omega\sqrt{A^۲ - y^۲} = \pm ۱۰۰\times\sqrt{(۲)^۲ - (\sqrt{۳})^۲} = \pm ۱۰۰\times\sqrt{۴-۳} = \pm ۱۰۰\text{ cm/s} \Rightarrow |v| = ۱\text{m/s}$$

تیــزبـاش: بیشینه‌ی سرعت نوسانگر برابر است با: $v_m = A\omega = ۰/۰۲ \times ۱۰۰ = ۲ m/s$

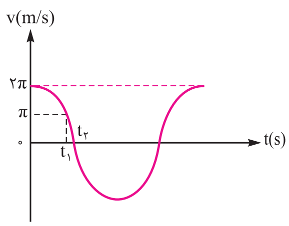
بزرگی سرعت نوسانگر در مرکز نوسان، بیشینه و برابر $۲ m/s$ و در سایر نقاط، کوچک‌تر از $۲ m/s$ است. پس فقط گزینه‌ی (۱) می‌تونه نظر ما رو جلب کنه!

الگوی ۵ (نمودار سرعت ـ زمان نوسانگر): با توجه به رابطه‌ی $v = v_m \cos \omega t$ ، نمودار سرعت ـ زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده همانند شکل (۲-۳) است. در بسیاری از تست‌های این الگو، سرعت نوسانگر در دو لحظه‌ی دل‌خواه $t_۱$ و $t_۲$ داده می‌شود و لازم می‌شود کمیت‌هایی مانند T ، ω و ... را حساب کنید. کاری که باید انجام دهید این است که با استفاده از رابطه‌ی $v = \pm v_m \cos \alpha$ ، جایگاه نقطه‌ی مرجع را در لحظات $t_۱$ و $t_۲$ تعیین و سپس $\Delta\varphi$ را حساب کنید. معمولاً گرِدنه‌ی حل تست، محاسبه‌ی $\Delta\varphi$ است و بقیه‌ی کمیت‌ها را به‌راحتی می‌توان از روی آن حساب کرد.



شکل (۲-۳)

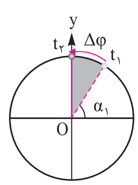
۶. نمودار سرعت ـ زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده، مطابق شکل زیر است. دامنه‌ی این نوسانگر چند سانتی‌متر است؟
$(t_۲ - t_۱ = ۰/۰۱s)$



۱) ۴π
۲) ۸π
۳) ۶
۴) ۱۲

پاسخ: گزینه‌ی (۴).

یک جمله‌ی تکراری: باید ببینیم در زمان داده‌شده، چه زاویه‌ای طی شده. برای این منظور، باید موقعیت نقطه‌ی مرجع را در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ مشخص کنیم. یه چشمتون به شکل باشه، یه چشمتون به ادامه‌ی نوشته‌هامون!



در لحظه‌ی $t_۱$: $v = v_m \cos\alpha \Rightarrow \pi = ۲\pi \cos\alpha_۱ \Rightarrow \cos\alpha_۱ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \alpha_۱ = \frac{\pi}{۳} rad$

در لحظه‌ی $t_۲$ ، سرعت نوسانگر برای اولین‌بار صفر می‌شود. بنابراین، نوسانگر در این لحظه به انتهای مسیر می‌رسد و نقطه‌ی مرجع در موقعیت $\alpha_۲ = \frac{\pi}{۲} rad$ واقع می‌شود:

$$\Delta\varphi = \alpha_۲ - \alpha_۱ = \frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۳} = \frac{\pi}{۶} rad/s$$

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{۶} = \omega \times ۰/۰۱ \Rightarrow \omega = \frac{۱۰۰\pi}{۶} rad/s$$

$$v_m = A\omega \Rightarrow ۲\pi = A \times \frac{۱۰۰\pi}{۶} \Rightarrow A = \frac{۱۲}{۱۰۰} m = ۱۲cm$$

شتاب نوسانگر هماهنگ ساده

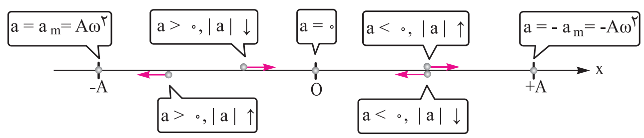
- معادله‌ی شتاب ـ زمان نوسانگر عبارت است از: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(A\omega \cos\omega t)}{dt} \Rightarrow a = -A\omega^۲ \sin\omega t$ رابطه‌ی (۲-۶)
- بیشینه‌ی بزرگی شتاب نوسانگر: $a_m = A\omega^۲$ رابطه‌ی (۲-۷)
- رابطه‌ی شتاب بیشینه و سرعت بیشینه: $a_m = (A\omega)\omega \xrightarrow{(رابطه‌ی ۲-۲)} a_m = \omega v_m$ رابطه‌ی (۲-۸)
- رابطه‌ی شتاب و فاز نوسانگر: $\varphi = \omega t \Rightarrow a = -a_m \sin\varphi$ رابطه‌ی (۲-۹)
- رابطه‌ی شتاب و مکان نوسانگر: $a = -A\omega^۲ \sin\omega t = -\omega^۲(A\sin\omega t) \Rightarrow a = -\omega^۲ y$ رابطه‌ی (۲-۱۰)

■ رابطه‌ی شتاب و سرعت نوسانگر:

$$\begin{cases} a=-a_m\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi=\dfrac{-a}{a_m} \\ v=v_m\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi=\dfrac{v}{v_m} \end{cases} \xrightarrow{(\sin^2\varphi+\cos^2\varphi=1)} \boxed{(\frac{a}{a_m})^2+(\frac{v}{v_m})^2=1}$$ رابطه‌ی (۲-۱۱)

$$\Rightarrow (\frac{a}{\omega v_m})^2+(\frac{v}{v_m})^2=1 \Rightarrow \frac{a^2}{\omega^2 v_m^2}+\frac{v^2}{v_m^2}=1 \Rightarrow a^2=\omega^2 v_m^2(\frac{v_m^2-v^2}{v_m^2}) \Rightarrow \boxed{a=\pm\omega\sqrt{v_m^2-v^2}}$$ رابطه‌ی (۲-۱۲)

الگوی ۱ (نحوه‌ی تغییر شتاب): طبق رابطه‌ی (۲-۱۰)، شتاب نوسانگر هماهنگ ساده متناسب با مکان نوسانگر اما در خلاف جهت آن است. پس جاهایی که مکان نوسانگر مثبت است $(y>0)$، شتاب آن منفی $(a<0)$ و جاهایی که مکان نوسانگر منفی است $(y<0)$، شتاب آن مثبت $(a>0)$ است. در ضمن، اگر نوسانگر از مرکز نوسان دور شود $(|y|\uparrow)$، بزرگی شتاب آن افزایش $(|a|\uparrow)$ و اگر به مرکز نزدیک شود $(|y|\downarrow)$، بزرگی شتاب آن کاهش $(|a|\downarrow)$ می‌یابد. بنابراین، بزرگی شتاب نوسانگر در دو انتهای مسیر، بیشینه و در مرکز نوسان صفر است.



شکل (۲-۴)

۷. معادله‌ی حرکت نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI، به‌صورت $y=0/1\sin\pi t$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، پس از لحظه‌ی $t=0$، اندازه‌ی شتاب نوسانگر برای دومین‌بار به بیشترین مقدار خود می‌رسد؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۱ ۴) ۱/۵

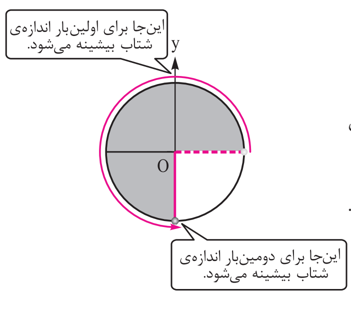
پاسخ: گزینه‌ی (۴).

ابتدا دوره‌ی حرکت نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} y=0/1\sin\pi t \\ y=A\sin\omega t \end{cases} \Rightarrow \omega=\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T}=\pi \Rightarrow T=2s$$

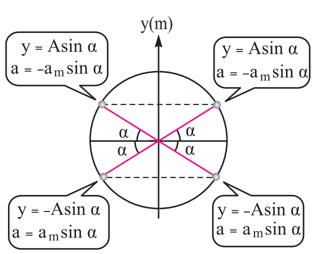
اندازه‌ی شتاب نوسانگر، در هنگام عبور از مکان $y=+A$ برای اولین‌بار و در هنگام عبور از مکان $y=-A$ برای دومین‌بار بیشینه می‌شود.

نقطه‌ی مرجع ۳ ربع دایره را طی می‌کند تا به مکان $y=-A$ برسد و این حرکت $\frac{3}{4}T$ طول می‌کشد.



$$\Delta t=\frac{3}{4}T=\frac{3}{4}\times 2=\frac{3}{2}=1/5s$$

الگوی ۲ (محاسبه‌ی سریع زمان تغییر شتاب): در خیلی از تست‌های کنکور، با سؤال‌هایی روبه‌رو می‌شویم که در آن‌ها زمان تغییر مکان، سرعت یا شتاب متحرک خواسته می‌شود. نحوه‌ی حل همه‌ی این تست‌ها شبیه هم است. بر اساس مکان، سرعت یا شتاب نوسانگر، موقعیت ابتدایی و انتهایی نقطه‌ی مرجع را مشخص و تغییر فاز نوسانگر را حساب می‌کنیم و در آخر، با استفاده از رابطه‌ی $\Delta\varphi=\omega\Delta t$ (یا هم‌ارزی $T\equiv 2\pi$)، زمان سپری‌شده را به‌دست می‌آوریم. موقعیت نقطه‌ی مرجع (با توجه به شتاب متحرک) را می‌توانید با توجه به شکل (۲-۵) تشخیص دهید.



شکل (۲-۵)

۸. ذره‌ای دارای حرکت هماهنگ ساده با دوره‌ی T می‌باشد. در یک لحظه شتاب حرکت، نصف شتاب بیشینه $(\frac{a_m}{2})$ است. کم‌ترین زمان لازم برای آن که این شتاب به قرینه‌ی مقدار اولیه $(-\frac{a_m}{2})$ تبدیل شود، کدام است؟ (آزاد ریاضی- ۷۳)

۱) $\frac{T}{2}$ ۲) $\frac{T}{3}$ ۳) $\frac{T}{6}$ ۴) $\frac{T}{4}$