

صفحه	عنوان	صفحه	عنوان
۱۰۴	تست‌های ترکیبی (sin , cos , tan).....	۷	فصل اول: مجموعه، الگو و دنباله.....
۱۰۵	نسبت‌های مثلثاتی خاص.....	۸	مفاهیم اولیه مجموعه‌ها.....
۱۰۸	کاربرد مثلثات در ارتفاع و فاصله.....	۱۰	اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها.....
۱۱۰	مساحت با استفاده از سینوس.....	۱۴	تعریف بازه و مفاهیم اولیه.....
۱۱۲	دایره مثلثاتی.....	۱۵	اجتماع و اشتراک و تفاضل بازه‌ها.....
۱۱۵	تعیین علامت در دایره مثلثاتی.....	۱۷	مجموعه‌های متناهی و نامتناهی.....
۱۲۰	شیب خط و تانژانت.....	۱۹	مجموعه مرجع و متمم.....
۱۲۲	نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های متمم.....	۲۳	تعداد اعضا.....
۱۲۳	اتحادهای مثلثاتی.....	۲۵	الگو.....
۱۲۸	تعیین مقادیر مثلثاتی برای تمام زاویه‌ها.....	۲۷	جمله عمومی و الگوی خطی.....
۱۳۳	مینیمم و ماکزیمم عبارت‌های مثلثاتی.....	۲۸	جمله عمومی غیرخطی.....
۱۳۵	پاسخنامه فصل دوم.....	۳۰	رابطه بازگشتی.....
۱۷۳	فصل سوم: توان‌های گویا و عبارت‌های جبری.....	۳۱	دنباله حسابی.....
۱۷۴	ریشه و توان عددهای حقیقی.....	۳۲	جمله عمومی دنباله حسابی.....
۱۷۶	ریشه n ام.....	۳۴	خاصیت دنباله حسابی (واسطه حسابی بین دو عدد).....
۱۷۷	ریشه n ام و قدرمطلق.....	۳۵	درج چند واسطه حسابی بین دو عدد.....
۱۷۹	قوانین مربوط به ریشه n ام.....	۳۹	مسئله‌های دنباله حسابی.....
۱۸۰	توان‌رسانی با توان‌های گویا.....	۴۰	مجموع چند جمله دنباله حسابی.....
۱۸۳	محاسبات توان و ریشه.....	۴۱	دنباله هندسی.....
۱۸۵	مقایسه اعداد توان‌دار با توان‌های گویا.....	۴۲	جمله عمومی دنباله هندسی.....
۱۸۶	معادلات توانی با توان گویا و ریشه n ام.....	۴۵	درج چند واسطه هندسی بین دو عدد.....
۱۸۸	اتحاد مکعب دو جمله‌ای.....		به‌دست آوردن جمله اول و قدرنسبت دنباله هندسی با توجه
۱۹۰	اتحاد مجموع و تفاضل مکعب‌ها (چاق و لاغر).....	۴۶	به روابط بین جمله‌ها.....
۱۹۱	روش‌های تجزیه کردن.....	۴۹	مسئله‌های دنباله هندسی.....
۱۹۵	کوچکترین مضرب مشترک و بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک.....	۵۰	پاسخنامه فصل اول.....
۱۹۶	ساده کردن عبارت‌های گویا و مخرج مشترک‌گیری.....	۹۵	فصل دوم: مثلثات.....
۱۹۹	گویا کردن مخرج عبارت‌های رادیکالی با استفاده اتحادها.....	۹۶	تشابه.....
۲۰۳	پاسخنامه فصل سوم.....	۹۸	تانژانت.....
۲۳۳	فصل چهارم: معادلات و نامعادلات.....	۹۹	سینوس.....
۲۳۴	تعریف و مفهوم معادله درجه ۲.....	۱۰۲	کسینوس.....

صفحه	عنوان	صفحه	عنوان
۳۵۶	توابع چندضابطه‌ای (قطعه‌ای).....	۲۳۵	حل معادله درجه دوم به روش تجزیه.....
۳۶۰	توابع چندجمله‌ای.....	۲۳۶	حل معادله درجه دوم به روش ریشه دوم و مربع کامل.....
۳۶۲	تغییر متغیر.....	۲۳۸	حل معادله درجه دوم به روش فرمول کلی (Δ).....
۳۶۴	پاسخنامه فصل پنجم.....	۲۳۹	تعداد جواب‌های معادله درجه دوم با استفاده از Δ
۴۰۱	فصل ششم: ترکیبیات.....	۲۴۰	روابط بین ریشه‌های معادله درجه دوم.....
۴۰۲	نمودار درختی.....	۲۴۱	معادله‌های شامل عبارت‌های گویا.....
۴۰۳	اصول شمارش (اصل ضرب و اصل جمع).....	۲۴۳	معادلات قابل تبدیل به معادله درجه دوم (تغییر متغیر).....
۴۰۸	فاکتوریل.....	۲۴۵	حل مسئله با استفاده از معادله درجه دوم.....
۴۰۹	جایگشت.....		حل معادله‌های دیگر و معادله‌های درجه بالاتر با استفاده از
۴۱۲	ترتیب (تبدیل).....	۲۴۶	معادله‌های درجه دوم.....
۴۱۴	ترکیب (انتخاب).....	۲۴۷	سهمی و نمودار سهمی.....
۴۱۷	تعداد زیرمجموعه‌ها.....		کم‌ترین و بیش‌ترین مقدار عبارت‌های درجه ۲ (مینیمم و
۴۱۹	اصل ضرب، تبدیل و ترکیب.....	۲۵۳	ماکزیمم).....
۴۲۲	پاسخنامه فصل ششم.....	۲۵۵	تعیین علامت.....
۴۳۹	فصل هفتم: آمار و احتمال.....	۲۵۸	تعیین علامت چندجمله‌ای درجه دوم.....
۴۴۰	پیشامدهای تصادفی.....	۲۶۰	نامعادله درجه اول.....
۴۴۲	جبر پیشامدها.....	۲۶۲	نامعادله‌های خطی درجه اول شامل قدرمطلق.....
۴۴۵	احتمال رخداد یک پیشامد (اندازه‌گیری شانس).....	۲۶۳	نامعادلات درجه دوم.....
۴۴۸	احتمال ترکیباتی.....	۲۶۶	تعداد ریشه‌ها و نامعادلات درجه دوم.....
۴۵۴	جبر پیشامدها و احتمال.....	۲۶۷	نامعادلات شامل عبارت‌های گویا.....
۴۵۵	قوانین احتمال.....	۲۶۹	نامعادلات درجه دوم شامل قدرمطلق.....
۴۵۸	احتمال پیشامدهای ناسازگار.....	۲۷۱	نامعادلات درجه بالاتر.....
۴۶۰	مجموع احتمالات برابر با یک.....	۲۷۲	پاسخنامه فصل چهارم.....
۴۶۱	احتمال پیشامد متمم.....	۳۲۵	فصل پنجم: تابع.....
۴۶۴	مقدمه‌ای بر علم آمار.....	۳۲۶	رابطه و تابع (زوج مرتب و بازنمایی تابع).....
۴۶۴	جامعه و نمونه و اندازه.....		دامنه و برد توابع از روی جدول، زوج مرتب، نمودار ون و
۴۶۵	متغیر و مقدار متغیر.....	۳۳۲	نمودار مختصاتی.....
۴۶۶	انواع متغیرها.....	۳۳۴	ضابطه.....
۴۶۷	انواع متغیرهای کمی و کیفی.....	۳۳۷	مقداردهی در توابع.....
۴۷۱	پاسخنامه فصل هفتم.....	۳۴۰	توابع خطی.....
۴۹۹	پاسخنامه کلیدی.....	۳۴۳	توابع ثابت و همانی.....
		۳۴۵	تابع قدرمطلق و رسم توابع قدرمطلق به کمک انتقال.....
			توابع چندجمله‌ای درجه دوم و رسم توابع درجه دوم به
		۳۴۹	کمک انتقال.....

فصل اول

مجموعه، الگو و دنباله

مفاهیم اولیهٔ مجموعه‌ها

هر دستهٔ مشخص شده از اشیاء را یک **مجموعه** و آن اشیاء را **اعضای آن مجموعه** می‌نامند.

مثلاً مجموعهٔ اعداد طبیعی زوج یک‌رقمی عبارتند از $\{2, 4, 6, 8\}$.

عضویت یک شیء در یک مجموعه را با استفاده از نماد \in و عدم عضویت را با نماد \notin نشان می‌دهیم.

اگر $A = \{1, 2, \{3, 4\}\}$ ، در این صورت داریم $\{4\} \notin A$ ، $\{3, 4\} \in A$ و $3 \notin A$ و $2 \in A$.

مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد را **مجموعهٔ تهی** می‌نامند و آن را با نماد \emptyset یا $\{\}$ نشان می‌دهند.

مثلاً مجموعهٔ اعداد اول بخش‌پذیر بر ۶ تهی است.

اگر هر عضو مجموعهٔ A عضوی از مجموعهٔ B و هر عضو مجموعهٔ B عضوی از مجموعهٔ A باشد، این دو مجموعه

را **مساوی** می‌نامیم و می‌نویسیم $A = B$.

مثلاً $\{1, 2, 3\} = \{1, 2, 2, 3, 3, 3\}$.

مثال اگر $\{x+1, y-1\} = \{1\}$ باشد، مقادیر x و y را به دست آورید.

پاسخ

$$x+1=1 \Rightarrow x=0$$

$$y-1=1 \Rightarrow y=2$$

اگر C و D دو مجموعه باشند، به طوری که هر عضو C عضو D نیز باشد، می‌گوییم C یک زیرمجموعهٔ D است.

زیرمجموعه بودن را با نماد \subset و زیرمجموعه نبودن را با نماد $\not\subset$ نشان می‌دهیم.

مجموعهٔ تهی زیرمجموعهٔ هر مجموعه‌ای است.

هر مجموعه، زیرمجموعهٔ خودش است.

مثال اگر $A = \{\{1\}, 2\}$ ، تمام زیرمجموعه‌های A را بنویسید.

پاسخ

$$\{\}, \{\{1\}\}, \{2\}, \{\{1\}, 2\}$$

مثال اگر $A = \{\emptyset, 1, \{2, 3\}\}$ باشد، کدام یک از موارد زیر درست هستند؟

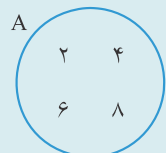
$$\emptyset \in A, \emptyset \subset A, \{\{\}\} \subset A, 1 \in A, 2 \notin A, \{2, 3\} \subset A$$

پاسخ

همهٔ موارد درست هستند.

نمایش مجموعه‌ها:

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$



مجموعه‌ها را می‌توان با نوشتن **اعضای آن** نمایش داد:

مجموعه‌ها را می‌توان با **نمودار ون** نمایش داد:

$$A = \{2k \mid k \in \mathbb{N}, k < 5\}$$

شرطی که عضوها را معلوم می‌کند به‌طوری‌که

- مجموعه‌ها را می‌توان با نماد ریاضی نمایش داد:

مثال مجموعه $A = \left\{ \frac{2x^2}{1+x^2} \mid x \in \mathbb{N}, x < 5 \right\}$ را با نوشتن اعضای آن نمایش دهید.

$$A = \left\{ \frac{2x^2}{1+x^2} \mid x \in \mathbb{N}, x < 5 \right\} = \left\{ 1, \frac{8}{5}, \frac{18}{10}, \frac{32}{17} \right\}$$

پاسخ

مثال مجموعه $A = \{3, 5, 9, 17\}$ را با نماد ریاضی نمایش دهید.

$$A = \{3, 5, 9, 17\} = \{2^x + 1 \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$$

پاسخ

مجموعه‌های ریاضی مهم:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ : مجموعه اعداد طبیعی}$$

$$\mathbb{W} = \mathbb{I} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ : مجموعه اعداد حسابی}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} \text{ : مجموعه اعداد صحیح}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\} \text{ : مجموعه اعداد گویا}$$

$$\mathbb{Q}' = \{x \mid x \notin \mathbb{Q}\} \text{ : مجموعه اعداد گنگ}$$

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' \text{ : مجموعه اعداد حقیقی}$$

رابطه بین این مجموعه‌ها به شکل زیر است:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}, \quad \mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R}, \quad \mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$$

1. اگر مجموعه‌های اعداد حقیقی، صحیح و طبیعی را به ترتیب با \mathbb{R} ، \mathbb{Z} و \mathbb{N} نشان دهیم، کدام رابطه درست است؟

(۱) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$ (۲) $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N}$ (۳) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}$ (۴) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{Z}$

(کنکور)

2. کدام مجموعه، زیرمجموعه سایر مجموعه‌ها است؟

(۱) $\{\{\emptyset\}\}$ (۲) $\emptyset \cup \{\emptyset\}$ (۳) $\emptyset \cap \{\emptyset\}$ (۴) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

3. کدام مجموعه زیر تهی است؟

(۱) $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0\}$ (۲) $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x - 3 \in \mathbb{N}\}$

(۳) $C = \{x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{x}{3} \notin \mathbb{R}\}$ (۴) $D = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x} \in \mathbb{N}\}$

4. اگر $A = \{2, \{2\}\}$ باشد، چه تعداد از روابط زیر درست است؟

(الف) $\{2\} \in A$ (ب) $\{2\} \subseteq A$ (ج) $2 \in A$ (د) $\{2, \{2\}\} \in A$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(مسابقات ریاضی بلژیک)

۵. مجموعه $E = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ مفروض است. کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- (۱) $\{1, 2\} \subseteq E$ (۲) $\{1, 2\} \in E$ (۳) $\emptyset \subseteq E$ (۴) $\{1\} \in E$

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۶)

۶. اگر $A = \{2\}$ ، $B = \{2, \{2\}\}$ و $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$ ، کدام رابطه نادرست است؟

- (۱) $B \subseteq C$ (۲) $A \subseteq B$ (۳) $A \in B$ (۴) $B \in C$

۷. اگر $\{\{x\}, \{y, x\}\} = \{\{z\}, \{t, z\}\}$ ، آنگاه همواره کدام نتیجه‌گیری درست است؟

- (۱) $x = z$ و $y = t$ (۲) $x = t$ و $y = z$ (۳) $x = y$ و $z = t$ (۴) $x = y = z = t$

۸. اگر دو مجموعه $A = \{3, x, -y\}$ و $B = \{3, -4, -7\}$ با هم مساوی باشند، مقدار xy کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) -۲۸ (۳) ± 28 (۴) ± 7

۹. ★ اگر $\{1, 2, 3, 4, 5, c, d\} = \{2, 3, 4, 6, 7, a, b\}$ ، آنگاه $a + b + c + d$ چه قدر است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۲۸ (۳) ۱۳ (۴) ۲۱

۱۰. ★ در کدام یک از گزینه‌ها، گزاره‌نمای نوشته شده برای مجموعه نادرست است؟

- (۱) $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}\}$ ، $A = \{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$ (۲) $B = \{3^x \mid x \in \mathbb{N}\}$ ، $B = \{3, 9, 27, 81, \dots\}$
 (۳) $C = \{\frac{n-1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ ، $C = \{0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots\}$ (۴) $D = \{x \mid \frac{x}{3} \in \mathbb{N}\}$ ، $D = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$

۱۱. اگر $A = \{-3, -1, 1, 2\}$ و $B = \{x \mid x = \frac{k}{k^2}, x \in \mathbb{Z}, k \in A\}$ ، آنگاه مجموعه B چندعضوی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲. مجموعه S مجموعه اعداد طبیعی فرد و مضرب ۳ شروع از ۳ و ختم به ۶۳ است. یک زیرمجموعه حداقل چندعضوی از

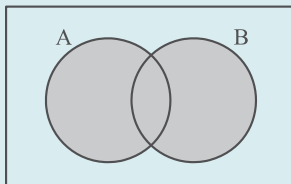
(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۴)

S انتخاب شود که مطمئن باشیم شامل دو عضو با مجموع ۶۶ است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

اجتماع دو مجموعه A و B ، مجموعه تمام اعضای است که به A یا B (یا هر دوی آنها) تعلق دارد.



$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

مثال اگر $A = \{1, 2, \{2, 3\}\}$ و $B = \{1, \{2\}\}$ باشد، $A \cup B$ را به دست آورید.

$$A \cup B = \{1, 2, \{2, 3\}, \{2\}\}$$

پاسخ