

## درس چهارم: قدرمطلق و ویژگی‌های آن

### تعریف

قدرمطلق عدد حقیقی  $a$  را با  $|a|$  نشان می‌دهیم و این طور تعریف می‌کنیم:

$$|a| = \begin{cases} -a & a < 0 \\ a & a \geq 0 \end{cases}$$

### ویژگی‌های قدرمطلق

اگر  $a$  و  $b$  عددهایی حقیقی باشند، آن‌گاه

$$\sqrt{a^2} = |a| \quad -1 \leq |a| \leq 1$$

$$|a^2| = |a|^2 = a^2 \quad -3 \leq |a| \leq 3$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad -5 \leq |ab| \leq 5$$

$$-|a| \leq a \leq |a| \quad -7 \leq |a| \leq 7$$

اگر  $b < 0 < a$  و  $|a| > |b|$ ، حاصل  $|a+b| + |a| + |b|$  برابر کدام است؟

- ۱)  $-2b$       ۲)  $-2a$       ۳)  $2a$       ۴)  $2b$

پاسخ: از  $b < 0 < a$  نتیجه می‌گیریم  $|b| = -b$  و  $|a| = a$ ، بنابراین از نابرابری  $|a| > |b|$  نتیجه می‌شود

$$a > -b \Rightarrow a + b > 0 \Rightarrow |a + b| = a + b$$

پس حاصل عبارت مورد نظر برابر  $a + b + a - b = 2a$  می‌شود.

اگر  $x^2 + x \leq 0$ ، حداکثر مقدار عبارت  $A = \sqrt{x^2 - 4x + 4} - 3\sqrt{x^2 + 2x + 1}$  کدام است؟

- ۱)  $3$       ۲)  $4$       ۳)  $-2$       ۴)  $-1$

پاسخ: از نامعادله  $x^2 + x \leq 0$ ، محدوده  $x$  را مشخص می‌کنیم:

$$x(x+1) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 0$$

عبارت داده شده را برحسب قدرمطلق می‌نویسیم و آن را با توجه به این که  $-1 \leq x \leq 0$  ساده می‌کنیم:

$$A = \sqrt{(x-2)^2} - 3\sqrt{(x+1)^2} = \underbrace{|x-2|}_{\text{منفی}} - 3 \underbrace{|x+1|}_{\text{نامنفی}} = -(x-2) - 3(x+1) = -4x - 1$$

از طرف دیگر،

$$-1 \leq x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq -4x \leq 4 \Rightarrow -1 \leq -4x - 1 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq A \leq 3$$

پس حداکثر مقدار  $A$  برابر  $3$  است.

## معادلات و نامعادلات شامل قدرمطلق

برای حل معادلات و نامعادلات شامل قدرمطلق می‌توانیم از تعریف قدرمطلق و ویژگی‌های زیر استفاده کنیم:

- ۱- اگر  $a \geq 0$  و  $|x| = a$ ، آن‌گاه  $x = \pm a$ .
- ۲- اگر  $|x| = |a|$ ، آن‌گاه  $x = \pm a$ .
- ۳- اگر  $a > 0$  و  $|x| < a$ ، آن‌گاه  $-a < x < a$ .
- ۴- اگر  $a \geq 0$  و  $|x| \leq a$ ، آن‌گاه  $-a \leq x \leq a$ .
- ۵- اگر  $a > 0$  و  $|x| > a$ ، آن‌گاه  $x > a$  یا  $x < -a$ .
- ۶- اگر  $a \geq 0$  و  $|x| \geq a$ ، آن‌گاه  $x \geq a$  یا  $x \leq -a$ .

### تست ۳

مجموع ریشه‌های معادله  $||2-x|-3|=4$  کدام است؟

- ۱) -۴      ۲) ۶      ۳) ۴      ۴) -۶

پاسخ: ابتدا توجه کنید که  $|2-x|-3 = \pm 4$ ، پس دو حالت زیر پیش می‌آید:

$$|2-x|-3 = -4 \Rightarrow |2-x| = -1 \xrightarrow{|2-x| \geq 0} \text{ریشه ندارد}$$

$$|2-x|-3 = 4 \Rightarrow |2-x| = 7 \Rightarrow 2-x = \pm 7 \Rightarrow x = -5, x = 9$$

پس مجموع ریشه‌های معادله برابر است با  $9 - 5 = 4$ .

### تست ۴

اگر  $|4x-x^2| = |x+2|$ ، مجموع مقادیرهای به‌دست آمده برای  $x$  کدام است؟

- ۱) ۳      ۲) ۴      ۳) ۵      ۴) ۸

پاسخ: تساوی  $|a| = |b|$  با  $a = \pm b$  معادل است، پس

$$|4x-x^2| = |x+2| \Rightarrow 4x-x^2 = \pm(x+2) \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x^2 - 5x - 2 = 0 \end{cases}$$

اگر معادله‌ی درجه‌ی دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  دو ریشه داشته باشد، مجموع ریشه‌ها از رابطه‌ی  $S = \frac{-b}{a}$  به‌دست می‌آید. بنابراین مجموع ریشه‌های معادله‌ی اول برابر ۳ و مجموع ریشه‌های معادله‌ی دوم برابر ۵ است. در نتیجه مجموع چهار ریشه‌ی معادله‌ی اصلی برابر ۸ است.

### تست ۵

مجموع ریشه‌های معادله  $|3|x-2|+|x-1|=4$  برابر است با

- ۱) ۴      ۲)  $\frac{7}{2}$       ۳)  $-\frac{7}{2}$       ۴) صفر

پاسخ: با توجه به ریشه‌ی عبارت‌های داخل قدرمطلق حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

$$x < 1: |x-2| = 2-x, |x-1| = 1-x \Rightarrow 3(2-x) + (1-x) = 4 \Rightarrow -4x = -3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$1 \leq x < 2: |x-2| = 2-x, |x-1| = x-1 \Rightarrow 3(2-x) + (x-1) = 4 \Rightarrow -2x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ (غ.ق.ق)}$$

$$x \geq 2: |x-2| = x-2, |x-1| = x-1 \Rightarrow 3(x-2) + (x-1) = 4 \Rightarrow 4x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{4}$$

بنابراین مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{11}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{2}$  می‌شود.

## تست ۶

معادله‌ی  $x^2 + 2x + 3 = 3|x + 1|$  چند ریشه دارد؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

پاسخ: معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$x^2 + 2x + 1 + 2 = 3|x + 1| \Rightarrow (x + 1)^2 + 2 = 3|x + 1| \Rightarrow |x + 1|^2 - 3|x + 1| + 2 = 0$$

فرض می‌کنیم  $|x + 1| = t$ . در این صورت

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow (t - 1)(t - 2) = 0 \Rightarrow t = 1, t = 2$$

$$|x + 1| = 1 \Rightarrow x = -2, x = 0$$

$$|x + 1| = 2 \Rightarrow x = -3, x = 1$$

بنابراین معادله چهار ریشه دارد.

## تست ۷

مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $||x - 2| - 1| \leq 2$  شامل چند عدد صحیح است؟

۶ (۱)      ۷ (۲)      ۸ (۳)      ۹ (۴)

پاسخ: اگر  $|u| \leq a$ ، آن‌گاه  $-a \leq u \leq a$ . بنابراین از نامعادله‌ی  $||x - 2| - 1| \leq 2$  نتیجه می‌گیریم

$$-2 \leq |x - 2| - 1 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq |x - 2| \leq 3 \xrightarrow{|x - 2| \geq 0} 0 \leq |x - 2| \leq 3$$

$$\Rightarrow -3 \leq x - 2 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5$$

پس عددهای صحیح  $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$  در نامعادله صدق می‌کنند که تعداد آن‌ها ۷ تاست.

## تست ۸

چند عدد صحیح مانند  $x$  در نابرابری  $|x^2 - 4| \leq 3x$  صدق می‌کنند؟

۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۴ نامتناهی (۴)

پاسخ: با توجه به جدول تعیین علامت زیر می‌توان نوشت

$$x \leq -2: x^2 - 4 \leq 3x \Rightarrow x^2 - 3x - 4 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 4 \quad (\text{غ.ق.ق})$$

$$-2 < x < 2: -(x^2 - 4) \leq 3x \Rightarrow x^2 + 3x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \leq -4 \text{ یا } x \geq 1 \xrightarrow{-2 < x < 2} 1 \leq x < 2$$

$$x \geq 2: x^2 - 4 \leq 3x \Rightarrow x^2 - 3x - 4 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 4 \xrightarrow{x \geq 2} 2 \leq x \leq 4$$

پس جواب، اجتماع دو بازه‌ی  $[2, 4]$  و  $[1, 2)$  است که برابر با  $[1, 4]$  می‌شود و شامل چهار عدد صحیح ۱،

۲، ۳ و ۴ است.

$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$
$x^2 - 4$		+	-	+

## نابرابری مثلث

اگر  $a$  و  $b$  عددهایی حقیقی باشند، آن‌گاه

$$\bullet |a| + |b| \geq |a + b| \text{ و تساوی برقرار است اگر و فقط اگر } ab \geq 0.$$

$$\bullet |a| + |b| \geq |a - b| \text{ و تساوی برقرار است اگر و فقط اگر } ab \leq 0.$$

تست ۹

کمترین مقدار عبارت  $A = 2|x-3| + |7-2x|$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۱۰      (۴) ۷

پاسخ: عبارت  $A$  را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$A = |2x-6| + |7-2x|$$

با توجه به نابرابری مثلث،

$$A \geq |2x-6+7-2x| \Rightarrow A \geq 1$$

پس کمترین مقدار عبارت  $A$  برابر ۱ است.

تست ۱۰

معادله‌ی  $|2x-3| + |x+2| = |x-5|$  چند جواب صحیح دارد؟

- (۱) ۶      (۲) ۵      (۳) ۴      (۴) نامتناهی

پاسخ: با توجه به این‌که  $|-a|=|a|$ ، معادله را به صورت زیر می‌نویسیم تا از نابرابری مثلث استفاده کنیم:

$$\underbrace{|2x-3|}_a + \underbrace{|-x-2|}_b = \underbrace{|x-5|}_{a+b}$$

در نابرابری مثلث حالت تساوی، یعنی  $|a+b|=|a|+|b|$ ، وقتی اتفاق می‌افتد که  $ab \geq 0$ ، پس

$$(2x-3)(-x-2) \geq 0 \Rightarrow (2x-3)(x+2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq \frac{3}{2}$$

بنابراین مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله شامل چهار عدد صحیح  $-2$ ،  $-1$ ،  $0$  و  $1$  است.

تست ۱۱

مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $|x+2| + |x-4| > 2|x-1|$  به صورت  $|x-a| < b$  است. حاصل  $b-2a$ 

کدام است؟

- (۱)  $-2$       (۲)  $-1$       (۳) ۲      (۴) ۱

پاسخ: نامعادله را به کمک نابرابری مثلث حل می‌کنیم:

$$|2x-2| < |x+2| + |x-4| \Rightarrow \underbrace{|(x+2)+(x-4)|}_{a+b} < \underbrace{|x+2|}_a + \underbrace{|x-4|}_b \Rightarrow (x+2)(x-4) < 0 \Rightarrow -2 < x < 4$$

نابرابری  $-2 < x < 4$  را می‌توان به صورت  $-3 < x-1 < 3$  نوشت که می‌شود  $|x-1| < 3$ . در نتیجه  $a=1$ و  $b=3$ ، پس  $b-2a=1$ .

### رسم تابع‌های شامل قدر مطلق

برای رسم نمودار تابع‌های شامل قدر مطلق می‌توانیم با توجه به علامت عبارت‌های داخل قدر مطلق و بازه‌بندی دامنه‌ی تابع، ضابطه‌ی تابع را بدون قدر مطلق بنویسیم. سپس در هر بازه از دامنه‌ی تابع نمودار آن را رسم می‌کنیم.

تست ۱۲

مساحت ناحیه‌ای که نمودار تابع  $y = x - 3|x-1| + 2$  با محور  $x$  می‌سازد، کدام است؟

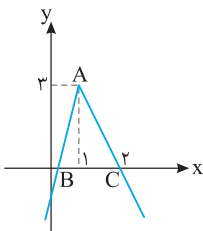
- (۱)  $\frac{21}{4}$       (۲)  $\frac{21}{8}$       (۳)  $\frac{27}{8}$       (۴)  $\frac{27}{4}$

پاسخ: ابتدا توجه کنید که

$$f(x) = \begin{cases} x + 3(x-1) + 2 = 4x - 1 & x < 1 \Rightarrow 4x - 1 = 0 \Rightarrow x_B = \frac{1}{4} \\ x - 3(x-1) + 2 = -2x + 5 & x \geq 1 \Rightarrow -2x + 5 = 0 \Rightarrow x_C = \frac{5}{2} \end{cases}$$

پس مساحت مثلث  $ABC$  برابر است با

$$S = \frac{1}{2} (\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}) = \frac{1}{2} \times 3 \times \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{27}{8}$$



## تست ۱۳

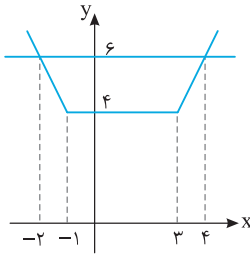
از برخورد خط  $y=6$  با نمودار تابع  $y=|x+1|+|x-3|$  یک دوزنقه پدید می‌آید. مساحت دوزنقه چقدر است؟

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

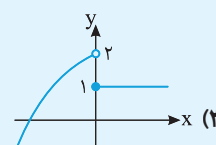
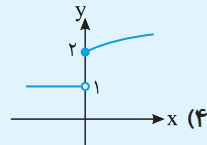
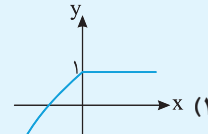
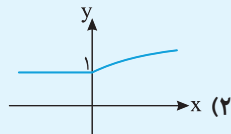
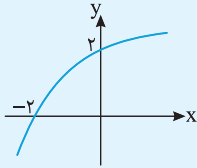


پاسخ: نمودار تابع  $y=|x+1|+|x-3|$  به صورت مقابل است. طول ارتفاع دوزنقه برابر ۲، طول قاعده‌ی کوچک برابر ۴ و طول قاعده‌ی بزرگ برابر با ۶ است، پس

$$S = \frac{1}{2} \times (4+6) \times 2 = 10$$

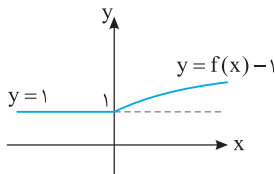
## تست ۱۴

اگر نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل باشد، نمودار تابع  $y = \frac{|f(x)-2|+f(x)}{2}$  کدام است؟



پاسخ: ضابطه‌ی تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y = \frac{|f(x)-2|+f(x)}{2} = \begin{cases} \frac{(f(x)-2)+f(x)}{2} = f(x)-1 & f(x) > 2 \\ \frac{-(f(x)-2)+f(x)}{2} = 1 & f(x) \leq 2 \end{cases}$$



پس به ازای مقدارهایی از  $x$  که  $f(x) > 2$ ، یعنی سمت راست محور  $y$ ، نمودار  $y=f(x)$  یک واحد به پایین منتقل می‌شود و به ازای مقدارهایی از  $x$  که  $f(x) \leq 2$ ، یعنی سمت چپ محور  $y$ ، خط افقی  $y=1$  رسم می‌شود.

## تست ۱۵

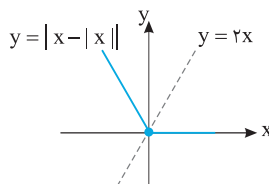
تعداد ریشه‌های معادله  $|x-|x|| = 2x$  چندتا است؟

۴ نامتناهی

۲ (۳)

۱ (۲)

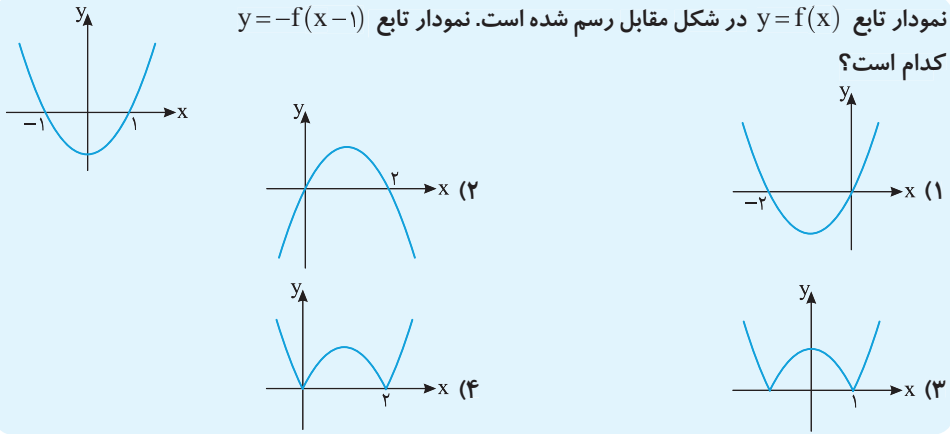
۱ (۱)



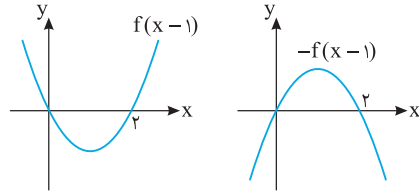
پاسخ: به ازای  $x \geq 0$ ،  $x-|x|=0$  و به ازای  $x < 0$ ،  $x-|x|=2x$ . بنابراین نمودار تابع  $y=|x-|x||$  به صورت مقابل است. این نمودار با نمودار  $y=2x$  فقط در نقطه‌ی  $x=0$  برخورد می‌کند، بنابراین معادله‌ی مورد نظر فقط یک ریشه دارد.

روش رسم نمودار  $y=|f(x)|$ 

- نمودار  $y=-f(x)$  قرینه‌ی نمودار  $y=f(x)$  نسبت به محور  $x$  است.
- برای رسم نمودار  $y=|f(x)|$  کافی است نمودار  $y=f(x)$  را رسم کنیم، سپس تصویر آینه‌وار قسمتی از نمودار را که زیر محور  $x$  است نسبت به محور  $x$  رسم می‌کنیم، بعد قسمتی را که زیر محور  $x$  است حذف می‌کنیم.



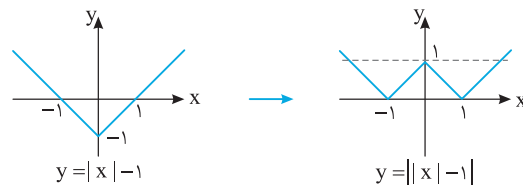
پاسخ: ابتدا نمودار را یک واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع  $y = f(x-1)$  به دست بیاید، سپس تصویر آینه‌وار آن را نسبت به محور  $x$  به دست می‌آوریم تا نمودار  $y = -f(x-1)$  به دست بیاید.



خط  $y = k$  نمودار تابع  $y = ||x|-1|$  را در سه نقطه قطع می‌کند. مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳)  $\sqrt{2}$       (۴)  $\frac{1}{2}$

پاسخ: ابتدا نمودار  $y = |x|$  را یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم تا  $y = |x|-1$  به دست آید، سپس از روی آن  $y = ||x|-1|$  را رسم می‌کنیم:



این نمودار تنها خط  $y = 1$  را در سه نقطه قطع می‌کند. بنابراین  $k = 1$ .



۲۴۷- اگر  $|2a| + |-a| \leq 6$  و  $b < b^f < |b|$ ، حدود مقادیرهای  $a-b$  کدام است؟

- (۱)  $(-3, 2)$  (۲)  $(-4, 1)$  (۳)  $(-1, 4)$  (۴)  $(-2, 3)$

۲۴۸- اگر  $x \geq \frac{1}{2}$ ، در میان مقادیرهای عبارت  $M = |2x-1| - |2x-3|$  چند عدد صحیح وجود دارد؟

- (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۴۹- اگر  $-1 < a < 0$  و  $|x-a| = a^2$ ، حدود مقادیرهای  $x$  کدام است؟

- (۱)  $(-1, 0)$  (۲)  $(0, 1)$  (۳)  $(-2, 0)$  (۴)  $(0, 2)$

۲۵۰- اگر  $a < 0$  و  $ab < 0$ ، مقدار  $\frac{1}{|a-b-2| - |b-a+3|}$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $-\frac{1}{5}$  (۳) ۱ (۴) -۱

۲۵۱- اگر  $a$  و  $b$  عددهایی متمایز باشند،  $a < 1$  و  $a = \left| \frac{a-b}{a+b} \right|$ ، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $ab < 0$  (۲)  $ab > 0$  (۳)  $ab \leq 0$  (۴)  $a+b < 0$

۲۵۲- اگر  $a$  و  $b$  عددهای غیر صفر باشند و  $ab = |a-b| + (b-a)|a-b|$ ، کدام گزینه حتماً درست است؟

- (۱)  $ab < 0$  (۲)  $ab > 0$  (۳)  $a+b > 0$  (۴)  $a+b < 0$

۲۵۳- اگر  $|x+1| \leq 6$ ، بیشترین مقدار عبارت  $x|x| - 2x + 1$  چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۱۶ (۴) ۲۰

۲۵۴- اگر  $-3 \leq x \leq 5$ ، مجموع حداقل و حداکثر مقدار تابع  $f(x) = ||x+1| - 8|$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۲۵۵- اگر  $x^2 \leq |x|$ ، بیشترین مقدار عبارت  $A = |x^2 - 1| - |x| - 1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴) صفر

۲۵۶- اگر  $a < |a|$ ، کمترین مقدار عبارت  $|4a-3b| + |b-2c|$  در کدام حالت به دست می‌آید؟

- (۱)  $a < b < c$  (۲)  $a < c < b$  (۳)  $b < c < a$  (۴)  $b < a < c$

۲۵۷- کمترین مقدار عبارت  $|x-2| + |2x+5|$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{9}{2}$  (۲) ۹ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۵۸- اگر  $a$  و  $b$  به ترتیب بیشترین و کمترین مقدار عبارت  $|x+2| - |x-3| + 5$  باشند، مقدار  $a-b$  چقدر است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۱۰

۲۵۹- معادله  $|x^2 - 4| - 2 = 1$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۲۶۰- مجموع جواب‌های معادله  $|x| + |-x| + |3x| = 15$  چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۲۶۱- مجموع جواب‌های معادله  $\frac{|x-3| - |x+1|}{2|x+1|} = 1$  چقدر است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) صفر



- ۲۶۲- مجموع جواب‌های معادله  $|3x-18|+|24-4x|=21$  چقدر است؟  
 ۳ (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۲۷ (۴)
- ۲۶۳- مجموع جواب‌های معادله  $|x-2|+|6-3x|-|4-2x|=6$  چقدر است؟  
 ۶ (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴)
- ۲۶۴- مجموع جواب‌های معادله  $|x-3|+|2x-6|+|3x-9|+\dots+|50x-150|=19^{96}$  چقدر است؟  
 ۱۲ (۴) ۶ (۳) ۳ (۲) صفر (۱)
- ۲۶۵- معادله  $|x^3-4x|=|x|$  چند جواب دارد؟  
 ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)
- ۲۶۶- مجموع جواب‌های معادله  $|x^2-3x+2|-5|x-1|=0$  چقدر است؟  
 ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)
- ۲۶۷- اگر  $s$  و  $t$  ریشه‌ی معادله  $2x^2-3|x|-2=0$  باشند، مقدار  $\frac{st}{|s||t|}$  چقدر است؟  
 -۱ (۱) ۱ (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)
- ۲۶۸- مجموع ریشه‌های معادله  $x^2-2|x+4|-27=0$  چقدر است؟  
 ۵+ $\sqrt{50}$  (۱) ۵- $\sqrt{20}$  (۲) ۶+ $\sqrt{20}$  (۳) ۶- $\sqrt{20}$  (۴)
- ۲۶۹- معادله  $|x|-\frac{4}{x}=\frac{3|x|}{x}$  چند ریشه دارد؟  
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۲۷۰- معادله  $||2x+1|-x|=4$  چند جواب دارد؟  
 ۲ (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴)
- ۲۷۱- اگر  $\alpha$  جواب معادله  $|x-2|+|x-1|=2$  باشد، حاصل  $\frac{1}{1+\alpha}$  کدام است؟  
 $\frac{2}{3}$  یا  $\frac{2}{7}$  (۱)  $\frac{3}{2}$  یا  $\frac{3}{7}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  یا  $\frac{1}{7}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  یا  $\frac{1}{7}$  (۴)
- ۲۷۲- مجموع جواب‌های معادله  $|x+1|=|2x-1|-1$  چقدر است؟  
 $\frac{16}{3}$  (۱)  $\frac{14}{3}$  (۲)  $\frac{11}{3}$  (۳)  $\frac{8}{3}$  (۴)
- ۲۷۳- معادله  $||x-2|-|x-6||=1$  چند جواب دارد؟  
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۲۷۴- اگر  $\alpha$  جواب معادله  $|x+\frac{1}{x}|=2-x$  باشد، مقدار  $1+\alpha^2$  چقدر است؟  
 ۲ (۱) ۵ (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{17}{16}$  (۴)
- ۲۷۵- در معادله  $\sqrt{(x+\frac{1}{x})^2-4}+\sqrt{(x-\frac{1}{x})^2+4}=4$  حاصل جمع جواب‌های مثبت معادله کدام است؟  
 ۲ (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲) ۳ (۳)  $\frac{7}{2}$  (۴)
- ۲۷۶- معادله  $x|x-1|+4|x|-2=0$  چند جواب دارد؟  
 ۵ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۲۷۷- حاصل ضرب جواب‌های معادله  $|x^2 - 4| = x + 3$  کدام است؟

- ۷ (۱)      -۷ (۲)      ۱ (۳)      -۱ (۴)

۲۷۸- معادله  $|(x-2)(x+3)| = 4 + |x-1|$  چند جواب دارد؟

- صفر (۱)      ۴ (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)

۲۷۹- اگر معادله  $|x| = 1 + ax$  جواب داشته باشد، حدود  $a$  کدام است؟

- $a \in [-1, +\infty)$  (۱)       $a \in \mathbb{R}$  (۲)       $a \in (-\infty, 1]$  (۳)       $a \in [-1, 1]$  (۴)

۲۸۰- اگر معادله  $||x-1| - a| = 96$  دقیقاً سه ریشه داشته باشد، مقدار  $a$  چقدر است؟

- ۹۶ (۱)      -۹۶ (۲)      ۶۹ (۳)      -۴۸ (۴)

۲۸۱- معادله  $||x+k| = 2k+1|$  چهار جواب دارد. حدود  $k$  کدام است؟

- $-1 < k < -\frac{1}{3}$  (۱)       $-1 < k < -\frac{1}{2}$  (۲)       $-\frac{1}{2} < k < -\frac{1}{3}$  (۳)       $-\frac{1}{2} < k < 0$  (۴)

۲۸۲- نمودار تابع  $y = \frac{1}{2}|x| - 2$  را  $4$  واحد به طرف  $x$  های منفی و یک واحد به طرف  $y$  های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار جدید و نمودار

(تجربی - ۹۳)

اولیه با کدام طول متقاطع‌اند؟

- $-3/5$  (۱)      -۳ (۲)       $-2/5$  (۳)      -۲ (۴)

۲۸۳- مجموعه‌ی جواب‌های معادله  $x^2 - 3x + 2 = 3x - x^2 - 2$  بازه‌ی  $[a, b]$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      صفر (۴)

۲۸۴- اگر معادله  $|\frac{x^2}{x-1}| = a$  دو جواب غیر صفر داشته باشد، کدام گزینه بزرگ‌ترین محدوده‌ی  $a$  را نشان می‌دهد؟

- $a > 0$  (۱)       $a \geq 4$  (۲)       $2 < a < 4$  (۳)       $0 < a < 4$  (۴)

۲۸۵- معادله  $x^2 - 4 = |2x - 3| + |x - 1| + |x - 3|$  چند جواب دارد؟

- ۲ (۱)      ۴ (۲)      ۳ (۳)      ۱ (۴)

۲۸۶- در معادله  $\frac{|x|-1}{x^2-1} - \frac{x^2-|x|}{x^2-2|x|+1} = 2$  حاصل ضرب جواب‌ها کدام است؟

- $\frac{1}{2}$  (۱)       $-\frac{1}{2}$  (۲)       $\frac{1}{3}$  (۳)       $-\frac{1}{3}$  (۴)

۲۸۷- مجموع جواب‌های معادله  $x^2 - 2x + |x-1| - 1 = 0$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۲۸۸- بزرگ‌ترین جواب معادله  $|x^2 - 2| = \sqrt{2x^2 + 1}$  کدام است؟

- $\sqrt{3+\sqrt{6}}$  (۱)       $\sqrt{3-\sqrt{6}}$  (۲)       $\sqrt{6-\sqrt{3}}$  (۳)       $\sqrt{6+\sqrt{3}}$  (۴)

۲۸۹- چند عدد صحیح در نامعادله  $|3 - |x-2|| \leq 2$  صدق می‌کند؟

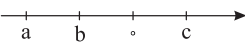
- ۷ (۱)      ۱۰ (۲)      ۶ (۳)      ۱۳ (۴)

۲۹۰- اگر مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله  $|2x+m| \leq n$  بازه‌ی  $[-2, 3]$  باشد، مقدار  $2m+n$  چقدر است؟

- ۳ (۱)      ۵ (۲)      ۷ (۳)      ۹ (۴)

۲۹۱- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله  $|\frac{\wedge}{x-1}| \leq |x+1|$  به صورت  $\mathbb{R} - [a, b]$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

- ۲۹۲- چند عدد صحیح مانند  $x$  در نابرابری  $|x+1| \leq |x^2-4x-5|$  صدق می‌کنند؟  
 ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)
- ۲۹۳- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $|x-2| < 2x - x^2$  به صورت کدام بازه است؟ (خارج از کشور تجربی - ۹۲)  
 (۱)  $(-1, 1)$  (۲)  $(-1, 2)$  (۳)  $(0, 2)$  (۴)  $(1, 2)$
- ۲۹۴- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $|\frac{x-2}{2x+1}| > 1$  کدام است؟ (تجربی - ۹۲)  
 (۱)  $(-3, \frac{-1}{2}) \cup (\frac{-1}{2}, \frac{1}{3})$  (۲)  $(-2, \frac{-1}{2}) \cup (\frac{-1}{2}, 1)$  (۳)  $(\frac{-1}{2}, \frac{1}{3})$  (۴)  $(-3, \frac{-1}{2})$
- ۲۹۵- اگر مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $|x^2-2| < |x+1| - 1$  بازه‌ی  $(a, b)$  باشد، طول وسط این بازه کدام است؟ (خارج از کشور ریاضی - ۹۵)  
 ۰/۵ (۱) ۱ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴)
- ۲۹۶- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $|x^2+1| > |x-2| + 2x+1$  به صورت کدام بازه است؟ (خارج از کشور تجربی - ۹۵)  
 (۱)  $(-2, 1)$  (۲)  $(-1, 1)$  (۳)  $(-1, 2)$  (۴)  $(1, 2)$
- ۲۹۷- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $|\frac{2-x}{2x-3}| > 1$  به صورت کدام بازه است؟ (تجربی - ۹۵)  
 (۱)  $(1, \frac{2}{3})$  (۲)  $(1, \frac{5}{3})$  (۳)  $(1, \frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}, \frac{5}{3})$  (۴)  $(\frac{2}{3}, \frac{5}{3})$
- ۲۹۸- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $|(x-4)|x| < 2x-5$  به کدام صورت است؟ (ریاضی - ۹۲)  
 (۱)  $(1, 5)$  (۲)  $(1-\sqrt{6}, 1+\sqrt{6})$  (۳)  $(1, 5) \cup (1+\sqrt{6}, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, 1-\sqrt{6}) \cup (1, 5)$
- ۲۹۹- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $|x^2-2x| < x$  کدام بازه است؟ (خارج از کشور ریاضی - ۹۲)  
 (۱)  $(0, 1)$  (۲)  $(0, 3)$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(1, 3)$
- ۳۰۰- کم‌ترین مقدار عبارت  $|2x-3| + |2x-4|$  چقدر است؟  
 ۱ (۱) ۷ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۳۰۱- اگر  $|a+3b| \geq |a|+3|b|$ ، کدام یک صحیح است؟  
 (۱)  $ab < 0$  (۲)  $ab \geq 0$  (۳)  $a = -b$  (۴)  $a = -3b$
- ۳۰۲- عددهای  $a, b$  و  $c$  مطابق شکل مقابل روی محور قرار دارند. کدام گزینه حتماً درست است؟  
  
 (۱)  $a+b+c > 0$  (۲)  $|a+b| < c$  (۳)  $|a-c| = |a|+c$  (۴)  $|b-c| > |c-a|$
- ۳۰۳- اگر  $|a-b| \leq 9$ ،  $|c-d| \leq 16$  و  $|a-b-c+d| = 25$ ، مقدار  $|b-a| - |d-c|$  چقدر است؟  
 ۷ (۱) -۷ (۲) ۲۵ (۳) -۲۵ (۴)
- ۳۰۴- اگر  $x < 0$  و  $|y+z| < |y|+|z|$ ، عبارت  $A = \frac{xy}{|xy|} + \frac{xz}{|xz|} + \frac{yz}{|yz|}$  چند مقدار متفاوت می‌تواند داشته باشد؟  
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)
- ۳۰۵- حداکثر مقدار عبارت  $\frac{24}{|x-1|+|x-4|}$  کدام است؟  
 ۸ (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴)
- ۳۰۶- اگر بیش‌ترین مقدار عبارت  $\frac{54}{|x-5|+|x+k|}$  برابر ۹ باشد، کم‌ترین مقدار  $k$  چقدر است؟  
 ۱ (۱) ۱۱ (۲) -۱۱ (۳) -۱۲ (۴)

۳۰۷- بیشترین مقدار عبارت  $\frac{۳۲۴}{|x-۴|+|x+۲|+|x+۵|}$  چقدر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۸ (۳) ۲۷ (۴) ۳۶

۳۰۸- معادله  $|۲x-۵|+|۳x-۷|+|۵x-۱۱|=\frac{۸}{۹}$  چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳

۳۰۹- حداقل مقدار عبارت  $\frac{|x+۱|+|x-۱|}{|x|}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{۳}{۲}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{۵}{۲}$

۳۱۰- کوچکترین عدد طبیعی مانند  $a$  که مجموعه جوابهای نامعادله  $|x+a|+|x-۲|\geq ۷$  مجموعه  $\mathbb{R}$  باشد چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۳۱۱- برای چند عدد صحیح مانند  $x$  تساوی  $|۲x-۶|=|x-۲|+|x-۴|$  برقرار نیست؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) نامتناهی

۳۱۲- مجموع جوابهای معادله  $|x-۳|=|x-۲|+|x-۱|$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۷

۳۱۳- مجموعه جوابهای معادله  $|x^۲+x-۵|=|x^۲-۴|+|x-۱|$  به صورت  $(b, a)-(-a, +\infty)$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۱۴- چند عدد صحیح در نامعادله  $|x+۳|+|x-۴|>|۲x-۱|$  صدق می‌کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

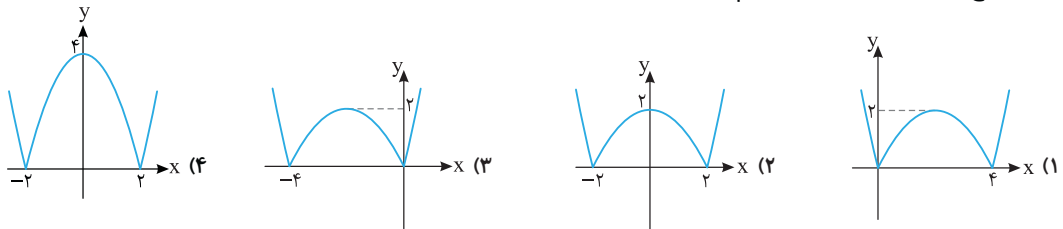
۳۱۵- مجموعه جوابهای نامعادله  $|۲x|\geq|x-۱|+|۳x-۱|$  بازه  $[a, b]$  است. مقدار  $b-a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{۱}{۳}$  (۲)  $\frac{۲}{۳}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{۴}{۳}$

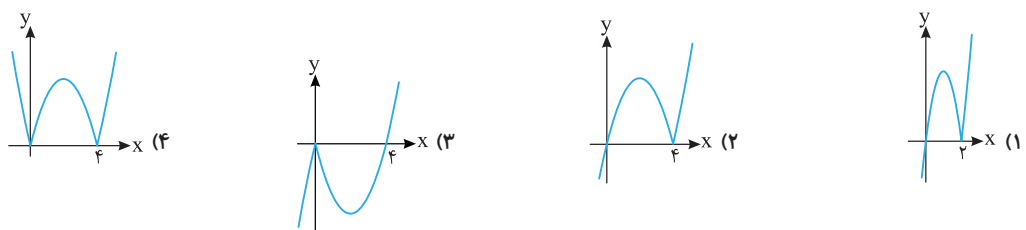
۳۱۶- نمودار تابع  $f(x)=||x|-|۲x||$  بر نمودار کدام تابع منطبق است؟

- (۱)  $y=|x|$  (۲)  $y=|x|-۲$  (۳)  $y=۲|x|$  (۴)  $y=۳|x|$

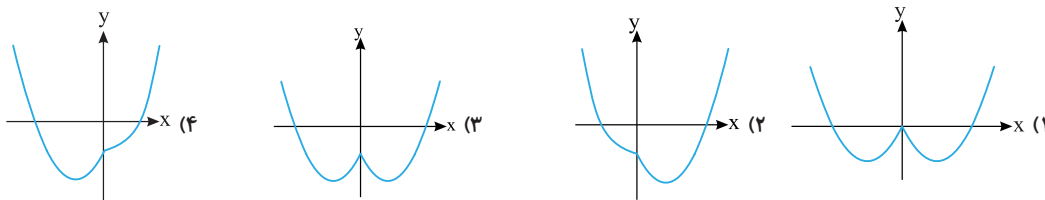
۳۱۷- نمودار تابع  $y=|x-۲||x+۲|$  کدام است؟



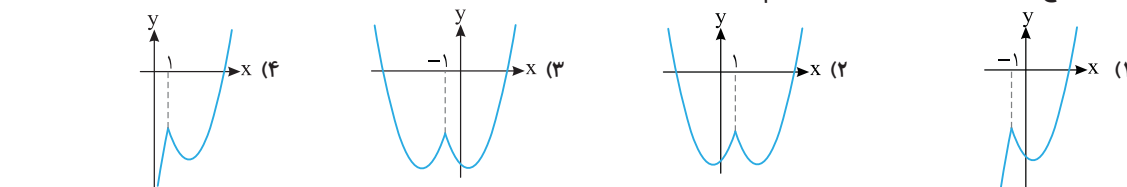
۳۱۸- نمودار تابع  $y=x|x-۴|$  کدام است؟



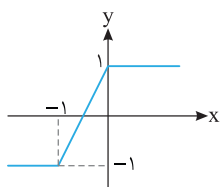
۳۱۹- نمودار تابع  $y = x^2 - 2|x| - 1$  کدام است؟



۳۲۰- نمودار تابع  $y = (1 + |x + 1|)(x - 3)$  کدام است؟



۳۲۱- نمودار تابع  $y = f(x)$  در شکل مقابل رسم شده است. ضابطه‌ی آن کدام است؟



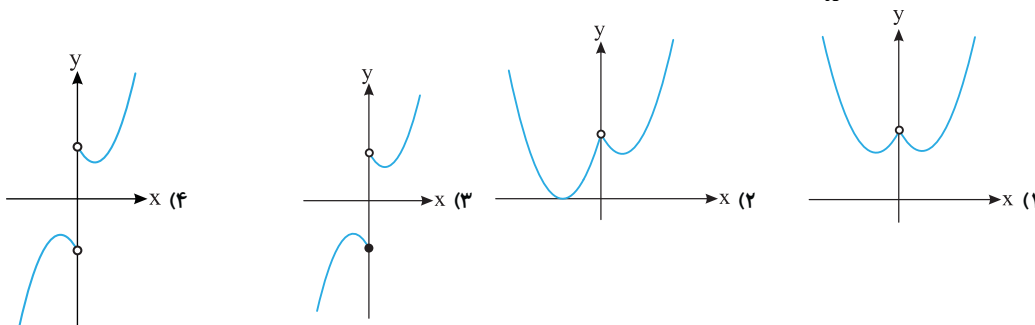
$f(x) = |x + 1| - |x|$  (۲)

$f(x) = |x + 1| - |x| + 1$  (۱)

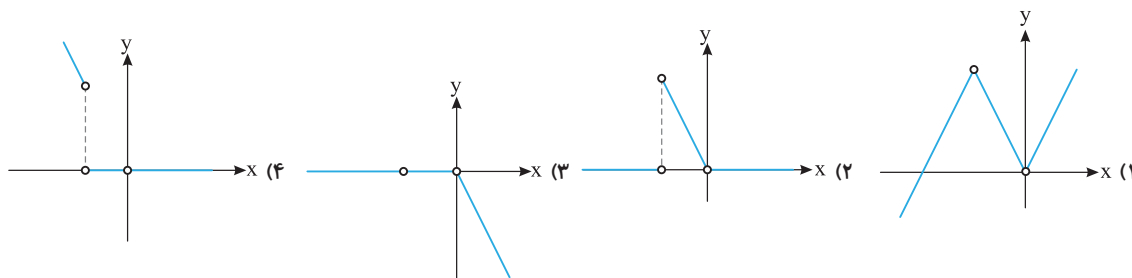
$f(x) = |x + 1| - x$  (۴)

$f(x) = |x + 1| + |x|$  (۳)

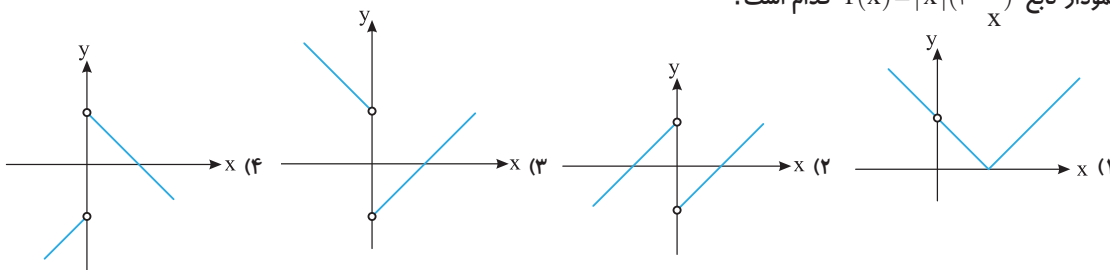
۳۲۲- نمودار تابع  $f(x) = \frac{(x^2 + 3)|x|}{x} - 2x$  کدام است؟



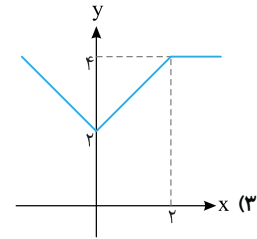
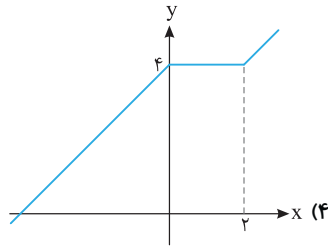
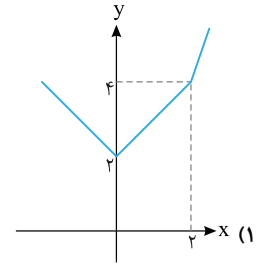
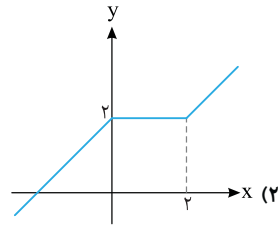
۳۲۳- نمودار تابع  $y = x \left( \frac{x}{|x|} - \frac{|x+1|}{x+1} \right)$  کدام است؟



۳۲۴- نمودار تابع  $f(x) = |x| \left( 1 - \frac{1}{x} \right)$  کدام است؟



۳۲۵- نمودار تابع  $f(x) = |x-2| + |x| + x$  کدام است؟



۳۲۶- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = |x| - |x-1| - 2|x+2|$  به صورت یک پاره خط افقی است. طول این پاره خط کدام است؟

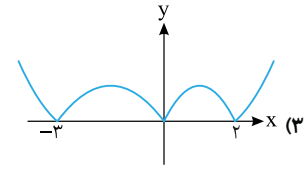
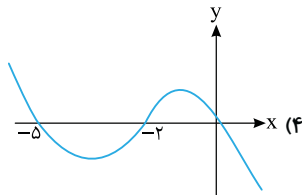
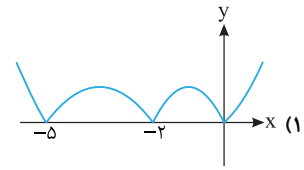
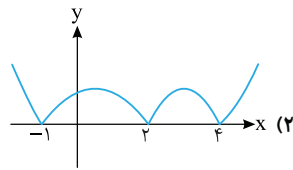
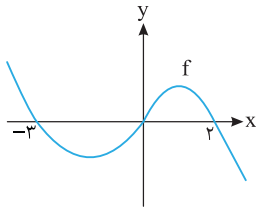
۴ (۴)

۳ (۳)

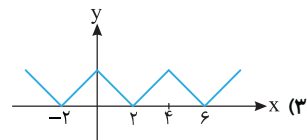
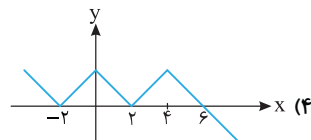
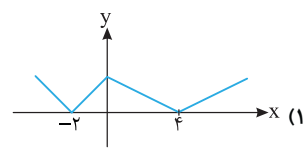
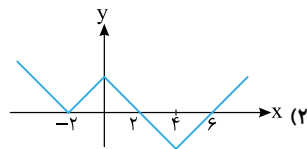
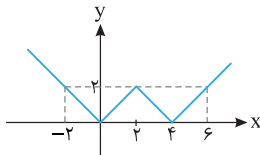
۲ (۲)

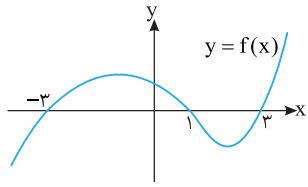
۱ (۱)

۳۲۷- اگر نمودار تابع  $f$  به صورت روبه‌رو باشد، نمودار تابع  $y = |f(x+2)|$  کدام است؟

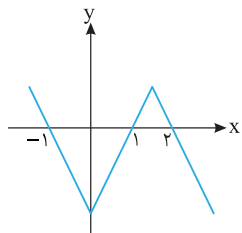
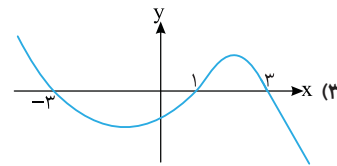
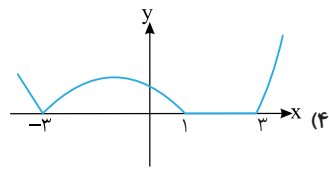
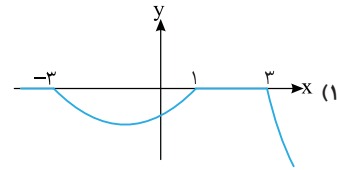
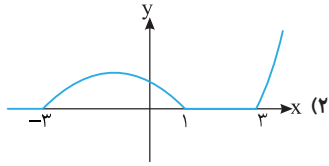


۳۲۸- نمودار تابع  $f$  در شکل روبه‌رو رسم شده است. نمودار تابع  $y = |f(x) - 2|$  کدام است؟

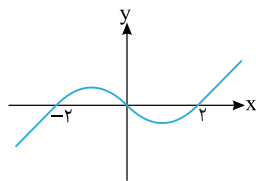
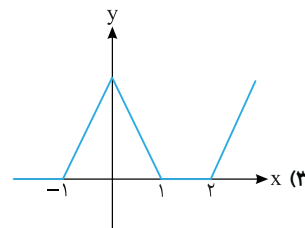
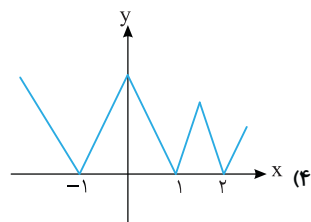
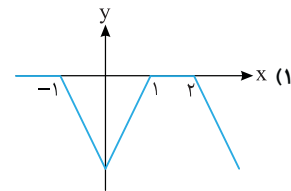
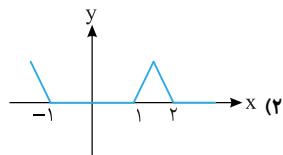




۳۲۹- نمودار تابع  $y=f(x)$  در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع  $y=\frac{f(x)+|f(x)|}{2}$  کدام است؟



۳۳۰- نمودار تابع  $y=f(x)$  در شکل مقابل آمده است. نمودار تابع  $y=\frac{|f(x)|-f(x)}{2}$  کدام است؟



۳۳۱- نمودار تابع  $f$  در شکل روبه‌رو رسم شده است. کدام گزینه نمودار تابع  $g(x)=|x|+\frac{|f(x)|}{f(x)}$  را نشان می‌دهد؟

