

محتوای ویژه کتاب

- آموزش گرامر هر درس همراه با مثال
- حل تمرینات کتاب
- لغات همراه با تلفظ فارسی و فونتیک
- آزمون‌های پایانی همراه با پاسخ و بارم‌بندی
- تست از واژگان و گرامر در پایان هر درس همراه با پاسخ



Review of English Book3

مروری بر کتاب انگلیسی سوم

Vocabulary



معانی و جملات نمونه حذف شده را بنویسید. Write the missing meanings and example sentences.

Word	Meaning	Example sentence
action اقدام، عمل	the act of doing something عمل انجام دادن چیزی	We must take action before the problem gets worse. ما باید وارد عمل شویم قبل از این که مشکل بدتر شود.
aspect حالت، جنبه، وضع	one part of a problem, subject, etc. بخشی از یک وضعیت، موضوع و غیره	We should understand the different aspects of the problem. ما باید جنبه‌های مختلف مسئله را بفهمیم.
capacity توانایی، گنجایش، استعداد، ظرفیت	the ability to do, experience, or understand something توانایی انجام دادن، تجربه کردن، یا فهمیدن چیزی	A computer has the capacity to handle different things. یک رایانه توانایی انجام دادن کارهای گوناگون را دارد.
choice انتخاب، چاره، گزینه	the act of choosing, selection عمل انتخاب، انتخاب	He had no choice but to accept their offer. او هیچ چاره‌ای نداشت، جز این که پیشنهاد آن‌ها را بپذیرد.
effect اثر، تأثیر	a change that happens because of something تغییری که به دلیل چیزی به وجود آمده	TV may have bad effects on children's eyesight. تلویزیون ممکن است اثرات بدی روی بینایی بچه‌ها داشته باشد.
event رویداد، واقعه، پیشامد، حادثه	something that happens, especially something important or unusual کاری (چیزی) که اتفاق می‌افتد، مخصوصاً چیزی که مهم یا غیرمعمول است	Somebody must control the events of the celebration. کسی باید حوادث جشن را نظارت کند.



fact حقیقت، واقعیت	What is true; reality آن چه حقیقت (امر) است، واقعیت، حقیقت، امر مسلم	No decision will be made until we know all the facts. هیچ تصمیمی گرفته نخواهد شد تا این که ما همه حقایق را بدانیم.
object شی، چیز	a thing that you can see or touch but that is usually not alive چیزی را که شما می توانید ببینید یا لمس کنید اما آن معمولاً زنده نیست	It is dangerous to touch some objects. دست زدن به بعضی از اشیاء خطرناک است.
observation مشاهده، ملاحظه	watch somebody carefully (ملاحظه) مشاهده کردن کسی با دقت	The doctor wants to keep him under observation for a week. دکتر می خواهد او را به مدت یک هفته زیر نظر داشته باشد.
research تحقیق	careful study in order to discover new facts مطالعه دقیق به منظور کشف حقایق جدید	They are doing research into the effects of smoking on people's health. آن ها در حال تحقیق در مورد اثرات سیگار روی سلامتی افراد هستند.

پاسخ های خودتان را با پاسخ های یک دوست (همکلاسی) مقایسه کنید... Compare your answers with a partner's.



Fill in the blanks with the correct form of the following words. There is one extra word.
جاهای خالی را با شکل صحیح کلمات زیر پر کنید. یک کلمه اضافی است.

hold	برگزار کردن	improve	بهبود یافتن، پیشرفت کردن
occur	اتفاق افتادن	organize	سازماندهی کردن، ترتیب دادن
design	طراحی کردن	include	شامل شدن
involve	درگیر کردن، شامل شدن	process	پردازش کردن
invent	اختراع کردن		

1. The committee has decided to hold this year's competitions in Sweden.

کمیته (هیئت) تصمیم گرفته است که رقابت های امسال را در سوئد برگزار کند.
توضیح: بعد از علامت مصدر (to) شکل ساده فعل (hold) با توجه به مفهوم جمله به کار می رود.
(همچنین فعل بعد از فعل decide به صورت مصدر با to است.)

2. I'll invite people if you can organize food and drinks.

اگر شما بتوانید غذا و نوشیدنی را ترتیب دهید، من مردم را دعوت خواهم کرد.
توضیح: بعد از فعل کمکی (can) و با توجه به مفهوم جمله از شکل ساده فعل (organize) استفاده می شود.

3. Computers have given banks the power to process millions of transfers a day.

رایانه ها این قدرت را به بانک ها داده اند تا میلیون ها انتقال (حواله) را روزانه پردازش کنند.

4. Parents should involve themselves in their child's education.

والدین باید خودشان را در تحصیل فرزندشان دخیل کنند. (درگیر کنند).
توضیح: بعد از فعل کمکی (should) (باید) شکل ساده فعل (involve) به کار می رود.



محتوای ویژه کتاب

- چکیده درس مطالب این بخش منحصر به فرد است
- نمودار درختی درآمد همه درس‌ها در ابتدای هر درس
- ترجمه آیات و عبارات قرآنی
- پیام آیات
- پاسخ همه تمرین‌های کتاب درسی
- ارزشیابی مستمر همراه با پاسخ
- عبارات‌های مهم و سؤالات امتحانی
- آزمون‌های پایانی با پاسخ و بارم‌بندی

دین و زندگی

۱ **مرحله** اندیشه و قلب

۱ **درس** هستی بخش

نیازمندی موجودات جهان به خداوند:

- پیدایش**
- مقدمه اول: هستی هیچ‌کدام از موجودات وابسته به خودشان نیست. / زمانی نبوده‌اند و سپس پدید آمده‌اند. / در وجود به خودشان متکی نیستند.
 - مقدمه دوم: هر پدیده‌ای که وجودش از خودش نباشد برای موجود شدن نیازمند دیگری است. / عدم نیاز به غیر برای موجود بودن فقط در صورتی است که موجودی ذات و حقیقتش مساوی موجود بودن باشد.
 - نتیجه: همه پدیده‌های جهان در پیدایش و هستی یافتن به آفریننده‌ای نیاز دارند. (خدا)
- بقا**
- نیازمندی موجودات به خدا منحصر به مرحله پیدایش نیست بلکه برای بقا نیز به او نیاز دارند.
 - مقایسه
 - مصنوعات انسانی: رابطه چندانی میان بقای یک مصنوع با سازنده آن وجود ندارد.
 - مخلوقات خداوند: هستی و بقای موجودات به خداوند وابسته است.
 - ✳️ رابطه موجودات با خداوند مانند رابطه پرتوهای نور با منبع آن است. همان‌طور که اگر خورشید نورافشانی نکند دیگر پرتو نوری نیست، اگر خدا نیز هستی‌بخشی نکند دیگر موجودی در جهان باقی نخواهد ماند.
 - ✳️ در قرآن کریم خداوند «غنی» و انسان «فقیر» و نیازمند خوانده شده است و این نسبت هیچ‌گاه تغییر نمی‌کند.
- انسان‌ها هر قدر که به معنای حقیقی کامل‌تر شوند فقر و نیازمندی خود به خداوند را بهتر درک می‌کنند و بندگی و عبودیتشان قوی‌تر و بیش‌تر می‌شود.

- ✳️ **خداوند، نور هستی**
- نور، آن چیزی است که خودش پیدا و آشکار است و سبب پیدایی و آشکار شدن چیزهای دیگر می‌شود.
 - خداوند نور هستی است، یعنی تمام موجودات وجود خود را از او می‌گیرند و به سبب او پیدا و آشکار می‌شوند و وجودشان به وجود او وابسته است.
 - امام علی (ع): «مَا رَأَيْتُ شَيْئًا إِلَّا وَرَأَيْتُ اللَّهَ قَبْلَهُ وَبَعْدَهُ. مَعَهُ: هِيَ حَيْثُ رَأَيْتُ مَكَانَهُ»
 - خدا را قبل از آن و بعد از آن و با آن مشاهده کردم» و نیز می‌فرمایند: «الْحَمْدُ لِلَّهِ لَمْ تَجَلِ خَلْقِهِ بِخَلْقِهِ: سَاسَ خَدَايَ رَأَيْتُ مَكَانَهُ»
 - دلی‌کز معرفت نور و صفا دید به هر چیزی که دید اول خدا دید

موضوعات تحقیق

دسته اول: در دایره شناخت ما قرار می گیرند، می توانیم بر آنها احاطه پیدا کنیم، چپستی و چگونگی شان را درک کنیم و بشناسیم. این ها امور محدود هستند مثل گیاهان، حیوانات، بهشت و جهنم.

دسته دوم: در دایره شناخت ما قرار نمی گیرند، ذهن ما نمی تواند بر آنها احاطه پیدا کند. فراتر از توانایی اندیشه و ذهن ما هستند. مثال: وجود خداوند متعال که حقیقتی نامحدود است و با ذهن ما قابل درک نیست.

پیامبر اکرم می فرماید: «تفکروا فی کل شیء ولا تفکروا فی ذات الله: در همه چیز تفکر کنید ولی در ذات خدا تفکر نکنید.»

❖ اسلام ما را به تفکر در نعمت های خداوند برای شناخت صفات الهی تشویق کرده، زیرا شناخت صفات خداوند از راه شناخت مخلوقاتش تا حدی ممکن است.

۵

قرائت و ترجمه

ای مردم

یا أَيُّهَا النَّاسُ

شما همه به خدا فقیر و نیازمند هستید

اَنْتُمْ الْفُقَرَاءُ إِلَى اللَّهِ

و تنها خداست که بی نیاز و ستوده است

وَاللَّهُ هُوَ الْغَنِيُّ الْحَمِيدُ

اگر بخواهد شما را می برد

إِنْ يَشَأْ يُذْهِبْكُمْ

و خلقی نو به وجود می آورد

وَيَأْتِي بِخَلْقٍ جَدِيدٍ

و این کار هیچ بر خدا دشوار نیست

فاطر، ۱۵ تا ۱۷

وَمَا ذَلِكَ عَلَى اللَّهِ بِعَزِيزٍ

خدا نور آسمان ها و زمین است.

نور، ۳۵

اللَّهُ نُورُ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ

پیام آیه های مهم

سوره ی فاطر (۱۵):

۱- خداوند تنها مبدأ و هستی بخش جهان است و جهان از اصل های متعدد پدید نیامده است - توحید در خالقیت. (سراسری هنر - ۹۲)

۲- وجود خداوند وابسته به چیزی نیست. توحید ذاتی (سراسری زبان - ۹۲)

۵

پیام آیات

در آیات درس ...

سوره فاطر / آیه ۱۵

۱- همه مخلوقات، از ...

سوره فاطر / آیه ۱۵

۲- تنها وجود بی نیاز ...

سوره فاطر / آیه ۱۶

۳- چون وجود مخلوقات ...

سوره فاطر / آیات ۱۵ تا ۱۷

۴- چون وجود خداوند ...

۷

خلاصه کردن

این دو مقدمه ...

مقدمه اول: ما و این جهان وجود و هستی مان از خودمان نیست.

مقدمه دوم: موجوداتی که وجودشان از خودشان نباشد برای موجود شدن نیازمند به وجود دیگری هستند.

نتیجه: پس ما و موجودات این جهان در پدید آمدن و هستی یافتن به آفریننده ای نیاز داریم که سرچشمه هستی است که این وجود، «خدا» است.

۸

مقایسه

رابطه جهان با ...

تفاوت: بقای ساعت وابسته به بقای ساعت ساز نیست. ولی بقای جهان وابسته به خداوند است.

شباهت: هم ساعت و هم جهان در مواقع نیاز و ایجاد مشکل تنها حلال مشکلشان خالقشان است، اگر ساعت خراب شود تنها ساعت ساز می تواند آن را تعمیر کند و اگر خللی در جهان ایجاد شود تنها خدا می تواند آن را درست کند.

محتوای ویژه کتاب

- چکیده مطالب کتاب درسی از طریق نمودار درختی
- واژه‌نامه
- جدول تاریخ ادبیات
- موارد مهم و سؤال‌های امتحانی
- شرح کامل کلیه ابیات
- شرح آرایه‌های ادبی ابیات
- پاسخ همه خودآزمایی‌های کتاب درسی
- ارزشیابی مستمر همراه با پاسخ تشریحی
- آزمون‌های پایانی میان‌ترم و ترم با پاسخ و بارم‌بندی

زبان و ادبیات فارسی ۲

آرایه‌های ادبی

علوم ادبی فراوان است؛ در این علوم **بیان و بدیع** مربوط به زیبایی‌شناسی است که قلمرو هر کدام متفاوت است. **بیان** در لغت به معنی کشف و توضیح است و در اصطلاح ادبی علمی است که معنای واحد را براساس تخیل به گونه‌های مختلف ادا می‌کند و شامل مباحث: **تشبیه، استعاره، کنایه و مجاز** است.

تشبیه: مانند کردن کسی یا چیزی به کسی یا چیزی دیگر است درحالی‌که امری با الفاظی خاص. هر تشبیه چهار رکن (اساس) دارد:

- ۱- **مشبّه:** آنچه به چیز دیگری مانند می‌شود.
- ۲- **مشبّه‌به:** آنچه به آن مانند می‌کنند.
- ۳- **وجه شبه:** صفتی است مشترک بین مشبّه و مشبّه‌به که در مشبّه‌به قوی‌تر است و در مشبّه نیز قابل فرض است.
- ۴- **ادات تشبیه:** کلماتی که ارتباط بین مشبّه و مشبّه‌به را برقرار می‌کنند که برخی از آن‌ها عبارتند از: مثل، مانند، بسان، گویی، انگار، چون (به معنی مثل)

مثال:

و یا پیش آتش نهاده یخ است
«فردوسی»

سیاوش چنان شد که گویی یخ است

در این بیت دو تشبیه به کار رفته است: } ۱- مصراع اول: سیاوش را بسان یخ فرض کرده (ادات: گویی)
۲- مصراع دوم: سیاوش بسان یخ دیده شده است.

فرخی سیستانی می‌گوید:

زیر لب گفت که احسنت و زه ای بنده‌نواز

شادمان گشت و دو رخساره چون گل بفروخت

ادات تشبیه: چون

مشبّه‌به: گل

مشبّه: دو رخساره

در هر دو بیت بالا وجه شبه را نیاورده؛ هرچه ارکان تشبیه کمتر در متن مشاهده شود، آن تشبیه ادبی‌تر است. و وقتی فقط دو رکن مشبّه و مشبّه‌به در متن بیاید، به آن تشبیه بلیغ می‌گویند؛ گاهی این دو رکن به کمک نقش نمای اضافه (ـِ) به هم متصل می‌شوند که به آن اضافه تشبیه‌ی می‌گویند و گاه کنار هم بدون نقش نمای اضافه می‌آیند؛ در هر دو حال تشبیه بلیغ هستند.

مثال:

گویند سعدی روی سرخ تو که زرد کرد
اکسیر عشق: اضافه تشبیهی و تشبیه بلیغ (مشبه: عشق، مشبه‌به: اکسیر)
شبی زیت فکرت همی سوختم
زیت فکرت: اضافه تشبیهی (مشبه: فکرت، مشبه‌به: زیت)
چراغ بلاغت: اضافه تشبیهی (مشبه: بلاغت، مشبه‌به: چراغ)
مثال: در کدام گزینه، همه ترکیب‌ها «اضافه تشبیهی» است؟ (سراسری ریاضی - ۸۹)
(۱) گوشه کلاه، روی ماه، روی تنظیم، قبه عرش
(۲) ابروی بندگان، جمال عشق، اوج بلاغت، تقصیر خویش
(۳) دروگر زمان، عصا تارک، شهد فائق، موسم ربیع
(۴) بنات نبات، بحر مکاشفت، مهد زمین، تیر مژگان
پاسخ: جواب گزینه چهار است، ولی در گزینه‌های دیگر هم، دروگر زمان، روی ماه و قبه عرش، اضافه تشبیهی هستند.
- گاه فقط دو رکن (مشبه و مشبه‌به) در عبارت می‌آید، ولی اضافه نیستند؛ در این صورت هم تشبیه بلیغ غیر اضافی هستند.
مثال:

میزازار عامی به یک خردله
که سلطان شبان است و عامی گله
در این بیت سعدی از مخاطب می‌خواهد که انسان عامی را به یک خردل یا چیز کم‌ارزش آزار ندهد، زیرا که سلطان مانند چوپانی
برای حفظ مردم است. دو تشبیه مشاهده می‌شود، ولی ادات تشبیه و وجه شبه ذکر نشده و دو رکن دیگر هم به وسیله نقش نمای
اضافه (ب) به یکدیگر اضافه نشده‌اند:
مشبه: سلطان مشبه‌به: شبان مشبه: عامی مشبه‌به: گله
صبح پیری اثری قطع امید است اینجا تار و پود کفنت موی سفید است اینجا
«بیدل دهلوی»

شاعر در این بیت «موهای سفید» را به «تار و پود کفن» تشبیه کرده است که تشبیه بلیغ غیر اضافی است.
مثال: در کدام گزینه یکی از ارکان «تشبیه» محذوف است؟ (سراسری تجربی - ۸۰)
(۱) او نگاهی مثل خنجر بود
(۲) چاه چنان ژرفی و پهنای، بی‌شرمیش ناباور
(۳) قهوه‌خانه گرم و روشن بود، همچون شرم
(۴) گرچه بیرون تیره بود و سرد، همچون ترس
پاسخ: جواب گزینه یک است، چون وجه شبه آن حذف شده: مشبه: نگاه او، مشبه‌به: خنجر، ادات تشبیه: مثل، وجه شبه: تیزی نگاه
و نافذ بودن آن.

چند اضافه تشبیهی: نی وجود - جامه تقوا - تیر بلا - موج الست - شاهد آرزو - اقلیم عشق - ابر کرم - تیه گمراهی - باران رحمت - باغ
عشق - چاه ضلالت - مهد زمین و بحر مکاشفت - اطفال شاخ - زندان قفس - خانه دل
استعاره: در متن ادبی که چهار رکن تشبیه یا حداقل دو رکن آن مشاهده شود، آرایه تشبیه ایجاد شده است، ولی اگر از مشبه یا
مشبه‌به فقط یک رکن در متن دیده شود، استعاره به وجود آمده است. پس استعاره را این‌گونه تعریف می‌کنیم: تشبیهی است که
فقط مشبه یا مشبه‌به در آن دیده شود.

انواع استعاره:

۱- استعاره مصرحه (آشکارا): اگر در متن فقط مشبه‌به بیاید، استعاره مصرحه ایجاد شده است. در بیت:
خلق چو مرغایان زاده ز دریای جان کی کند اینجا مقام مرغ کز آن بحر خاست
مولانا در مصراع اول خلق را به مرغابی و جان را به دریا تشبیه کرده است (مشبه: خلق، مشبه‌به: مرغابی، ادات تشبیه: چو/ مشبه:
جان، مشبه‌به: دریا) و در مصراع دوم فقط مشبه‌به این دو تشبیه ذکر شده است (مرغ، بحر)، بنابراین، در مصراع دوم دو استعاره
آورده، چون فقط مشبه‌به ذکر شده که به آن استعاره مصرحه گویند.
۲- استعاره مکنیه (بالکنایه): هرگاه در متن مشبه و ویژگی یا اعضا و جوارح مشبه‌به بیاید، استعاره مکنیه ایجاد شده است.
مثال:

آسمانش را گرفته تنگ در آغوش / ابر با آن پوستین سرد نمناکش
باغ بی‌برگی، روز و شب تنهاست / با سکوت پاک نمناکش
پاسخ: مهدی اخوان ثالث در فراز اول این شعر برای ابر پوستین در نظر گرفته و همچنین آغوش که آسمان را در بغل گرفته است؛
پس شاعر ابر را به انسانی تشبیه کرده که پوستین و آغوش دارد.
ابر: مشبه، انسان: مشبه‌به، داشتن پوستین و آغوش: از لوازم مشبه‌به
چون در این شعر فقط مشبه با لوازم مشبه‌به ذکر شده، پس استعاره مکنیه ساخته است.
در فراز بعدی شعر نیز باغ بی‌برگی، مثل انسانی تنها و ساکت فرض شده که استعاره مکنیه است. خوب است همین‌جا به آرایه
تشخیص (شخصیت‌بخشی) نیز توجه کنید. اگر استعاره مکنیه داشتید و مشبه‌به آن جاندار (انسان، حیوان) بود، تشخیص هم وجود
دارد. این جمله را به خاطر بسپارید:
«هر تشخیص استعاره مکنیه است، ولی هر استعاره مکنیه‌ای تشخیص نیست»، چون در استعاره مکنیه می‌توان اعضا و جوارح یا
ویژگی غیرجاندار را نیز آورد.

هندسی و جبر خطی

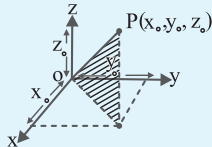
محتوای ویژه کتاب:

- چکیده فصل
- پاسخ همه تمرین های کتاب درسی
- عبارات های مهم و سؤالات امتحانی
- آزمون های پایانی با پاسخ و بارم بندی
- ارزشیابی مستمر با پاسخ

بردارها

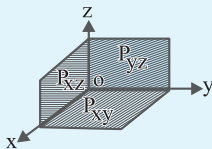
چکیده فصل

۴- مختصات نقطه $P = (x_0, y_0, z_0)$ در فضای سه بعدی:

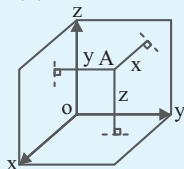


۵- در فضای R^3 سه صفحه مختصات داریم: صفحه P_{xy}

، P_{yz} ، P_{xz} در نتیجه هشت ناحیه در فضا تشکیل می شود.



۶- اگر $A = (x, y, z)$ یک نقطه در فضای R^3 باشد، آنگاه برای به دست آوردن فاصله نقطه A تا صفحه YOZ باید از $|x|$ نمایش عمودی بر صفحه YOZ خارج کنیم و اندازه آن را با $|x|$ نمایش می دهیم. به همین ترتیب فاصله نقطه A تا صفحه XOZ برابر $|y|$ و فاصله نقطه A تا صفحه XOY برابر $|z|$ است.

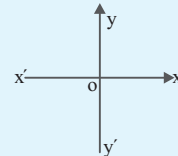


تصویر و قرینه $A = (x, y, z)$ نسبت به صفحه های مختصات:

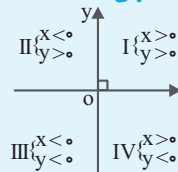
معرفی فضای R^3 :

۱- فضای دو بعدی R^2 :

$$R^2 = \{(x, y) \mid x, y \in R\}$$

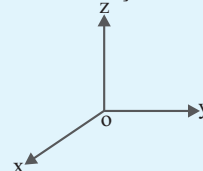


۲- دستگاه مختصات دکارتی



۳- فضای سه بعدی R^3 :

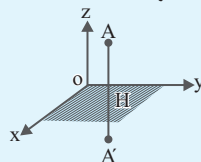
$$R^3 = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in R\}$$





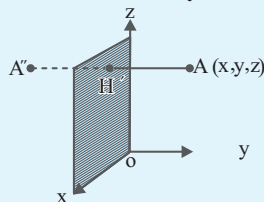
۷- $H = (x, y, 0)$ ، تصویر نقطه A نسبت به صفحه xoy است.

$A' = (x, y, -z)$ ، قرینه نقطه A نسبت به صفحه xoy است.



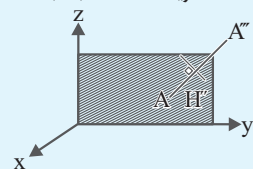
۸- $H'(x, 0, z)$ ، تصویر نقطه A نسبت به صفحه xoz است.

$A'' = (x, -y, z)$ ، قرینه نقطه A نسبت به صفحه xoz است.



۹- $H'' = (0, y, z)$ ، تصویر نقطه A نسبت به صفحه $yo z$ است.

$A''' = (-x, y, z)$ ، قرینه نقطه A نسبت به صفحه $yo z$ است.



۱۰- طول پاره خط: اگر $P = (x_p, y_p, z_p)$ در فضای

سه بعدی باشد، آنگاه فاصله P از مبدأ مختصات از رابطه:

$$|OP| = \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z_p^2}$$

به دست می آید. به همین ترتیب اگر داشته باشیم:

$P = (x_p, y_p, z_p)$ و $Q = (x_q, y_q, z_q)$ ، آنگاه طول

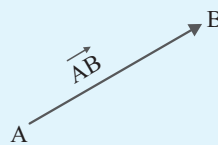
پاره خط PQ از رابطه زیر حاصل می شود:

$$|PQ| = \sqrt{(x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2 + (z_q - z_p)^2}$$

۱۱- پیکان، پاره خطی است جهت دار مانند $\overline{AB}$ که دارای

نقطه شروعی مانند A ، جهت از A به B ، اندازه و طول

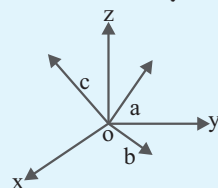
$|\overline{AB}|$ و نقطه انتها و یا پایانی مانند B می باشد.



۱۲- تعریف: به پیکانی که نقطه شروع آن مبدأ مختصات

$(O = (0, 0, 0))$ باشد، بردار می گوئیم.

مانند بردارهای $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$

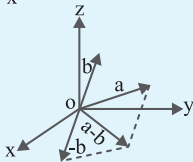
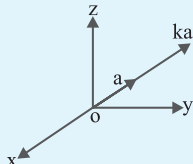
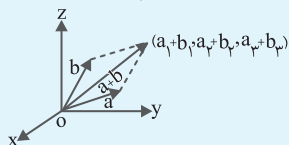


۱۳- طول بردار $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ برابر است با:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

۱۴- اگر $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ دو بردار

باشند و $k \in \mathbb{R}$ آنگاه داریم:



i) $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$

ii) $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$

iii) $k\vec{a} = (ka_1, ka_2, ka_3)$

iv) $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

۱۵- اگر دو بردار $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$

موازی باشند و $k \in \mathbb{R}$ ، آنگاه داریم:

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = k$$

۱۶- قضیه: فرض کنیم $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ ، $\vec{c}$ سه بردار دلخواه و

$\vec{O} = (0, 0, 0)$ بردار صفر، و r و s دو عدد حقیقی باشند، در

این صورت داریم:

۱) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

۲) $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$

۳) $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$

۴) $\vec{a} + (-\vec{a}) = (-\vec{a}) + \vec{a} = \vec{0}$

۵) $r(\vec{a} + \vec{b}) = r\vec{a} + r\vec{b}$

۶) $(r + s)\vec{a} = r\vec{a} + s\vec{a}$

۷) $(rs)\vec{a} = r(s\vec{a})$

۸) $1\vec{a} = \vec{a}$

۹) $0\vec{a} = \vec{0}$

۱۰) $r\vec{0} = \vec{0}$

۱۷- تعریف: برداری که طول آن واحد می باشد را بردار یکه یا واحد

گویند. مانند $\vec{i} = (1, 0, 0)$ ، $\vec{j} = (0, 1, 0)$ و $\vec{k} = (0, 0, 1)$ که

بردارهای یکه متناظر با هر یک از محورها x ، y و z

می باشند. پس بردار $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ به صورت

$$\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$$
 قابل نمایش است.

ریاضیات گسسته

محتوای ویژه کتاب

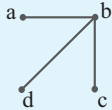
- چکیده قسمت: مطالب این بخش منحصر به فرد است
- پاسخ همه تمرین های کتاب درسی
- عبارات های مهم و سوالات امتحانی
- ارزشیابی مستمر همراه با پاسخ
- آزمون های پایانی با پاسخ و بارم بندی

۱ قسمت گراف ها و کاربردهای آن

چکیده قسمت:

نکته ۴: در هر گراف تعداد رئوس را مرتبه نامیده و با p نشان می دهیم. تعداد یال ها را اندازه نامیده و با q نشان می دهیم.

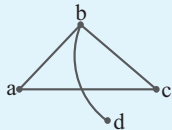
مثال: مرتبه گراف G در شکل زیر، $P(G) = 4$ و اندازه آن $q(G) = 3$ می باشد.



نکته ۵: درجه هر رأس مثل رأس a را با $\deg(a)$ نشان می دهیم. درجه، تعداد یال های متصل به آن رأس را نشان می دهد. مثال: درجه هر یک از رئوس گراف زیر را بنویسید.

$$\deg(a) = 2, \deg(b) = 3$$

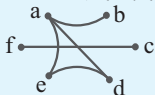
$$\deg(c) = 2, \deg(d) = 1$$



نکته ۶: بزرگترین عدد در بین درجه های رأس های یک گراف را با Δ نشان داده و کوچکترین عدد در بین درجه های رأسی های گراف را با δ نمایش می دهیم.

$$\Delta = 3, \delta = 1$$

مثال: در گراف شکل زیر داریم:

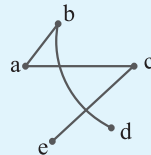


$$2q = rp$$

نکته ۷: در گراف r -منتظم داریم:

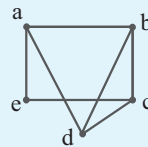
نکته ۱: در گراف ساده G مجموعه رئوس را با V و مجموعه یال ها را با E نشان می دهیم $G = (V, E)$

مثال: در گراف شکل
مجموعه $V = \{a, b, c, d, e\}$
رئوس و $E = \{ab, ac, bd, ce\}$
مجموعه یال ها می باشد.

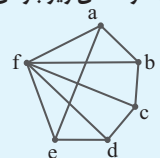


نکته ۲: گراف جهتدار G زوج مرتبی چون (V, E) است که در آن V مجموعه ای متناهی و ناتپی و E زیرمجموعه ای از مجموعه همه زوج های مرتب متشکل از اعضای V است.

نکته ۳: تمام گراف ها می توانند بازه ای باشند، یعنی می توان بازه هایی را برای رئوس آن در نظر گرفت که شکل گراف به آن صورت شود. مگر آن که در شکل گراف چهارضلعی (یا پنج ضلعی یا شش ضلعی ...) بدون قطر پیدا کنیم. مثال: گراف های زیر بازه ای نیستند.



به دلیل وجود چهارضلعی
بدون قطر $abce$



به دلیل وجود پنج ضلعی
بدون قطر $abcde$

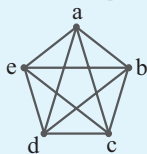
$$\sum_{i=1}^p \deg(V_i) = 2q$$

$$0 \leq q \leq \frac{p(p-1)}{2}$$

نکته ۱۳: در هر گراف تعداد رئوس فرد، زوج است.

نکته ۱۴: درجه هر رأس گراف کامل K_p برابر است با $p-1$

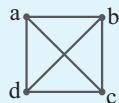
مثال: گراف کامل K_5 در شکل زیر نشان داده شده است. مشاهده می‌شود در این گراف درجه هر رأس $(p-1)$ یعنی ۴ است. به عبارت دیگر، گراف کامل K_p ، $(p-1)$ -منتظم است.



نکته ۱۵: در گراف کامل K_p داریم $q = \frac{p(p-1)}{2}$ و هر

گراف با شرط $q = \frac{p(p-1)}{2}$ کامل است.

مثال: گراف کامل K_4 در شکل زیر نشان داده شده است؛ در این گراف داریم:

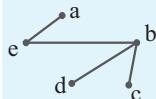


$$q = \frac{p(p-1)}{2} = \frac{4(4-1)}{2} = 6$$

$$\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$$

نکته ۱۶: در هر گراف داریم:

مثال: در گراف شکل زیر داریم:

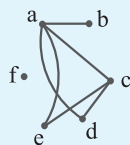


$$p = 5, q = 4, \Delta = 3, \delta = 1$$

$$\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta \rightarrow 1 \leq \frac{2 \times 4}{5} \leq 3$$

نکته ۱۷: اگر u و v دو رأس متفاوت از گراف G با مرتبه n باشند، یک مسیر از u به v دنباله‌ای متشکل از $n+1$ رأس دو به دو متفاوت است که از u آغاز و به v ختم می‌شود.

مثال: در گراف شکل زیر، سه مسیر از رأس a به رأس c وجود دارد که عبارتند از:



۱) ac

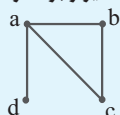
۲) adc

۳) aec

نکته ۱۸: در مسیر رأس تکرار نمی‌شود.

نکته ۱۹: طول مسیر، تعداد یال‌هایی است که در مسیر از آن‌ها گذشتیم.

مثال: در گراف G ، بین دو رأس b و d ، دو مسیر وجود دارد:



۱) مسیر bad به طول ۲

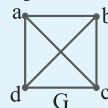
۲) مسیر $bcad$ به طول ۳

نکته ۲۰: فاصله دو رأس u و v را با $d(u, v)$ نشان می‌دهیم که طول کوتاه‌ترین مسیر بین u و v است.

مثال: در گراف شکل زیر فاصله دو رأس a و c برابر $d(a, c) = 1$ ،

مثال: در گراف G یک گراف کامل ۳-منتظم از مرتبه ۴ است و داریم:

$$2 \times 6 = 3 \times 4 \rightarrow 2q = rp$$

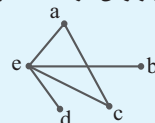


نکته ۸: گراف فرد - منتظم از مرتبه فرد نداریم.

مثال: گراف ۳-منتظم از مرتبه ۷ نداریم.

نکته ۹: دنباله درجه‌های رئوس یک گراف، دنباله‌ای از اعداد ناصعودی است که از درجات رئوس گراف تشکیل می‌شود.

مثال: دنباله درجه‌های رئوس گراف شکل زیر را بنویسید.



این گراف یک رأس از درجه ۴، دو رأس از درجه ۲ و دو رأس از درجه ۱ دارد؛ بنابراین دنباله درجات رئوس آن عبارت است از: ۱ و ۱ و ۲ و ۲ و ۴

نکته ۱۰: دنباله عددی، که بخواهد دنباله درجات یک گراف

باشد باید دارای ویژگی‌های زیر باشد:

۱- حداقل دو عدد یکسان داشته باشد.

۳ و ۲ و ۲ و ۱ ✓

۳ و ۲ و ۱ و ۰ ✗

۲- تعداد اعداد فرد آن باید زوج باشد.

۳ و ۳ و ۲ و ۱ و ۱ ✓

۳ و ۳ و ۲ و ۱ ✗

۳- تعداد اعداد دنباله بیانگر تعداد رئوس است. بزرگ‌ترین عدد دنباله باید کوچک‌تر از p باشد.

۵ و ۴ و ۳ و ۳ و ۲ و ۱ ✓

۵ و ۴ و ۳ و ۳ و ۲ و ۱ ✗

۴- اگر k رأس از درجه ۰ داشته باشد، بزرگ‌ترین درجه باید کوچک‌تر از $p-k$ باشد.

۳ و ۲ و ۲ و ۱ و ۰ ✓

۳ و ۲ و ۱ و ۰ ✗

نکته ۱۱: روش هاول - حکیمی:

دنباله‌ای که بخواهد دنباله گرافیکی باشد باید در این روش به اعداد صفر ختم شود. اگر عددی منفی شود نمی‌تواند دنباله گرافیکی باشد.

ابتدا دنباله اعداد را به صورت نزولی می‌نویسیم. بزرگ‌ترین عدد را حذف می‌کنیم و به اندازه عدد آن از اعداد بعدی یکی یکی کم می‌کنیم (مثلاً اگر عدد حذف شده ۳ باشد، از سه عدد بعدی هر کدام یکی کم می‌کنیم) همین کار را ادامه می‌دهیم و پیش می‌رویم. اگر در هر مرحله صعودی بودن عددها به هم خورد، ابتدا مجدداً آن‌ها را مرتب می‌کنیم و بعد به مرحله بعد می‌رویم.

مثال:

۵ و ۴ و ۳ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰

۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ و ۰

۳ و ۲ و ۱ و ۰ و ۰ و ۰

۳ و ۲ و ۱ و ۰ و ۰ و ۰ و ۰

۱ و ۰ و ۰ و ۰ و ۰ و ۰

۱ و ۰ و ۰ و ۰ و ۰ و ۰ و ۰

۰ و ۰ و ۰ و ۰ و ۰ و ۰

۰ و ۰ و ۰ و ۰ و ۰ و ۰ و ۰ و ۰

می‌تواند دنباله گرافیکی باشد

نکته ۱۲: در هر گراف ساده

$$\Delta \leq p-1$$



دلیل: از بین x و y و z و w ، دو حرف انتخاب می‌کنیم و سپس دو حرف دیگر را در یک مجموعه می‌نویسیم، اما وقتی $\{x, y\}$ را انتخاب می‌کنیم، قطعاً عضو دیگر افزاز $\{z, w\}$ است و بالعکس اگر $\{z, w\}$ را انتخاب کنیم قطعاً عضو دیگر افزاز $\{x, y\}$ است و لذا باید این تکرار در نظر گرفته شود از این جهت تعداد انتخاب $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ را بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

$$\{x, y\}, \{z, w\}, \{x, z\}, \{y, w\}, \{x, w\}, \{y, z\}, \{z, w\}, \{x, y\} \dots =$$

$$\text{تعداد افزاز سه عضوی} = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}{2!} = 6$$

$$1 = \text{تعداد افزاز چهار عضوی} \{w, x, y, z\} = \text{افراز چهار عضوی}$$

$$15 = 1 + 6 + 7 + 1 = \text{تعداد روابط هم‌ارزی}$$

۳- فرض کنید $A = \{1, 2, 3, 4\} \dots$ (با توجه به چکیده قسمت شماره‌های ۸ و ۱۰) اگر M ماتریس رابطه R باشد، ماتریس RoR برابر است با $[M(R)]^{(2)}$ یعنی $M(RoR) = [M(R)]^{(2)}$ پس:

$$[M(R)]^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow RoR = \{(1, 4), (2, 4), (4, 4)\}$$

به همین ترتیب برای رابطه SOS داریم:

$$[M(S)]^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow SoS = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$$

۴- بندهای (الف) و $\dots$ (با توجه به چکیده قسمت شماره‌های ۸ و ۱۰)

الف) مجموعه n عضوی $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم R رابطه‌ای روی A باشد چون در صورت قضیه (قسمت الف) اصطلاح **اگر و تنها اگر** به کار رفته است، قضیه را به صورت دو شرطی (رفت و برگشت) ثابت می‌کنیم.

$$1) M(R) = [0]_{n \times n} \Rightarrow R = \emptyset$$

می‌دانیم که در ماتریس مجاور M زمانی درایه m_{ij} برابر ۱ است، که در گراف نظیر آن رأس i به رأس j وصل باشد.

$$m_{ij} = 1 \Leftrightarrow (a_i, a_j) \in R, i, j \in \{1, 2, \dots, n\}, a_i, a_j \in A$$

چون همه درایه‌های $M(R)$ صفر است، پس داریم:

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\} : m_{ij} = 0 \Rightarrow \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\} : (a_i, a_j) \notin R \Rightarrow R = \emptyset$$

$$2) R = \emptyset \Rightarrow M(R) = [0]_{n \times n}$$

$$R = \emptyset \Rightarrow \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\}, (a_i, a_j) \notin R \Rightarrow m_{ij} = 0 \Rightarrow M(R) = [0]_{n \times n}$$

ب) صورت قضیه «ب» هم به صورت **اگر و تنها اگر** بیان شده پس به صورت رفت و برگشت ثابت می‌شود، فرض می‌کنیم $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ یک مجموعه n عضوی و R یک رابطه روی A باشد:

$$1) R = A \times A \Rightarrow M(R) = [1]_{n \times n}$$

$$R = A \times A \Rightarrow \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\} : (a_i, a_j) \in R \Rightarrow \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\} : m_{ij} = 1 \Rightarrow M(R) = [1]_{n \times n}$$

$$2) M(R) = [1]_{n \times n} \Rightarrow R = A \times A$$

$$M(R) = [1]_{n \times n} \Rightarrow \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\} : m_{ij} = 1 \Rightarrow \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\} : (a_i, a_j) \in R \Rightarrow R = A \times A$$



۵- بندهای (الف) و ... (با توجه به چکیده قسمت شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۸ و ۱۰)

(الف) مجموعه n عضوی A و $n \in N$ و رابطه R روی آن را در نظر می‌گیریم فرض می‌کنیم M ماتریس متناظر این رابطه باشد باید ثابت کنیم R بازتابی است اگر و تنها اگر $I_n \ll M$ (I_n ماتریس همانی $n \times n$ است) قضیه به صورت ترکیب دو شرطی است و به صورت رفت و برگشت ثابت می‌شود:

۱) $R \Rightarrow I_n \ll M$ بازتابی است

اگر رابطه R بازتابی است درایه‌های واقع بر قطر اصلی ماتریس M همگی برابر ۱ است. پس:

$$\forall i = 1, 2, \dots, n : m_{ii} = 1$$

سایر درایه‌های ماتریس M اعداد صفر یا یک می‌باشند یعنی از صفر بزرگ‌تر یا مساوی صفر هستند. پس درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس M با درایه‌های قطر اصلی ماتریس I_n برابر هستند و سایر درایه‌های ماتریس M از سایر درایه‌های ماتریس I_n (یعنی صفرها) بزرگ‌تر یا مساوی آن‌ها است، بنابراین: $I_n \ll M$.

۲) $I_n \ll M \Rightarrow R$ بازتابی است. درایه‌های قطر اصلی I_n همگی برابر ۱ هستند و چون $I_n \ll M$ پس درایه‌های قطر اصلی M هم همگی ۱ هستند، پس رابطه نظیر بازتابی است.

ب) $R \Rightarrow M = M^T$ متقارن است. ۱)

$$R \Rightarrow \forall (a_i, a_j) \in R \Rightarrow (a_j, a_i) \in R$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \forall a_{ij} = 1 : a_{ji} = 1 \\ \forall a_{ij} = 0 : a_{ji} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\} \Rightarrow a_{ij} = a_{ji} \Rightarrow M = M^T$$

۲) $M = M^T \Rightarrow R$ متقارن است

$$\Rightarrow M = M^T \Rightarrow \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\} \Rightarrow a_{ij} = a_{ji} \Rightarrow \forall (a_i, a_j) \in R \Rightarrow (a_j, a_i) \in R \Rightarrow R$$

۶- فرض کنید $R \dots$ (با توجه به چکیده قسمت شماره‌های ۱ و ۸)

$$R \text{ هم بازتابی است. } \Rightarrow \forall_i : a_i R a_i, a_i R a_i \xrightarrow[\text{تعریف } RoR]{\text{بنابه}} a_i (RoR) a_i \Rightarrow$$

۷- ماتریس صفر و ... (با توجه به چکیده قسمت شماره ۷) در هر ماتریسی مثل F که داشته باشیم $E \ll F$ ، هر جایی که ماتریس E درایه ۱ دارد، ماتریس F هم باید درایه ۱ داشته باشد. حال درایه‌هایی از ماتریس E که صفرند در ماتریس F ، آن درایه‌های متناظر می‌توانند یا صفر باشند یا یک، پس ۲ انتخاب برای آن‌ها موجود می‌باشد. چون ۶

عدد صفر در ماتریس E هست، پس 2^6 انتخاب برای ماتریس F وجود دارد، بنابراین: $2^6 = 64$ تعداد ماتریس F

۸- با استفاده از ... (با توجه به چکیده قسمت شماره‌های ۱۲، ۱۴ و ۱۶) با توجه به رابطه داده شده در مسأله داریم:

$$I_n \ll M \text{ باید داشته باشیم} \star$$

$$M(R) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

و این رابطه برقرار است پس، بازتابی است.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \ll \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = M^T \text{ تقارنی: باید داشته باشیم}$$

محتوای ویژه کتاب

- چکیده فصل
- پاسخ به تمامی تمرین‌ها و فعالیت‌های کتاب درسی
- ارزشیابی مستمر همراه با پاسخ
- موارد مهم و سؤالات امتحانی
- اثبات قضیه‌های کتاب درسی
- آزمون‌های دی و خرداد با پاسخ و بارم‌بندی

حساب دیناریل انگرال ۲۱

یادآوری مفاهیم پایه

چکیده فصل

مساوی با آن، از فرمول زیر استفاده کنید:

$$\frac{a_1 a_2 \dots a_m b_1 b_2 \dots b_n}{a_1 a_2 \dots a_m b_1 b_2 \dots b_n - a_1 a_2 \dots a_m} = \frac{\underbrace{99 \dots 9}_n \underbrace{00 \dots 0}_m}{\underbrace{99 \dots 9}_n \underbrace{00 \dots 0}_m - 1}$$

برخی خواص نامساوی

$$\begin{cases} x < y, z > 0 \Rightarrow xz < yz, & \frac{x}{z} < \frac{y}{z} \\ x < y, z < 0 \Rightarrow xz > yz, & \frac{x}{z} > \frac{y}{z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < y \Leftrightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y} > 0 \\ x < y < 0 \Rightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y} \end{cases}$$

$$x < y, z < t \Rightarrow x + z < y + t$$

$$0 < x < y, 0 < z < t \Rightarrow 0 < xz < yt$$

برخی خواص قدرمطلق:

$$\begin{aligned} ۱) \sqrt{x^2} &= |x| & ۲) |x| &= |-x| \\ ۳) -|x| &\leq x \leq |x| & ۴) |x \cdot y| &= |x| |y| \\ ۵) |x^n| &= |x|^n & ۶) \left| \frac{x}{y} \right| &= \frac{|x|}{|y|} \quad (y \neq 0) \end{aligned}$$

دستگاه اعداد حقیقی: منظورمان از دستگاه اعداد حقیقی، مجموعه اعداد حقیقی (R)، اعمال جمع (+) و ضرب (×) اعداد حقیقی و خواص جبری اعداد حقیقی است.

خواص اعداد حقیقی: ۱) خواص جبری ۲) خواص ترتیب ۳) خواص مربوط به پیوستاری اعداد حقیقی.

اصل موضوع (اصل): حکم یا گزاره‌ای که بدون دلیل و برهان آن را می‌پذیریم.

گزاره: جمله‌ای خبری که می‌تواند درست یا نادرست باشد. گزاره‌نما: هر جمله خبری شامل یک یا چند متغیر است که درستی یا نادرستی آن بر ما مشخص نیست.

سورها: سور عمومی (V)، سور وجودی (E) و سور صفر (F)

اصل‌های جمعی و ضریبی در R:

۱) بسته بودن ۲) خاصیت جابه‌جایی

۳) خاصیت شرکت‌پذیری ۴) وجود عضو همانی (خنثی)

۵) وجود عضو قرینه برای عمل + و عضو وارون برای عمل × عضو خنثی صفر برای عمل + و عضو قرینه هر عدد حقیقی و عضو وارون هر عدد حقیقی (غیر صفر) منحصر به فرد است.

اصل توزیع‌پذیری ضرب نسبت به جمع:

$$\forall x, y, z \in R : x(y + z) = xy + xz$$

بسط اعشاری اعداد گویا:

برای تبدیل عدد اعشاری متناوب ساده یا مرکب به عدد گویای

(۲) در بازه (a, b) ، عدد $\frac{a+b}{2}$ را نقطه میانی بازه یا مرکز بازه می‌گوییم.

(۳) برای تبدیل بازه بازی مانند (a, b) به یک همسایگی متقارن کافی است به جای مرکز، مقدار $\frac{a+b}{2}$ و به جای شعاع همسایگی $\frac{b-a}{2}$ قرار دهیم.

$$x \in (a, b) \iff \left| x - \frac{a+b}{2} \right| < \frac{b-a}{2}$$

(۷) $|x| \leq k \iff -k \leq x \leq k \quad (k > 0)$

(۸) $|x| \geq k \iff x \leq -k \text{ یا } x \geq k \quad (k > 0)$

(۹) نامساوی مثلثی: $|x+y| \leq |x|+|y|$

(۱۰) $|x-y| \geq |x|-|y|$

همسایگی

(۱) همسایگی متقارن a با شعاع ε یعنی بازه $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$ که به صورت $|x-a| < \varepsilon$ نیز نمایش می‌دهند.

تمرین در کلاس ۵

۱- ثابت کنید برای ... فرض کنید x یک عدد حقیقی باشد آنگاه:

$$\left. \begin{aligned} x + (-x) &= 0 \\ -x + (-(-x)) &= 0 \Rightarrow (-(-x)) + (-x) = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + (-x) = (-(-x)) + (-x) \Rightarrow x = -(-x)$$

خاصیت عضو قرینه خاصیت جابه‌جایی

۲- برای هر سه ...

$$x = x + 0 = x + (z + (-z)) = (x + z) + (-z) = (y + z) + (-z) = y + (z + (-z)) = y + 0 = y \Rightarrow x = y$$

تمرین در کلاس ۷

۱- ثابت کنید برای ... می‌دانیم: $y - z = y + (-z)$

$$x(y - z) = x(y + (-z)) = xy + x(-z) = xy + (-xz) = xy - xz$$

۲- ثابت کنید هرگاه ...

اگر $xy = 0$ ولی $\left. \begin{aligned} x &\neq 0 \\ y &\neq 0 \end{aligned} \right\} \iff xy \neq 0$ که با فرض $xy = 0$ در تناقض است (*) و اما عکس گزاره فوق به صورت زیر است.

اگر $x = 0$ یا $y = 0$ آنگاه $xy = 0$ که این بدیهی است... لذا داریم: $xy = 0 \iff x = 0$ یا $y = 0$...

۳- برای هر دو ...

(الف)

$$x(-y) = x[(-1)y] = [(-1)(x)](y) = -xy = (-1)(xy) = -(xy)$$

(ب)

$$(-x)(-y) = [(-1)x][(-1)y] = ((-1)x(-1))y = ((-1)(-1)x)y = ((-1)(-1))(xy) = 1(xy) = xy$$

قضیه ۱۵

★ قضیه (اعمال با قدر مطلق):

هرگاه a و ...

$$|a.b| = \sqrt{(ab)^2} = \sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2} = |a||b|$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \sqrt{\left(\frac{a}{b} \right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}} = \frac{|a|}{|b|}, \quad b \neq 0$$

$$|a^n| = \underbrace{|a \times a \times a \times \dots \times a|}_{a \times n} = \underbrace{|a| \times |a| \times \dots \times |a|}_{|a| \times n} = |a|^n$$

(۱)

(۲)

(۳)

محتوای ویژه کتاب

- چکیده درس
- پاسخ همه‌ی تمرین‌های کتاب درسی
- عبارتهای مهم و سؤالات امتحانی
- ارزشیابی مستمر همراه با پاسخ
- آزمون‌های پایانی با پاسخ و بارم‌بندی

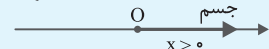
فیزیک ۱

فصل ۱ حرکت شناسی در دو بُعد

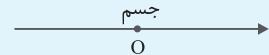
چکیده فصل:

ابتدا نکات حرکت یک بعدی را مطرح می‌کنیم:

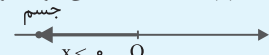
۱- بردار مکان ($\vec{x}$): برداری است که در هر لحظه، مبدأ مکان را به محل جسم وصل می‌کند. اگر جسم سمت راست مبدأ باشد x مثبت خواهد بود.



اگر جسم در مبدأ مکان باشد، $x = 0$ خواهد بود.



اگر جسم سمت چپ مبدأ باشد، x منفی خواهد بود.



۲- معادله حرکت (معادله مکان - زمان): معادله‌ای ریاضی است، بین مکان (x) و زمان (t) که تغییرات x را به صورت تابعی از زمان نشان می‌دهد. $x = f(t)$

چند نکته:

(الف) وقتی جسم روی محور x حرکت می‌کند، در هر لحظه بردار مکان آن تغییر می‌کند.

(ب) چون بی‌نهایت متحرک داریم پس می‌توان بی‌نهایت معادله حرکت نوشت.

(پ) با استفاده از این معادله می‌توان مکان متحرک را در هر لحظه به‌دست آورد.

(ت) با استفاده از این معادله می‌توان نمودار مکان - زمان متحرک را رسم کرد.

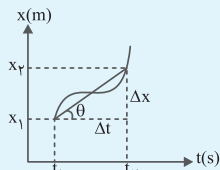
۳- سرعت متوسط ($\bar{v}$): برابر است با جابه‌جایی متحرک بر بازه زمانی لازم برای این جابه‌جایی.

چند نکته:

(الف) اگر x_1 مکان متحرک در لحظه t_1 و x_2 مکان متحرک در لحظه t_2 باشد، در این صورت:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{یا} \quad \bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

(ب) در هر نمودار مکان - زمان، سرعت متوسط در هر بازه زمانی برابر است با شیب خط قاطع نمودار در آن بازه، به برای مثال:



(پ) در حرکت روی محور x می‌توان سرعت متوسط را با

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$\bar{v}_x$ نمایش داد و نوشت:

۴- سرعت لحظه‌ای ($\vec{v}$): برابر است با حد سرعت متوسط وقتی

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{dx}{dt}$$

Δt به سمت صفر میل می‌کند.

چند نکته:

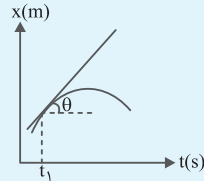
(الف) رابطه $v = \frac{dx}{dt}$ به این معنی است که سرعت لحظه‌ای، مشتق مکان متحرک، نسبت به زمان است.

ب) هرگاه از معادله حرکت، نسبت به زمان مشتق بگیریم به معادله سرعت می‌رسیم. برای مثال:

$$x = t^2 - 4t + 6 \xrightarrow{\text{مشتق نسبت به } t} v = 2t - 4$$

پ) سرعت لحظه‌ای، شیب خط مماس در هر زمان مشخص، بر نمودار مکان - زمان است. برای مثال:

$$v = \tan \theta$$



ت) هرگاه کلمه سرعت را دیدید، منظور سرعت لحظه‌ای است. ث) در حرکت روی محور xها، سرعت لحظه‌ای را با v_x هم نشان می‌دهند.

ج) اگر متحرک در جهت محور x حرکت کند، v مثبت بوده و در جهت محور x خواهد بود. ولی اگر متحرک خلاف جهت محور x حرکت کند، v منفی می‌شود. در هر صورت، در هر لحظه، v هم‌علامت با جهت حرکت است.

چ) از روی معادله سرعت، می‌توان نمودار سرعت - زمان را رسم کرد.

ح) اگر اندازه یا جهت سرعت، تغییر کند، حرکت را شتابدار می‌نامند. ۵- شتاب متوسط ($\bar{a}$): برابر است با تغییر سرعت متحرک در بازه زمانی لازم برای تغییرات سرعت.

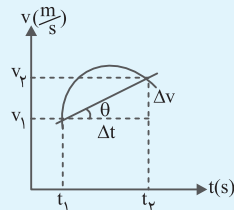
چند نکته:

الف) اگر v_1 سرعت متحرک در لحظه t_1 و v_2 سرعت متحرک در لحظه t_2 باشد، در این صورت:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{یا} \quad \bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

ب) در نمودار سرعت - زمان، شتاب متوسط در هر بازه زمانی برابر است با شیب خط قاطع نمودار در آن بازه. برای مثال:

$$\bar{a} = \tan \theta$$



پ) در حرکت روی محور xها می‌توان شتاب متوسط را با $\bar{a}_x$ نمایش داد و نوشت:

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

۶- شتاب لحظه‌ای ($\vec{a}$): برابر است با حد شتاب متوسط وقتی Δt به سمت صفر میل کند.

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{dv}{dt}$$

چند نکته:

الف) رابطه $a = \frac{dv}{dt}$ به این معنی است که شتاب لحظه‌ای، مشتق سرعت نسبت به زمان است.

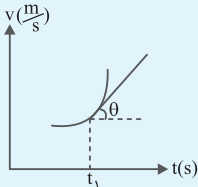
ب) چون سرعت، مشتق مکان است، پس شتاب، مشتق دوم مکان می‌شود.

$$a = \frac{dv}{dt} \xrightarrow{v = \frac{dx}{dt}} a = \frac{d}{dt} \frac{dx}{dt} \Rightarrow a = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

یعنی اگر از معادله مکان دوبار نسبت به زمان مشتق بگیریم، به معادله شتاب می‌رسیم.

پ) شتاب لحظه‌ای، شیب خط مماس در هر زمان مشخص، بر نمودار سرعت - زمان است. برای مثال:

$$a = \tan \theta \quad \text{شتاب در لحظه } t_1 \text{ عبارت است از:}$$



ث) اگر کلمه شتاب را دیدید، منظور شتاب لحظه‌ای است.

ج) در حرکت روی محور xها، شتاب لحظه‌ای را با a_x هم نشان می‌دهند یعنی:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

چ) از روی معادله شتاب، می‌توان نمودار شتاب - زمان را رسم کرد. نکته: از بین تمامی کمیت‌های برداری که تاکنون معرفی شد یعنی بردارهای $\vec{a}$, $\vec{a}_x$, $\Delta \vec{v}$, $\vec{v}$, $\vec{v}_x$, $\Delta \vec{x}$, $\vec{x}$ هر کدام در جهت مثبت محور x باشد، علامت مثبت و هر کدام در جهت منفی محور x باشد، علامت منفی دارند.

نکته: در حرکت روی محور x دو نوع حرکت را بررسی می‌کنیم:

۱- حرکت با سرعت ثابت (حرکت یکنواخت)

۲- حرکت با شتاب ثابت

۷- حرکت با سرعت ثابت

در این حرکت:

- اندازه و جهت سرعت ثابت می‌ماند.

- شتاب صفر است. ($a = 0$)

- سرعت متوسط در هر بازه زمانی، با سرعت لحظه‌ای مساوی است. ($\bar{v} = v$)

معادلات این حرکت عبارتند از:

$$x = vt + x_0$$

معادله مکان - زمان:

$$(x_0 \text{ یعنی مکان در لحظه } t = 0)$$

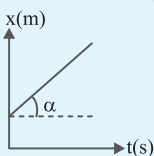
$$\Delta x = vt$$

معادله جابه‌جایی - زمان:

نمودار مکان-زمان، خطی صاف است که شیب آن برابر سرعت

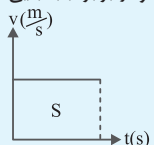
$$v = \tan \alpha$$

متحرک است. مثل:



نمودار سرعت - زمان، خطی افقی است. مثل:

[مساحت زیر این نمودار برابر جابه‌جایی است. $S = \Delta x$]



محتوای ویژه کتاب

- چکیده بخش
- پاسخ همه تمرین‌های کتاب درسی
- عبارت‌های مهم و سوالات امتحانی
- تست کنکور سراسری و آزاد با پاسخ تشریحی
- آزمون‌های پایانی با پاسخ و بارم‌بندی

۳- **حالت فیزیکی:** هرچه سطح تماس ذرات واکنش‌دهنده‌ها افزایش یابد سرعت واکنش نیز افزایش می‌یابد. مثلاً در فاز گاز یا محلول یا حالت جامد پودری سرعت بیشتر است.

۴- **غلظت:** رابطه میان سرعت واکنش شیمیایی و غلظت واکنش‌دهنده‌ها با قانون سرعت بیان می‌شود.

۵- **کاتالیزگر:** با کاتالیزگر می‌توان سرعت یک واکنش را افزایش داد و در پایان آن را بازیابی کرد.

- قانون سرعت: ارتباط کمی میان سرعت یک واکنش با غلظت واکنش‌دهنده‌ها را قانون سرعت می‌گویند. به طور مثال برای واکنش فرضی $aA + bB \rightarrow \dots$ قانون سرعت عبارت است از:

$$R = K[A]^m[B]^n$$

در این رابطه:

K ثابت سرعت نام دارد و مستقل از غلظت واکنش‌دهنده‌ها است.

m و n مرتبه سرعت واکنش را نسبت به هر یک از واکنش‌دهنده‌ها نشان می‌دهد و فقط در واکنش‌های بنیادی و یک مرحله‌ای با ضرایب استوکیومتری (a و b) برابرند و در سایر موارد به صورت تجربی به دست می‌آیند.

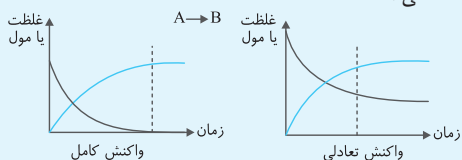
- **نمودارهای مول، غلظت-زمان:**

این نمودارها نشان‌دهنده تغییرات تعداد مول یا غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها با گذشت زمان هستند. در این نمودارها:

- منحنی مربوط به واکنش‌دهنده‌ها نزولی و منحنی فراورده‌ها صعودی است.

- هر چه ضریب استوکیومتری یک ماده در معادله واکنش بزرگ‌تر باشد، شیب منحنی آن تندتر است.

- اگر حداقل یکی از منحنی‌های واکنش‌دهنده‌ها به صفر برسد (محور زمان را قطع کند) واکنش کامل و در غیر این صورت تعادلی است.



نقطه چین‌ها در هر دو نمودار لحظه پایانی واکنش را نشان می‌دهند.

- در سینتیک شیمیایی آهنگ مصرف واکنش‌دهنده‌ها و تولید فراورده‌ها در بازه‌ای از زمان اهمیت ویژه‌ای دارد.
- سرعت یک واکنش عبارت است از تعداد مول‌های مصرف‌شده واکنش‌دهنده‌ها یا تعداد مول‌های تولید شده فراورده‌ها در واحد زمان که برای یک واکنش فرضی $A \rightarrow B$ به صورت زیر است:

$$\bar{R}_A = -\frac{\Delta n_A}{\Delta t} \quad (\text{mol.s}^{-1} \text{ یا } \text{mol.min}^{-1})$$

واحد:

$$\bar{R}_B = \frac{\Delta n_B}{\Delta t}$$

$$\bar{R}_A = -\frac{\Delta[A]}{\Delta t} \quad (\text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1} \text{ یا } \text{mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1})$$

واحد:

$$\bar{R}_B = \frac{\Delta[B]}{\Delta t}$$

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\bar{R} \text{ واکنش: } \frac{\bar{R}_A}{a} = \frac{\bar{R}_B}{b} = \frac{\bar{R}_C}{c} = \frac{\bar{R}_D}{d} \text{ یا}$$

$$\bar{R} \text{ واکنش: } -\frac{\Delta n_A}{a} = -\frac{\Delta n_B}{b} = \frac{\Delta n_C}{c} = \frac{\Delta n_D}{d}$$

- **عوامل مؤثر بر سرعت واکنش:**

- ۱- **ماهیت شیمیایی واکنش‌دهنده‌ها:** اگرچه عامل مهمی است ولی به عنوان متغیری برای بهبود سرعت واکنش مطرح نیست.
- ۲- **دما:** افزایش دما معمولاً موجب افزایش سرعت واکنش‌های شیمیایی می‌شود.

- نظریه‌های سینتیک:

۱- **نظریه برخورد:** برای انجام واکنش باید میان ذرات واکنش‌دهنده برخورد مؤثر صورت بگیرد که دارای سه شرط زیر است:

الف) **تعداد برخورد:** هر چه تعداد برخوردها در واحد زمان و حجم افزایش یابد احتمال برخورد مؤثر نیز افزایش یافته و سرعت واکنش نیز زیاد می‌شود.

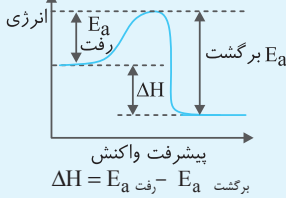
ب) **جهت‌گیری مناسب:** برخورد ذرات واکنش‌دهنده باید در راستا و جهتی انجام شود که فراورده مورد انتظار تولید شود.

پ) **انرژی کافی:** ذرات واکنش‌دهنده‌ها، هنگام برخورد باید از حداقل انرژی لازم برخوردار باشند که به آن انرژی فعال‌سازی می‌گویند.

- نظریه برخورد برای فاز گاز مناسب است و به حرکت چرخشی و ارتعاشی ذرات نمی‌پردازد و انرژی فعال‌سازی (E_a) را محاسبه نمی‌کند.

۲- **نظریه حالت گذار:** در مسیر پیشرفت واکنش و تبدیل واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها نوعی قله انرژی وجود دارد که مقدار آن برابر انرژی فعال‌سازی است. به این مرحله حالت گذار می‌گویند و در آن پیچیده فعال تشکیل می‌شود.

- پیچید فعال: گونه‌ای ناپایدار است که در آن پیوند میان واکنش‌دهنده‌ها در حال شکسته‌شدن و پیوندهای جدیدی برای تولید فراورده‌ها در حال تشکیل شدن است.



- در واکنش‌های گرماگیر $\Delta H > 0$ و $E_{a \text{ رفت}} > E_{a \text{ برگشت}}$

و در واکنش‌های گرماده $\Delta H < 0$ و $E_{a \text{ برگشت}} < E_{a \text{ رفت}}$

- کاتالیزگر می‌تواند با کاهش $E_{a \text{ رفت}}$ و $E_{a \text{ برگشت}}$ سرعت هر دو واکنش رفت و برگشت را به یک میزان افزایش می‌دهد، ولی ΔH واکنش را تغییر نمی‌دهد.

- رشد روزافزون صنایع و گسترش صنعت حمل و نقل موجب تولید گازهایی مانند CO , NO , SO_2 , CO_2 , CH_4 و آلودگی هوا شده است.

- امروزه شیمی‌دانان با اختراع مبدل‌های کاتالیستی توانسته‌اند برخی از آن‌ها (SO_2) را به دام ببندازند و یا از میزان آلودگی برخی دیگر کم کنند و سرانجام گازهای کم ضررتر مانند CO_2 یا بی‌ضرر مانند N_2 , O_2 به هوا بفرستند.

۳

پرسش متن

به نظر شما در این واکنش جرم Zn(s) چه تغییری می‌کند؟ با انجام واکنش فلز روی خورده شده و به صورت کاتیون‌های $\text{Zn}^{2+}(\text{aq})$ وارد محلول می‌شود در نتیجه جرم Zn(s) کاهش می‌یابد.

۴

فکر کنید

۱- دانش‌آموزی یک محلول ... ابتدا تعداد مول‌های موجود $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$ را در محلول اولیه محاسبه می‌کنیم.

$$\text{mol Cu}^{2+} = 0.02 \text{ mol CuSO}_4 \times \frac{1 \text{ mol Cu}^{2+}}{1 \text{ mol CuSO}_4} = 0.02 \text{ mol Cu}^{2+}$$

بی‌رنگ شدن محلول به معنی مصرف شدن تقریباً کامل یون‌های $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$ است.

$$\bar{R}_{\text{Cu}^{2+}(\text{aq})} = \frac{-\Delta n(\text{Cu}^{2+})}{\Delta t} = \frac{-(0 - 0.02) \text{ mol}}{20 \text{ min}} = \frac{0.02 \text{ mol}}{20 \text{ min}} = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

نکته

به دلیل این‌که سرعت مصرف یا تولید یک ماده در واکنش کمیّی مثبت می‌باشد بنابراین در رابطه محاسبه سرعت مصرف واکنش‌دهنده باید یک علامت منفی قرار داد.

رنگ غذا $\rightarrow A$

۲- اگر تعداد مول‌های ...

$$\bar{R}_A = \frac{-\Delta n_A}{\Delta t} = \frac{-(0 - 0.05) \text{ mol}}{5 \text{ min}} = \frac{0.05 \text{ mol}}{5 \text{ min}} = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

۴

همچون دانشمندان

واکنش کلسیم کربنات را ...

الف) چون یکی از فراورده‌ها (CO_2) گاز بوده و از محیط واکنش خارج می‌شود.

ب) جرم کربن دی‌اکسید در دقایق ۳۰، ۴۰، ۵۰ و ۶۰ به ترتیب: ۱/۳۲، ۱/۴۳، ۱/۴۸ و ۱/۴۸ گرم است باید در خانه‌های خالی جدول نوشته شوند.