

تعریف و ویژگی‌های حرکت هماهنگ ساده، معادله‌ی حرکت نوسانی ساده

بررسی مفهومی کمیت‌ها و علامت‌های فیزیکی نوسانگر ساده در طی مسیر

ویژگی‌های حرکت نوسانی ساده: حرکت نوسانی حرکتی است شتاب‌دار با **شتاب متغیر** که دارای ویژگی‌های زیر است:

۱. حرکت رفت و برگشتی است.
۲. روی پاره خطی راست انجام می‌پذیرد.
۳. حول نقطه‌ای واقع بر وسط مسیر به نام مرکز نوسان صورت می‌گیرد.
۴. دارای شتابی است که:

(I) بزرگی آن متناسب با فاصله‌ی نوسانگر از مرکز نوسان است. (II) سوی آن همواره به سمت مرکز نوسان است.

۵. چون حرکت نوسانی ساده، حرکتی شتاب‌دار با شتاب متغیر است، نوسانگر در مدت زمان‌های مساوی الزاماً جایه‌جایی‌های مساوی ندارد.

تعریف‌ها:

دوره (T): در حرکت هماهنگ ساده بازه‌ی زمانی بین دو وضعیت یکسان و متواالی را دوره می‌نامیم.

$T = \frac{t}{n} \rightarrow$ زمان (۶) \rightarrow تعداد نوسان کامل

بسامد (f): تعداد نوسان‌ها را در یک ثانیه بسامد می‌نامیم و داریم: $f = \frac{1}{T}$, یکای بسامد در SI هرتز است.

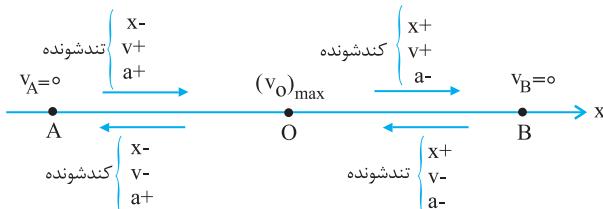
دامنه (A): بیشترین فاصله‌ی نوسانگر از مرکز نوسان را دامنه می‌نامیم.

در هر نوسان کامل، نوسانگر مسافتی به اندازه‌ی ۲ برابر طول پاره خط یا چهار برابر دامنه نوسان را می‌پیماید.

تذکر: بسامد از ویژگی‌های ساختاری یک نوسانگر است و بسامد طبیعی آن ناییده می‌شود و به دامنه نوسان و طول پاره خط نوسان بستگی ندارد.

فرض می‌کنیم جسمی به جرم m به فنری با سختی k متصل است و روی پاره خط AB حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. بدیهی است که فنر در حداکثر کشیدگی و فشردگی (در دو انتهای مسیر) دارای بیشینه‌ی نیرو، بیشینه‌ی شتاب و بیشینه‌ی انرژی پتانسیل کشسانی بوده و در مرکز نوسان، نیرو صفر، شتاب صفر و سرعت و انرژی جنبشی بیشینه است.

وضیعت علامت‌ها و نوع حرکت یک نوسانگر در یک نوسان روی پاره خط AB و به مرکز O در چهار ربع مسیر مطابق جدول زیر است. (سوی مثبت محور به طرف راست است).



علامت x صرفاً به مکان جسم روی محور بستگی دارد و علامت سرعت نیز به جهت حرکت وابسته است.

۱. به طور کلی اگر نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک شود، حرکتی تندشونده و اگر از مرکز نوسان دور شود، حرکتی کندشونده دارد.

۲. در لحظه‌ای که مقدار کمیت‌های مکان، شتاب، نیرو و انرژی پتانسیل نوسانگر صفر است و برعکس. مقدار کمیت‌های سرعت و انرژی جنبشی نوسانگر صفر است و برعکس.

| ابتها | مرکز | ابتها |
|------------------|---------------|---------------|
| $ x : \max$ | \circ | \max |
| $ F : \max$ | \circ | \max |
| $ a : \max$ | \circ | \max |
| $ v : \circ$ | \max | \circ |
| $U: \max$ | \circ | \max |
| $K: \circ$ | \max | \circ |
| $E: \text{ثابت}$ | ثابت | ثابت |

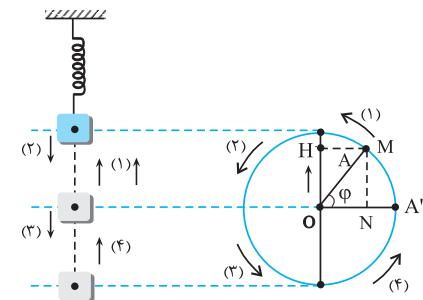
تعیین معادله‌ی حرکت نوسانی و کمیت‌های آن به کمک اطلاعات مسئله

روش تعیین معادله‌ی حرکت: برای یافتن معادله‌ی حرکت نوسانی کافی است A و ω را بیابیم و در معادله‌ی کلی $x = A \sin(\omega t)$ جایگزین کنیم که در آن A دامنه نوسان (معادل نصف طول پاره خط نوسان) و ω بسامد زاویه‌ای نوسانگر است.

معرفی دایره‌ی مرجع و یافتن معادله‌ی حرکت به کمک آن: در کتاب درسی معادله‌ی حرکت نوسانی $x = A \sin \omega t$ به کمک معادله‌ی

دیفرانسیلی $0 = \omega^2 x + \frac{d^2 x}{dt^2}$ به دست آمد. ما در اینجا به کمک دایره‌ی مرجع این معادله را می‌بیابیم. فرض می‌کنیم ذره‌ای بر مسیر دایره‌ای به شعاع

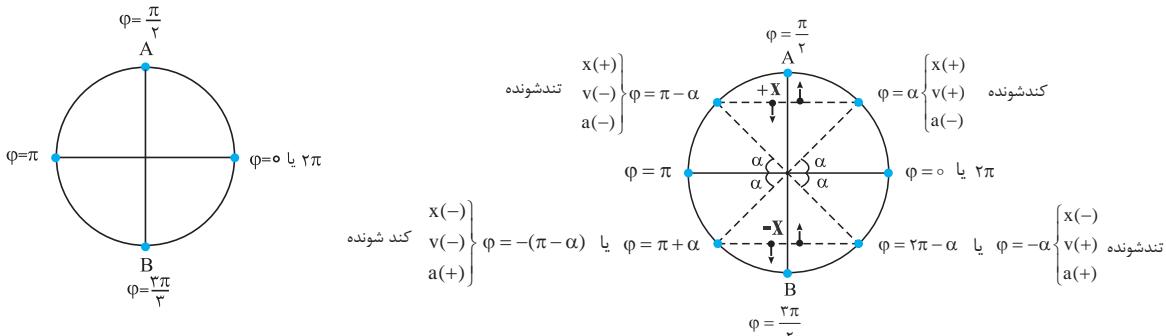
A (برابر با دامنه نوسان) در جهت مثلثاتی (پاد ساعتگرد) حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهد، در نتیجه رفتار تصویر این ذره روی قطر دایره شبیه حرکت هماهنگ ساده و قطر دایره به طول $2A$ معرف پاره خط نوسان خواهد بود. در اینجا خط قائم را محور مکان و سوی مثبت آن را رو به بالا می‌گیریم. فرض می‌کنیم ذره در $t = 0$ در نقطه‌ای 'A' قرار دارد، در این صورت تصویر آن در نقطه‌ای O (مبدأ مکان) واقع است. حال اگر ذره در مدت



$$\begin{aligned} \sin \varphi &= \frac{OH}{OM} = \frac{x}{R} \\ x &= R \sin \omega t \end{aligned}$$

به نقطه M برسد، شعاع حامل آن زاویهای معادل φ را طی می‌کند که معادل تغییر فاز نوسانگر در این مدت است. بدینه است که تصویر M روی محور قائم، مکان نوسانگر را نشان می‌دهد ($x = OH$). حال در مثلث قائم‌الزاویه MON داریم:

یافتن فاز حرکت (φ) نوسانگر: برای تعیین فاز حرکت در هر لحظه به کمک معادله حرکت، زاویه تند α را به کمک معادله $\sin \alpha = \frac{x}{R}$ تعیین می‌کنیم و سپس به کمک ویژگی کمیت‌های نوسانگر، فاز حرکت را تعیین می‌کنیم. مطابق شکل موقعیت ذره در هر لحظه یکی از ۸ حالت زیر را دارد:



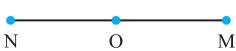
استخراج کمیت‌های یک نوسانگر به کمک معادله حرکت: معادله کلی حرکت نوسانی به صورت $x = A \sin \omega t$ می‌باشد که در آن A دامنه بر حسب متر، ω بسامد زاویه‌ای بر حسب رادیان بر ثانیه ($\frac{\text{rad}}{\text{s}}$) و ωt فاز حرکت در لحظه‌ی t است. برای یافتن مکان نوسانگر در هر لحظه‌ی مانند آن کافی است که در معادله حرکت به جای t زمان موردنظر را جایگزین کنیم و x را بیابیم.

$$T = \frac{t}{n}, f = \frac{n}{t}, \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \varphi = \omega t$$

رابطه بین کمیت‌های سینماتیکی نوسانگر به این صورت است:

تعیین زمان برای یک جابه‌جاوی معین و تعیین سرعت متوسط

۱. روش استفاده از $\Delta\varphi$: مناسب ترین روش برای یافتن زمان لازم برای یک جابه‌جاوی معین استفاده از دایره‌ی مرجع است. برای این کار فاز مربوط به موقعیت ابتدایی و نهایی ذره را روی دایره مشخص می‌کنیم و سپس تغییر فاز را در این جابه‌جاوی می‌باییم و از رابطه $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ بهره می‌گیریم. با توجه به ثابت بودن بسامد زاویه‌ای (ω) برای یک نوسانگر، تغییر فاز با زمان نسبت مستقیم دارد. برای حالت‌های خاص، می‌توان این تغییر فاز را بر روی پاره‌خط نوسان به صورت زیر بررسی کرد.



$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \\ \Delta t = \frac{T}{4} \end{array} \right.$$

در جابه‌جاوی نوسانگر از O تا M (و یا M تا O) تغییر فاز نوسانگر به اندازه $\frac{\pi}{2}$ rad است، در نتیجه برای تعیین زمان این جابه‌جاوی بر حسب دوره‌ی نوسان داریم:

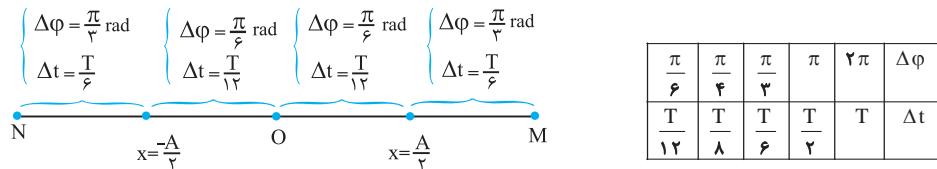
$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T}\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$$

و به همین ترتیب در جابه‌جاوی نوسانگر از O تا N (و یا N تا O) نیز، این موضوع صادق است.

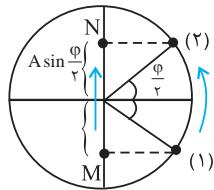
به طور کلی می‌توان رابطه‌ی هم‌ارزی بین تغییر فاز نوسانگر ($\Delta\varphi$) و زمان رخداد این تغییر را بر حسب دوره‌ی نوسان (T) به صورت $T = 2\pi$ بیان کرد.

به ازای یک نوسان کامل، زمان طی شده برابر T و تغییر فاز آن 2π و این هم‌ارزی می‌تواند در حل مسائل به ما کمک کند. به عنوان

$$\text{مثال } \Delta t = \frac{T}{12} \text{ و } \Delta\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$



۲. سرعت متوسط: حرکت نوسانی یک نوسانگر، یک حرکت با شتاب متغیر است، بنابراین برای محاسبه سرعت متوسط از تعریف کلی استفاده می‌کنیم، در این رابطه Δx به کمک اطلاعات مسئله یا معادله حرکت به سهولت قابل محاسبه است، اما برای تعیین Δt پیشنهاد می‌کنیم که از دایره‌ی مرجع و رابطه $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ استفاده شود.



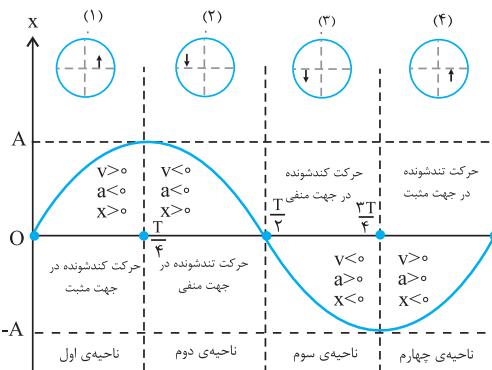
۳. محاسبه‌ی پیشنهادی سرعت متوسط (بیشنهادی جابه‌جایی) در بازه‌ی زمانی معین دلخواه: چون سرعت در مرکز نوسان پیشنهاد است، بنابراین سرعت متوسط و جابه‌جایی در یک بازه‌ی زمانی معین Δt هنگامی پیشنهاد خواهد بود که نوسانگر در اطراف وضعیت تعادل (منطقه‌ی پر سرعت) جابه‌جا شود. به عبارتی نیمی از آن قبل و نیمی دیگر بعد از عبور از مبدأ صورت گیرد.

بنابراین با تقسیم بازه‌ی زمانی Δt به دو بازه‌ی $\frac{\Delta t}{2}$ قبل و بعد از عبور از مبدأ، تغییر فاز یکسان $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ در این دو نیمه رخ خواهد داد. حال به

$$\Delta x_{\max} = MN = 2A \sin \frac{\omega \Delta t}{2}, \quad \bar{v}_{\max} = \frac{\Delta x_{\max}}{\Delta t}$$

کمک شکل، Δx_{\max} و \bar{v}_{\max} را می‌یابیم:

۴. محاسبه‌ی کمترین مسافت طی شده در بازه‌ی زمانی معین دلخواه: برای محاسبه‌ی کمینه‌ی مسافت طی شده در یک بازه‌ی زمانی دلخواه Δt باید یک بازه‌ی زمانی متقاضن حول انتهای نوسان در نظر گرفت، زیرا سرعت نوسانگر در این منطقه کمترین مقدار است. برای تعیین مسافت طی شده در بازه‌ی زمانی Δt ، جابه‌جایی نوسانگر را در مدت t_1 قبل از رسیدن و t_2 بعد از رسیدن به انتهای نوسان محاسبه می‌کنیم. سپس قدر مطلق آن‌ها را با هم جمع کرده، بدیهی است که جابه‌جایی و سرعت متوسط در این حالت صفر خواهد بود، چون مکان آغاز و پایان نوسانگر یک نقطه است.



۵. نمودار مکان-زمان و بررسی کمیت‌ها در این نمودار: به طور کلی معادله حرکت نوسانی یک تابع سینوسی به صورت $x = A \sin \omega t$ است که نمودار آن به صورت مقابل می‌باشد. با توجه به این که شبی خط مماس بر نمودار مکان-زمان معرف سرعت است، در مماس‌ها با شبی مثبت، $v > 0$ و با شبی منفی، $v < 0$ است. از طرفی تقریب نمودار معرف شتاب است بنابراین اگر تقریب نمودار رو به بالا باشد $a > 0$ و اگر رو به پایین باشد، $a < 0$ خواهد بود.

اگر به شکل نگاه کنید هر ربع نمودار متناظر با یک ناحیه‌ی مثلثاتی است.

کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور

بورسی کمیت‌های مربوط به نوسانگر ساده در طول مسیر نوسان

- در حرکت یک نوسانگر ساده، در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد، شتاب نوسانگر چگونه است؟
- (۱) مثبت است.
 - (۲) منفی است.
 - (۳) از مشتبه به منفی تغییر علامت می‌دهد.
- در حرکت نوسانی هماهنگ ساده، در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسان کننده بیشینه است، اندازه‌ی کدام کمیت‌ها بیشینه است؟
- (۱) مکان، شتاب، نیرو
 - (۲) سرعت، انرژی جنبشی، مکان
 - (۳) شتاب، سرعت، انرژی جنبشی

- (سراسری خارج از کشور ریاضی-۸۸)
- (۱) نیرو، انرژی کل، سرعت
- (۲) سرعت، انرژی جنبشی، مکان

-۳۷۳- نوسانگر ساده‌ای حول مبدأ مختصات روی محور z ها در نوسان است. در لحظه‌ای که نیروی وارد بر نوسانگر منفی باشد، علامت‌های بعد و سرعت آن به (فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - تمرین ۳) (سراسری تجربی - ۷۴)

ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

(۱) مثبت- مثبت- مثبت- مثبت

(۲) منفی- منفی- منفی- منفی

(۳) مثبت- مثبت- مثبت- مثبت

-۳۷۴- در حرکت نوسانی ساده، در لحظه‌ای که بعد حرکت صفر است، ... (فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - فعالیت ۱-۳) (سراسری تجربی - ۶۲)

(۱) سرعت و شتاب هر دو صفر است.

(۲) سرعت و شتاب بیشینه است.

-۳۷۵- در یک حرکت نوسانی ساده : (فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - تمرین ۲) (سراسری تجربی - ۷۰)

(۱) جهت سرعت همیشه به طرف مرکز نوسان است.

(۲) مقدار سرعت همواره کاهش می‌یابد.

-۳۷۶- در مورد یک حرکت نوسانی کدام گزینه درست است؟ (فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - فعالیت ۱-۳) (سراسری تجربی - ۶۹)

(۱) وقتی سرعت صفر است، شتاب بیشینه است.

(۲) وقتی سرعت بیشینه است، شتاب هم بیشینه است.

-۳۷۷- معادله‌ی هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0.06 \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ است. این نوسانگر در **فاصله زمانی** $t_1 < t < t_2$ چند سانتی‌متر **مسافت** را پیموده است؟ (سراسری تجربی - ۸۵)

تپی ۱۶۹

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

-۳۷۸- x و A به ترتیب، مکان و دامنه‌ی یک نوسانگر ساده است. در لحظه‌ی t_1 ، $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ است و جهت حرکت نوسانگر در آن لحظه به سمت مرکز نوسان است. اگر یک ثانیه بعد، نوسانگر برای **اولین بار** دوباره به همان مکان برسد، دوره‌ی این نوسانگر چند ثانیه است؟ (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۲)

۳/۶ (۴)

۲/۴ (۳)

۱/۶ (۲)

۱/۲ (۱)

-۳۷۹- در یک حرکت هماهنگ ساده، در مدت دلخواه $\frac{1}{4}$ دوره، کمترین مسافتی که نوسانگر طی می‌کند برابر دامنه است؟ ($\sqrt{2} = 1/4$) (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۳)

۱/۴ (۴)

۰/۷ (۳)

۰/۶ (۲)

۰/۳ (۱)

-۳۸۰- نوسانگری در یک بعد در لحظه‌ی t_1 در مکان $\frac{A}{\sqrt{2}}$ و در لحظه‌ی $t_2 > t_1$ در مکان $\frac{A}{\sqrt{2}}$ قرار دارد. اندازه‌ی **بیشترین سرعت متوسط** نوسانگر در **باشه** تا t_2 کدام است؟ (A) دامنه‌ی نوسان، T دوره‌ی حرکت و در $t = 0$ نوسانگر در مبدأ مختصات است. (سراسری ریاضی - ۸۴)

تپی ۱۷۰

$12(\sqrt{2}-1)\frac{A}{T}$ (۴)

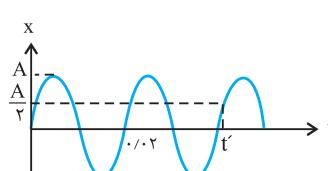
$\frac{12(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}}\frac{A}{T}$ (۳)

$\frac{12(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}}\frac{A}{T}$ (۲)

$12(\sqrt{2}+1)\frac{A}{T}$ (۱)

بورسی نمودار مکان-زمان در حرکت نوسانی

-۳۸۱- نمودار یک حرکت ارتعاشی مطابق شکل است. t' چند ثانیه است؟ (فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - مثال ۳-۴) (سراسری ریاضی - ۷۸)



آزمون‌های کلینون و سلیر



-۳۸۲- کدامیک از گزینه‌های زیر درباره‌ی حرکت نوسانی ساده نادرست است؟ (آزمون کانون - ۹۰)

(۱) وقتی سرعت نوسانگر بیشینه است، مکان نوسانگر صفر است.

(۲) هنگامی که نوسانگر در دو انتهای مسیر نوسان است، شتاب نوسانگر بیشینه است.

(۳) در لحظه‌ی گذر نوسانگر از مبدأ نوسان، سرعت نوسانگر بیشینه است.

(۴) وقتی اندازه‌ی شتاب نوسانگر بیشینه است آنگ تغییر سرعت نوسانگر صفر است.

-۳۸۳ در حرکت نوسانی ساده، در لحظه‌ای که شتاب نوسانگر بیشینه و علامت آن منفی است، مقادیر بُعد، سرعت و نیروی وارد بر نوسانگر به ترتیب از راست به

(فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - تمرین ۲)

۴ صفر، صفر، بیشینه

۳) بیشینه، صفر، صفر

۱) صفر، بیشینه، بیشینه

چپ چگونه‌اند؟

-۳۸۴ معادلهی حرکت هماهنگ ساده‌ی یک نوسانگر در SI به صورت $x = 0.8 \sin(20\pi t)$ است. در لحظه‌ی $t = 0.05$ ثانیه فاصله‌ی نوسانگر از مرکز نوسان چند

(فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - مثال ۱-۳)

۸) ۴

۴) ۳

۲) ۲

۱) صفر

-۳۸۵ معادلهی حرکت نوسانگری در SI به صورت $x = 0.2 \sin(5\pi t)$ است. به ترتیب از راست به چپ این نوسانگر در هر ثانیه چند نوسان انجام می‌دهد و

(فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - مثال ۱-۳)

۲) $\frac{2}{5\pi}$

۳) $\frac{5}{2\pi}$

۲) $\frac{2}{5}$

۱) $\frac{5}{2}$

-۳۸۶ معادلهی حرکت ذره‌ای در SI به صورت $x = 0.2 \sin(8\pi t)$ است. این ذره در چند ثانیه ۱۶ نوسان کامل انجام می‌دهد؟

(فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - تمرین ۶)

۴) ۴

۴) ۳

۱) ۱/۵

۰) ۰/۵

-۳۸۷ دوره‌ی یک حرکت سینوسی ۴ ثانیه و دامنه‌ی حرکت آن ۵ سانتی‌متر است. بعد آن ۳ ثانیه بعد از آغاز حرکت چند سانتی‌متر است؟

(فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - تمرین ۷)

۲/۵) ۴

۳) صفر

۵) ۲

-۵)

-۳۸۸ نوسانگری در هر ۴ ثانیه، ۱۲ بار طول یک مسیر ۲۰ سانتی‌متری را طی می‌کند. معادلهی مکان-زمان این نوسانگر در SI کدام است؟

(فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - مثال ۲-۳ - تمرین ۶)

$x = 0/1 \sin 6\pi t$

۳) $x = 0/1 \sin 3\pi t$

۴) $x = 0/2 \sin 6\pi t$

۱) $x = 0/2 \sin 3\pi t$

-۳۸۹ نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در مسیری به طول ۲۰cm در مدت ۲ ثانیه ۱۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. ساده‌ترین معادلهی حرکت این نوسانگر در SI کدام است و در لحظه‌ی $t = \frac{1}{6}s$ حرکتش چگونه است؟

(فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - مثال ۳-۳ - آزمون کانون - ۹۲)

۲) $x = 0/1 \sin(20\pi t)$

۴) $x = 0/1 \sin(10\pi t)$

۱) $x = 0/2 \sin(10\pi t)$

۳) $x = 0/1 \sin(10\pi t)$

-۳۹۰ نوسانگری روی محور y حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. در لحظه‌ای که فاز حرکت نوسانگر برابر $\frac{4\pi}{3}$ رادیان است، کدام گزینه درست است؟

(آزمایشی سنجش - ۹۱)

۲) بردار مکان نوسانگر، خلاف جهت مثبت محور y است.

۱) بردار مکان نوسانگر، خلاف جهت مثبت محور y است.

۴) حرکت نوسانگر، تندشونده است.

۳) بردار سرعت نوسانگر، در جهت مثبت محور y است.

-۳۹۱ معادلهی حرکت یک نوسانگر ساده در SI به صورت $x = 2 \sin(\omega t)$ می‌باشد. نوسانگر در مدت زمان $\frac{T}{4}$ می‌باشد. نوسانگر چه مسافتی را برحسب متر طی خواهد کرد؟

(آزمون کانون - ۹۱)

۱) دوره‌ی نوسانگر است.

۱) ۴

۳) $2\sqrt{2}$

۲) $\sqrt{2}$

۱)

-۳۹۲ نوسانگری در مبدأ زمان از وضع تعادل عبور کرده و پس از مدت 0.38 سرعت آن برای اولین بار به صفر می‌رسد. در صورتی که در لحظه‌ی صفر شدن

سرعت، فاصله‌اش از مرکز نوسان $0.6m$ باشد، بیش‌ترین سرعت متوسط نوسانگر در یک بازه‌ی زمانی دلخواه 0.2 ثانیه‌ای، چند $\frac{m}{s}$ می‌تواند باشد؟

(آزمون کانون - ۹۱)

۰) $0/2\sqrt{2}$

۳) $2\sqrt{3}$

۲) 3

۰) ۰/۳

-۳۹۳ نوسانگری با معادلهی $x = 0 + 25\pi^3 t^2 + \frac{d^3 x}{dt^2}$ روی پاره‌خطی به طول ۲۰cm حرکت می‌کند. بیش‌ترین سرعت متوسط این نوسانگر هنگامی که مسافتی به

(آزمون کانون - ۹۱)

اندازه‌ی $10cm$ را طی می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟

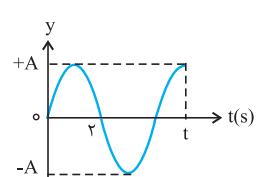
۱) ۱/۵

۳) ۲

۱) ۱

-۳۹۴ نمودار مکان-زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای به صورت شکل زیر است. از شروع حرکت تا لحظه‌ی t ، چند ثانیه حرکت نوسانگر کندشونده بوده است؟

(آزمون کانون - ۸۹)



۱)

۳) ۲

۴) ۳

۵) ۴

نوسان جرم و فنر

رابطه‌ی دوره‌ی نوسان جرم و فنر و عوامل مؤثر بر آن: هرگاه جسمی به جرم m به انتهای فنری به جرم ناچیز بسته شود و شروع به نوسان کند، دوره‌ی نوسان از رابطه‌ی $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست می‌آید.

بنابراین دوره (و بسامد) فنر فقط به ویژگی‌های ساختاری نوسانگر یعنی به جرم وزنه (m) و ثابت فنر (k) به صورت $T \propto \sqrt{\frac{1}{k}}$ و $T \propto \sqrt{m}$ بستگی دارد و به عوامل دیگر از جمله دامنه، g ، فاز و ... بستگی ندارد.

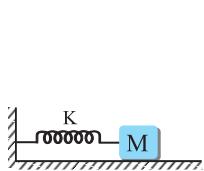
مقایسه‌ی بسامد نوسان دو دستگاه جرم و فنر: برای مقایسه‌ی دو دستگاه جرم و فنر با توجه به رابطه‌ی مربوط به محاسبه‌ی بسامد می‌توان نوشت:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \times \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}$$

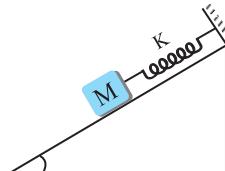
به چند نکته توجه کنید:

اگر فنری با ثابت نیروی k را به n قسمت مساوی تقسیم کنیم؛ ثابت نیروی هر قطعه n برابر ثابت نیروی اولیه خواهد شد (nk).

دوره‌ی دستگاه جرم و فنر به راستای نوسان آن بستگی ندارد و در هر حالت از رابطه‌ی $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ ، محاسبه می‌شود. البته به شرط آن که در هیچ یک از این حالت‌ها اختلاف انرژی نداشته باشیم. مطابق شکل دوره‌ی نوسان فنر در هر سه حالت نشان داده شده یکسان است یعنی: $T_1 = T_2 = T_3$



دوره‌ی نوسان فنر در راستای قائم (T₃)



دوره‌ی نوسان فنر بر سطح شیبدار (T₂)



دوره‌ی نوسان فنر در راستای قائم (T₁)

تمام معادلات و روابط مربوط به حرکت نوسانی در دستگاه جرم- فنر نیز صادق است.

نکودهای سراسری داخل و خارج کشور

دوره و بسامد نوسان جرم و فنر

-۳۹۵- به انتهای یک فنر با جرم ناچیز وزنه 500 گرمی می‌آویزیم و آن را در راستای قائم با دامنه‌ی کم به نوسان در می‌آوریم. اگر ثابت فنر 20 نیوتون بر متر باشد، وزنه در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام خواهد داد؟ ($\pi^2 \approx 10$)

(۴) ۶۰

(۳) ۳۰

(۲) ۱۸

(۱) ۱۲

-۳۹۶- وزنه‌ی 400 گرمی را به فنری که ثابت آن k و جرم آن ناچیز است آویخته و با دامنه‌ی کم به نوسان در می‌آوریم. وزنه‌ی چند گرمی به وزنه‌ی قبلی اضافه کنیم تا دوره‌ی نوسانات $1/5$ برابر شود؟

تپه ۱۷۴

(۴) ۹۰۰

(۳) ۶۰۰

(۲) ۵۰۰

(۱) ۲۰۰

آزمون‌های کانون و سایر

-۳۹۷- به انتهای فنر سبکی با ثابت فنر $10\pi^2$ ، اگر وزنه‌ای به جرم 100 گرم آویخته شود و فنر را در راستای قائم و با دامنه‌ی کم به نوسان در آوریم، بسامد آن چند هر تر خواهد بود؟

(۴) آزاد ریاضی صحیح

(۴) ۱۰\pi

(۳) ۵

(۲) ۱۰

(۱) 5π

-۳۹۸- وزنه‌ای به جرم m به انتهای فنری با ثابت k و جرم ناچیز وصل شده و با دامنه‌ی کم با بسامد f نوسان می‌کند. کدام رابطه صحیح است؟

(آزاد ریاضی بعداز ظهر - ۸۳)

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (۴)$$

$$f = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (۳)$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (۲)$$

$$f = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (۱)$$

-۳۹۹- برای افزایش بسامد نوسان یک نوسانگر ساده‌ی وزنه- فنر، می‌توان
 (۱) دامنه‌ی حرکت را افزایش داد.
 (۲) جرم وزنه را افزایش داد.
 (۳) دامنه‌ی حرکت را کاهش داد.

(آزمون کانون - ۸۹)

- (۲) جرم وزنه را افزایش داد.
- (۳) فنر را نصف کرد.

سرعت نوسانگر

محاسبه‌ی معادله‌ی سرعت به کمک معادله‌ی حرکت - بیشینه‌ی سرعت

معادله‌ی سرعت: سرعت نوسانگر متغیر است و معادله‌ی سرعت نوسانگر، از مشتق معادله‌ی حرکت نسبت به زمان به دست می‌آید:

$$x = A \sin \omega t \Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t, \quad v_{\max} = A\omega$$

$$\cos \varphi = \frac{v}{v_{\max}}$$

فاز حرکت در هر لحظه عبارت است از:

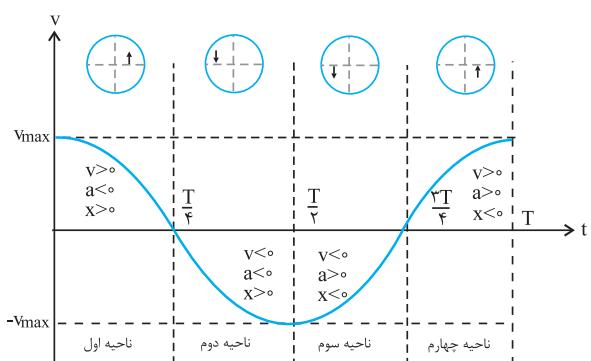
رابطه‌ی مستقل از زمان بین سرعت و مکان

رابطه‌ی بین v و x : با حذف t از دو معادله‌ی توانم حرکت $x = A \sin \omega t$ و سرعت $v = A\omega \cos \omega t$ دست می‌آید.

$$\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{v_{\max}^2} = 1 \quad (1) \quad v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad (2)$$

دقیق کنید، اگر سوی حرکت ذره در جهت مثبت محور مکان باشد، علامت سرعت مثبت و در غیر این صورت منفی خواهد بود.

نمودار سرعت - زمان

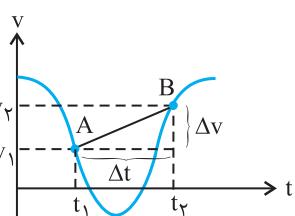


نمودار سرعت - زمان و بررسی کمیت‌ها در این نمودار: اگر $v = A\omega \cos \omega t$ باشد، معادله‌ی سرعت به صورت $x = A \sin \omega t$ یک تابع کسینوسی بوده و نمودار روبه‌رو می‌تواند معرف نمودار سرعت - زمان در حالت کلی باشد. با توجه به این که شیب مماس بر نمودار سرعت - زمان معرف شتاب است، در معماهای با شیب مثبت $a > 0$ و با شیب منفی $a < 0$ خواهد بود که در شکل آمده است. با کمی دقت در خواهیم یافت:

۱. هنگامی که $x = 0$ صفر است، بزرگی v بیشینه و بر عکس هنگامی که قدر مطلق x بیشینه است، v صفر خواهد بود.
۲. برای رسم نمودار سرعت - زمان از روی مکان - زمان کافی است محور $\frac{T}{4}$ قائم را به اندازه‌ی $\frac{T}{4}$ به راست بلغزانیم.

شتاب متوسط یک نوسانگر

شتاب متوسط: حرکت نوسانی یک نوسانگر، یک حرکت با شتاب متغیر است، بنابراین برای محاسبه‌ی شتاب متوسط از تعریف کلی $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم. در صورتی که نمودار سرعت - زمان نوسانگر را داشته باشیم، شتاب متوسط در بازه‌ی زمانی (t_1, t_2) معادل شیب خط واصل بین دو نقطه‌ی متناظر با t_1 و t_2 از نمودار سرعت - زمان است.



$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = AB$$

دقیق کنید که مساحت بین نمودار سرعت و محور زمان در هر بازه‌ی زمانی برابر با تغییر مکان (جابه‌جایی) نوسانگر در آن بازه‌ی زمانی است.

کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور

پرسی و محاسبه سرعت یک نوسانگر

-۴۰۰- معادله حرکت متخرکی به صورت $x = 20 \sin \pi t$ می‌باشد که در آن x بر حسب سانتی‌متر و t بر حسب ثانیه است. سرعت متخرک در لحظه‌ی $t = \frac{1}{3}$ ثانیه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

(فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - تمرین ۸) (سراسری تجربی - ۷۵)

۶۲/۸ (۴)

۳۴/۶ (۳)

۳۱/۴ (۲)

۱۷/۳ (۱)

-۴۰۱- دامنه‌ی یک نوسانگر وزنه- فنر 4cm است. اگر جرم وزنه 20 گرم و ثابت فنر $\frac{N}{m}$ باشد، بیشینه‌ی سرعت نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

تب ۱۷۵

(فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - مثال ۳-۵) (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۷)

۱/۶ (۴)

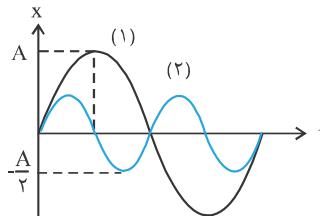
۱/۲ (۳)

۰/۸ (۲)

۰/۴ (۱)

-۴۰۲- نمودار مکان - زمان دو حرکت هماهنگ ساده مطابق شکل زیر است. بیشینه‌ی سرعت نوسانگر (۱) چند برابر بیشینه‌ی سرعت نوسانگر (۲) است؟

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۳)



۱ (۱)

۴ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۴)

رابطه مستقل از زمان بین سرعت و مکان

-۴۰۳- دوره‌ی نوسانگر ساده‌ای $\frac{\pi}{50}$ ثانیه و دامنه‌ی آن 2 سانتی‌متر است. در لحظه‌ای که نوسانگر به اندازه‌ی $7\sqrt{3}\text{cm}$ از وضع تعادل دور شده است، بزرگی سرعت

آن چند متر بر ثانیه است؟

(سراسری تجربی - ۹۲)

۲۰ (۴)

۱۰ (۳)

۲۲ (۲)

۱ (۱)

-۴۰۴- نوسانگر وزنه- فنر روی سطح افقی بدون اصطکاک با دامنه‌ی 5cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر جرم وزنه 400 گرم و ثابت فنر $\frac{N}{m} = 40$ باشد،

носانگر با سرعت چند سانتی‌متر بر ثانیه از 3 سانتی‌متری مبدأ تعادل می‌گذرد؟

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۶)

۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

-۴۰۵- وزنه‌ای به جرم 200 گرم به فنر سبکی آویخته شده و به حالت تعادل قرار دارد. اگر وزنه را در راستای قائم، یک سانتی‌متر از وضع تعادل خارج کرده و **رها**

تب ۱۷۶

کنیم، با دوره‌ی $1/\pi$ ثانیه به نوسان در می‌آید. سرعت نوسانگر در **لحظه‌ای** که از فاصله‌ی $5/4$ سانتی‌متری **وضع تعادل** می‌گذرد، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

(سراسری ریاضی - ۸۶)

$10\sqrt{3}$ (۴)

$10\sqrt{2}$ (۳)

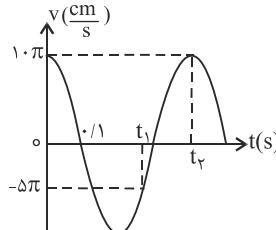
۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

نمودار سرعت - زمان

-۴۰۶- نمودار سرعت- زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده، مطابق شکل زیر است. در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 ، سرعت متوسط نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

(سراسری ریاضی - ۹۳)



$2/\sqrt{3}$ (۱)

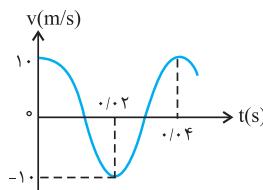
$2/\pi$ (۲)

$7/\pi$ (۳)

$7/\sqrt{3}$ (۴)

-۴۰۷ - نمودار سرعت- زمان متحركی به صورت تابع سینوسی شکل زیر است. شتاب متوسط و سرعت متوسط متحرك، در بازه‌ی زمانی صفر تا $2/0$ ثانیه برابر با (سواسی خارج از کشور ریاضی - ۹۲)

نوبت ۱۷۷ کدام است؟



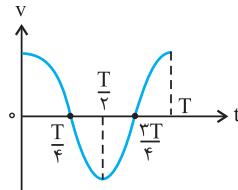
$\bar{v} = 0, \bar{a} = 0 \quad (1)$

$\bar{v} = -\frac{10}{\pi} \text{ m/s}, \bar{a} = -10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (2)$

$\bar{v} = +\frac{10}{\pi} \text{ m/s}, \bar{a} = +10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (3)$

$\bar{v} = 0, \bar{a} = -10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (4)$

-۴۰۸ - نمودار سرعت- زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط در کدامیک از بازه‌های زمانی نشان داده شده در شکل، با هم (سواسی ریاضی - ۹۲) برابر نیست؟



$(T \text{ تا } \frac{3T}{4}) \cdot \frac{3T}{4} \quad (2)$

$(\frac{3T}{4} \text{ تا } \frac{T}{2}) \cdot \frac{T}{2} \quad (1)$

$(\frac{3T}{4} \text{ تا } \frac{T}{2}) \cdot \frac{T}{4} \quad (4)$

$(T \text{ تا } \frac{T}{2}) \cdot \frac{T}{2} \quad (3)$

آزمون‌های کلیون و سایر

-۴۰۹ - نوسانگری بر روی پاره خطی به طول 4 cm ، حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد و در مدت 2 ثانیه، 8 بار طول پاره خط را طی می‌کند. ساده‌ترین معادله‌ی سرعت نوسانگر در SI کدام است؟ (فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - تمرین ۷) (آزمون کانون - ۹۱)

$v = 0/16\pi \cos(8\pi t) \quad (4)$

$v = 0/0.8\pi \cos(4\pi t) \quad (3)$

$v = 0/0.8\pi \sin(4\pi t) \quad (2)$

$v = 0/0.8\pi \sin(4\pi t) \quad (1)$

-۴۱۰ - بسامد زاویه‌ای نوسانگر ساده‌ای 40 رادیان بر ثانیه و دامنه‌ی نوسان آن 5 سانتی‌متر است. سرعت این نوسانگر در لحظه‌ای که فاصله‌ی آن از مرکز نوسان سانتی‌متر می‌باشد، برابر چند m/s است؟ (فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - تمرین ۳) (آزمون کانون - ۹۲)

$0/4 \quad (4)$

$1/2 \quad (3)$

$1 \quad (2)$

$3/2 \quad (1)$

-۴۱۱ - در حرکت نوسانی $x = \sin 10\pi t$ ، چند ثانیه پس از لحظه‌ی $t = \frac{1}{40}$ س اندازه‌ی سرعت بیشینه می‌شود؟ (فیزیک پیش ریاضی و تجربی - فصل ۳ - تمرین ۸)

$\frac{3}{40} \quad (4)$

$\frac{1}{40} \quad (3)$

$\frac{3}{10} \quad (2)$

$\frac{1}{10} \quad (1)$

-۴۱۲ - در یک حرکت نوسانی ساده، $0/0$ ثانیه پس از آن که مکان نوسانگر ساده به اندازه‌ی نصف دامنه شد، اندازه‌ی سرعت نوسانگر نصف بیشینه‌ی سرعت می‌شود. (آزمایشی سنجش - ۸۹)

$0/6 \quad (4)$

$1/2 \quad (3)$

$1/8 \quad (2)$

$2/4 \quad (1)$

-۴۱۳ - در یک حرکت هماهنگ ساده، سرعت نوسانگر در مکان‌های $x_1 = 4\text{ cm}$ و $x_2 = 4\sqrt{2}\text{ cm}$ به ترتیب برابر $v_1 = 2\sqrt{2} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ و $v_2 = 2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ می‌باشد.

(آزمون کانون - ۸۹) دوره‌ی حرکت نوسانگر چند ثانیه است؟

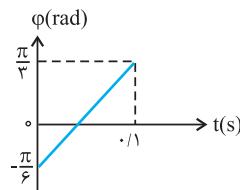
$4\pi \quad (4)$

$2\pi \quad (3)$

$4 \quad (2)$

$2 \quad (1)$

-۴۱۴ - نمودار فاز- زمان نوسانگر ساده‌ای که بر روی خط راستی به طول 4 cm نوسان می‌کند، مطابق شکل زیر است. هنگامی که نوسانگر از مکان $\sqrt{3}\text{ cm}$ عبور می‌کند، اندازه‌ی سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟ (آزمون کانون - ۹۱)



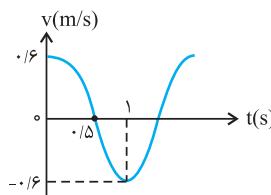
$\sqrt{13}\pi \quad (2)$

$5\pi \quad (1)$

$\frac{\sqrt{13}}{100}\pi \quad (4)$

$0/0.5\pi \quad (3)$

-۴۱۵ - نمودار سرعت- زمان نوسانگری مطابق شکل است. اندازه‌ی سرعت متوسط آن در $0/5$ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$) (آزمایشی سنجش - ۸۹)



$0/2 \quad (2)$

$1 \quad (1)$

$1/2 \quad (4)$

$0/4 \quad (3)$

معادله‌ی شتاب بر حسب زمان و شتاب بیشینه

۱. معادله‌ی شتاب - زمان: معادله‌ی شتاب از مشتق‌گیری معادله‌ی سرعت نسبت به زمان به دست می‌آید، یعنی داریم:

$$v = A\omega \cos \omega t \quad \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \rightarrow a = -A\omega^2 \sin \omega t \quad (1)$$

$$a_{\max} = A\omega^2 = A(4\pi^2 f^2) = A\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)$$

۲. بیشینه‌ی شتاب: با توجه به معادله‌ی شتاب - زمان، می‌توان نوشت:

تذکر: بیشینه‌ی شتاب در حالتی رخ می‌دهد که نوسانگر در یکی از دو انتهای مسیر خود قرار داشته باشد و البته شتاب در مرکز نوسان صفر است.

$$\frac{a_{\max}}{a'_{\max}} = \frac{A}{A'} \times \left(\frac{f}{f'}\right)^2 = \frac{A}{A'} \times \left(\frac{T'}{T}\right)^2$$

تذکر: برای مقایسه‌ی بیشینه‌ی شتاب در دو حالت می‌توان نوشت:

۳. رابطه‌ی شتاب - مکان: شتاب بر حسب مکان در حرکت نوسانی ساده به صورت $a = -\omega^2 x$ است که به صورت زیر به دست می‌آید.

$$a = -A\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 (A \sin \omega t) = -\omega^2 x$$

رابطه‌ی بین شتاب و سرعت

۱. رابطه‌ی بین v_{\max} و a_{\max} : بین بیشینه‌ی شتاب و سرعت رابطه‌ی $a_{\max} = \omega v_{\max}$ برقرار است. زیرا:

$$\begin{cases} v_{\max} = A\omega \\ a_{\max} = A\omega^2 \end{cases} \Rightarrow a_{\max} = \omega v_{\max}$$

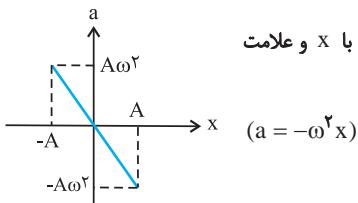
۲. رابطه‌ی بین a و v در هر لحظه: در یک حرکت نوسانی ساده، رابطه‌ی بین شتاب و سرعت نوسانگر در هر لحظه وجود دارد که به صورت زیر است.

$$\left(\frac{a}{a_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 = 1 \quad \frac{a_{\max}}{\omega v_{\max}} = \sqrt{v_{\max}^2 - v^2}$$

تعیین زمان برای تغییر شتاب از یک وضع به وضع دیگر

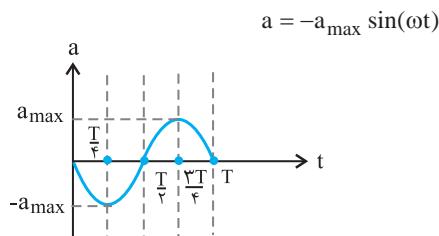
روش استفاده از $\Delta\varphi$: برای تعیین زمان لازم برای تغییر کمیت‌های مکان، سرعت و یا شتاب نوسانگر، ابتدا فاز مربوط به موقعیت اولیه و انتهایی ذره را روی دایره مشخص کرده و تغییر فاز ($\Delta\varphi$) را می‌یابیم و سپس از رابطه $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ برای محاسبه‌ی زمان موردنظر استفاده می‌کنیم.

نمودارهای شتاب در حرکت نوسانی



۱. نمودار شتاب - مکان: شتاب نوسانگر متغیر بوده و طبق رابطه‌ی $a = -\omega^2 x$ از لحظه اندازه متناسب با x و علامت آن همواره مخالف علامت x است، بنابراین نمودار a بر حسب x ، خطی با شیب $-\omega^2$ است:

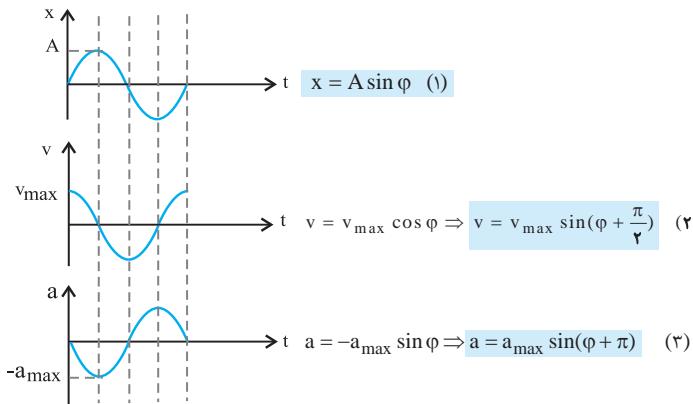
۲. نمودار شتاب - زمان: نمودار شتاب - زمان نوسانگر به صورت شکل مقابل است:



۳. دقت کنید که مساحت بین نمودار شتاب و محور زمان در هر بازه‌ی زمانی برابر با تغییر سرعت نوسانگر در آن بازه‌ی زمانی است.

مقایسه‌ی فازی کمیت‌های مکان، سرعت و شتاب

مقایسه‌ی فازی سه کمیت x ، v و a : برای مقایسه‌ی فاز هر یک از کمیت‌های x ، v و a ، معادله‌های آن‌ها را بر حسب یک تابع سینوسی بیان می‌کنیم:



۷ نسبت به x ، به اندازه‌ی $\frac{\pi}{2}$ رادیان تقدم فاز دارد.

۸ نسبت به v ، به اندازه‌ی $\frac{\pi}{2}$ رادیان تقدم فاز دارد.

۹ نسبت به x ، به اندازه‌ی π رادیان تقدم فاز دارد.

معادله‌ی نیروی نوسانگر بر حسب زمان و مکان - بیشینه‌ی نیرو

رابطه‌های نیروی نوسانگر: با توجه به قانون دوم نیوتون یعنی $\bar{F} = m\bar{a}$ ، ملاحظه می‌شود F حاصل ضرب جرم (m) عدد ثابت (a) در شتاب (\bar{a}) است.

بنابراین تمامی تغییرات نیرو مانند تغییرات شتاب است و به طور کلی در حل مسائل نیرو کافی است، شتاب را مدنظر قرار دهیم.

با توجه به معادله‌های نیرو داریم:

دقت کنید، معادله‌ی بالا با رابطه‌ی $F = -kx$ هم‌ارز است و داریم:

بیشینه‌ی نیروی نوسانگر: طبق رابطه‌ی $F = ma$ ، هنگامی F بیشینه است که a بیشینه باشد (m ثابت است). بنابراین داریم:

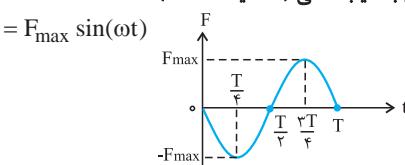
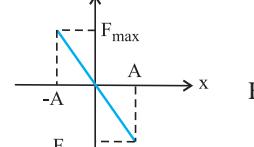
$$F_{\max} = ma_{\max} \Rightarrow F_{\max} = mA\omega^2 = kA$$

تذکر: بیشینه‌ی نیرو وقتی رخ می‌دهد که نوسانگر در یکی از دو انتهای مسیر باشد.

$$\frac{F}{F_{\max}} = \frac{a}{a_{\max}} = \frac{-x}{A} = -\sin \varphi$$

تذکر: نسبت نیروی نوسانگر در هر لحظه به بیشینه‌ی آن، برابر است با: $\frac{F}{F_{\max}}$ است.

نمودار نیرو - مکان: طبق رابطه‌ی $F = -kx$ ، این نمودار خطی با شیب منفی (- k یا $-m\omega^2$) است.



نمودار نیرو - زمان: نمودار $F-t$ به صورت شکل رویه‌رو است:

نکرهای سراسری داخل و خارج کشور

معادله شتاب بر حسب زمان و مکان

- ۴۱۶ - دو ذره‌ی A و B دارای حرکت نوسانی‌اند. دامنه و دوره‌ی نوسان A دو برابر دامنه و دوره‌ی B است. بیشینه‌ی شتاب A چند برابر بیشینه‌ی شتاب B است؟

۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{1}{2}$

- ۴۱۷ - دامنه‌ی یک نوسانگر وزنه-فتر 4 cm است. اگر جرم وزنه 80 g و ثابت فنر 200 N/m باشد، در لحظه‌ای که مکان نوسانگر -2 cm است، شتاب (سراسری تجربی - ۹۳) (سواسی ریاضی - ۷۰) نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) 150 cm/s^2

۲) 50 cm/s^2

۳) 75 cm/s^2

۴) 25 cm/s^2

رابطه‌ی کلی بین کمیت‌های مکان، سرعت و شتاب یک نوسانگر

- ۴۱۸ - معادله‌ی مکان-زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0/04 \sin 20\pi t$ است. در بازه‌ی زمانی بین $t = 0$ تا $t = \frac{1}{24}\text{ s}$ ، چند ثانیه سرعت و شتاب متحرک هم جهت‌اند؟

۱) $\frac{1}{12}\text{ m/s}$

۲) $\frac{1}{60}\text{ m/s}$

۳) $\frac{1}{40}\text{ m/s}$

۴) $\frac{1}{30}\text{ m/s}$

-۴۱۹ در یک حرکت هماهنگ ساده، دامنهٔ نوسان 5 سانتی‌متر و اندازهٔ شتاب در $2\text{ سانتی‌متر} / \text{ثانیه}$ است. اندازهٔ سرعت نوسانگر در $4\text{ سانتی‌متر} / \text{ثانیه}$ است. اندازهٔ وضع تعادل چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

(۱) 2 (۱) (۲) 3 (۲) (۳) 4 (۳) (۴) 6 (۴)

-۴۲۰ معادلهٔ سرعت نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $v = 5\sin(10\pi t) + 2\text{ m/s}$ است، بزرگی شتاب نوسانگر چند می‌باشد؟

(سوابی ریاضی - ۹۰) (۱) $\frac{m}{s^2}$ (۲) $5\pi\sqrt{3}\text{ (۲)}$ (۳) $10\pi\sqrt{3}\text{ (۳)}$ (۴) $25\pi\sqrt{3}\text{ (۴)}$

-۴۲۱ معادلهٔ سرعت - مکان نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $s = 4000x - 4000x^2 = 0 / 4$ است. بیشینهٔ شتاب این نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟

(سوابی ریاضی - ۹۱) (۱) $0/04\text{ (۱)}$ (۲) $0/40\text{ (۲)}$ (۳) 40 (۳) (۴) 400 (۴)

-۴۲۲ معادلهٔ شتاب - زمان نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $a = -\pi^2 \sin(2/\pi t) / 2s \leq t \leq 0/6s$ است. در بازهٔ زمانی $0/2s \leq t \leq 0/6s$ کدام مطلب در مورد این نوسانگر درست است؟

- (سوابی ریاضی - ۹۳)
- شتاب متوسط نوسانگر صفر است.
 - سرعت متوسط نوسانگر صفر است.
 - جهت شتاب نوسانگر ثابت می‌ماند.
 - جهت سرعت نوسانگر یک بار عوض می‌شود.

معادلهٔ نیروی نوسانگر بر حسب زمان و مکان

-۴۲۳ معادلهٔ نیرو - مکان نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $F = -\pi^2 y$ است. اگر جرم نوسانگر 10 گرم باشد، این نوسانگر در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟

(سوابی ریاضی - ۸۸) (۱) $1/150\text{ (۱)}$ (۲) 300 (۲) (۳) 250 (۳) (۴) 200 (۴)

-۴۲۴ ذره‌ای به جرم 500 گرم روی پاره خطی به طول 10 cm ، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر دورهٔ نوسان، $\frac{1}{2}$ ثانیه باشد، بیشینهٔ نیروی وارد بر نوسانگر چند نیوتن است؟

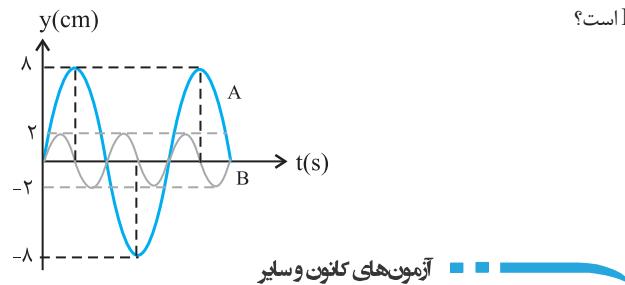
(سوابی تجربی - ۹۱) (۱) $\pi^2 = 10\text{ (۱)}$ (۲) 20 (۲) (۳) $1/250\text{ (۳)}$ (۴) $1/150\text{ (۴)}$

-۴۲۵ نوسانگری به جرم 20 g در هر دقیقه 120 نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر در هر دوره مسافت 16 cm را طی کند، بیشینهٔ نیروی وارد بر نیوتن است؟

(سوابی ریاضی - ۸۵) (۱) $0/128\text{ (۱)}$ (۲) $0/256\text{ (۲)}$ (۳) $0/512\text{ (۳)}$ (۴) $1/64\text{ (۴)}$

-۴۲۶ با توجه به نمودار روبرو که مربوط به مکان - زمان دو نوسان کنندهٔ A و B است و جرم جسم A چهار برابر جرم جسم B است، بیشینهٔ نیروی وارد بر جسم A چند برابر بیشینهٔ نیروی وارد بر جسم B است؟

(سوابی ریاضی - ۹۲) (۱) 64 (۱) (۲) $1/4\text{ (۲)}$ (۳) 16 (۳) (۴) 4 (۴)



-۴۲۷ معادلهٔ حرکت نوسانگری در SI به صورت $s = \frac{1}{10\pi} \sin(10\pi t) \text{ m}$ است. هنگامی که اندازهٔ سرعت نوسانگر 1 m/s می‌باشد، اندازهٔ شتاب آن چند متر بر می‌گذرد؟

(آزمون کانون - ۹۱) (۱) $5\pi\sqrt{3}\text{ (۱)}$ (۲) $10\pi\sqrt{3}\text{ (۲)}$ (۳) $5\pi\text{ (۳)}$ (۴) $10\pi\text{ (۴)}$

-۴۲۸ بیشینهٔ شتاب نوسانگر ساده‌ای (۱)، 4 برابر بیشینهٔ شتاب نوسانگر ساده‌ای (۲) و بیشینهٔ سرعت نوسانگر ساده‌ای (۱)، نصف بیشینهٔ سرعت نوسانگر ساده‌ای (۲) می‌باشد. بسامد نوسان‌های نوسانگر ساده‌ای (۱)، چند برابر بسامد نوسان‌های نوسانگر ساده‌ای (۲) است؟

(آزمون کانون - ۹۰) (۱) 2 (۱) (۲) $4\sqrt{2}\text{ (۲)}$ (۳) 8 (۳) (۴) 4 (۴)



-۴۲۹ ذره‌ای دارای حرکت نوسانی ساده با دامنه‌ی یک سانتی‌متر است. اگر بیشینه‌ی شتاب ذره $\frac{m}{s^2}$ باشد، دوره‌ی حرکت آن چند ثانیه است؟

(فیزیک پیش‌ریاضی و تجربی - فصل ۳ - تمرین ۱۰) (آزاد ریاضی - ۸۷)

$$\frac{\pi^2}{20} \quad \frac{\pi}{20} \quad \frac{\pi^2}{10} \quad \frac{\pi}{10}$$

-۴۳۰ اگر دامنه‌ی یک نوسانگر وزنه - فنر ۵ سانتی‌متر و جرم وزنه ۴۰ گرم و ثابت فنر ۴ نیوتون بر متر باشد، بیشینه‌ی شتاب آن در SI چند متر بر مجدور ثانیه است؟

(آزاد ریاضی - ۹۱)

تیپ ۱۸۰

$$4 \quad 2 \quad 5 \quad 25$$

-۴۳۱ دامنه‌ی یک نوسانگر وزنه - فنر ۴ cm است. اگر جرم وزنه ۳۰ g و ثابت فنر $\frac{N}{m}$ باشد، بیشینه‌ی شتاب آن چند متر بر مجدور ثانیه است؟

(آزاد پژوهشی بعد از ظهر - ۴۰)

$$0/2 \quad 0/4 \quad 2 \quad 4$$

-۴۳۲ دامنه‌ی یک نوسانگر وزنه - فنر برابر با 5cm است. اگر جرم وزنه 20g و ثابت فنر $\frac{N}{m}$ باشد، در لحظه‌ای که مکان نوسانگر 4cm است، شتاب نوسانگر

(آزمون کانون - ۹۱)

چند برابر بیشینه‌ی شتاب آن است؟

$$\frac{4}{5} \quad -\frac{5}{4} \quad -\frac{4}{5} \quad \frac{5}{4}$$

-۴۳۳ معادله‌ی حرکت نوسانگری در SI به صورت $y = 0/02\sin(\pi t)$ است. در یک دوره چند ثانیه بردارهای سرعت و مکان هم جهت‌اند؟

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad 22 \quad 1$$

-۴۳۴ نوسانگر ساده‌ای با دامنه‌ی A و دوره‌ی T نوسان می‌کند. اندازه‌ی شتاب متوسط نوسانگر بین دو لحظه‌ای متواالی که سرعت نوسانگر بیشینه است، کدام است؟

(آزمون کانون - ۹۱)

$$\frac{16\pi A}{T^2} \quad \frac{8\pi A}{T^2} \quad \frac{4\pi A}{T^2} \quad 1) \text{ صفر}$$

-۴۳۵ در شکل زیر، نمودار a-t نوسانگر ساده‌ای رسم شده است. با توجه به این نمودار، در لحظه‌ای که شتاب این نوسانگر $\frac{1}{4}$ بیشینه‌ی شتاب آن است، فاصله‌ی

تیپ ۱۸۱

(آزمون کانون - ۹۲) نوسانگر از وضع تعادل چند متر است؟ ($\pi^2 = 10$)



۰/۱

۰/۲

۰/۲۵

۰/۴

-۴۳۶ معادله‌ی شتاب-زمان حرکت یک نوسانگر ساده در SI به صورت $a = -0/2\sin(20\pi t)$ است. اگر جرم نوسانگر 100g باشد، اندازه‌ی نیروی وارد بر نوسانگر

(آزمون کانون - ۹۱)

در لحظه‌ی $t = \frac{1}{80}\text{s}$ چند نیوتون است و چگونه تغییر می‌کند؟

$$\frac{2}{100}, \text{ در حال افزایش} \quad 1) \text{ } \frac{2}{100}, \text{ در حال کاهش}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{100}, \text{ در حال افزایش} \quad 3) \text{ } \frac{\sqrt{2}}{100}, \text{ در حال کاهش}$$

-۴۳۷ ذره‌ای به جرم ۱۰ گرم روی پاره خط افقی AB به طول ۴ میلی‌متر نوسان هماهنگ ساده انجام می‌دهد و اندازه‌ی سرعت در لحظه‌ی عبور از مبدأ نوسان

(آزمایشی سنجش - ۹۱)

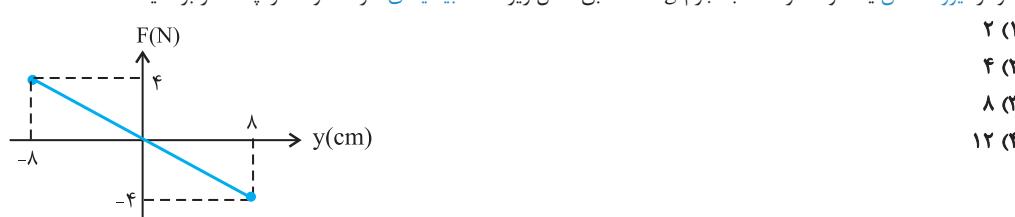
$$\frac{m}{s} \text{ است. اندازه‌ی بیشینه‌ی نیرویی که بر نوسانگر وارد می‌شود، چند نیوتون است؟}$$

$$80 \quad 8000 \quad 8 \quad 20$$

(آزمون کانون - ۹۰)

-۴۳۸ نمودار نیرو - مکان یک نوسانگر ساده به جرم 20g ، مطابق شکل زیر است. بیشینه‌ی سرعت نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

تیپ ۱۸۲



۲

۴

۸

۱۲

انرژی نوسانگر

بررسی و محاسبه‌ی انرژی مکانیکی نوسانگر

۱. **تعريف:** انرژی مکانیکی نوسانگر (E)، برابر مجموع انرژی پتانسیل (U) و جنبشی (K) است که به شرط عدم اتلاف انرژی همواره ثابت است. ولی در طی نوسان، انرژی جنبشی به پتانسیل و برعکس تبدیل می‌شود. در دو انتهای پاره‌خط نوسان U بیشینه و K صفر و در مرکز نوسان برعکس است.

۲. **انرژی جنبشی در هر لحظه:**

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$

۳. **انرژی پتانسیل در هر لحظه:**

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

۴. **انرژی مکانیکی در هر لحظه:**

$$E = U + K = \frac{1}{2}kA^2$$

انرژی مکانیکی نوسانگر مقداری ثابت است که برابر با بیشترین انرژی پتانسیل یا بیشترین انرژی جنبشی نوسانگر است.

$$K_{\max} = U_{\max} = E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

رابطه‌های بین انرژی جنبشی، پتانسیل و انرژی مکانیکی نوسانگر

۱. **نسبت $\frac{U}{E}$:** به کمک رابطه‌های $E = U_{\max} = \frac{1}{2}kA^2$ ، $U = \frac{1}{2}kx^2$ ، $x = A \sin \varphi$ و $\omega = A \sin \varphi$ می‌توان $\frac{U}{E}$ را برحسب فاز حرکت نوسانگر و ابعاد به صورت زیر بیان کرد:

$$\frac{U}{E} = \frac{\frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}kA^2} \Rightarrow \frac{U}{E} = \left(\frac{x}{A} \right)^2 = \sin^2 \varphi, \quad U = E \sin^2 \varphi$$

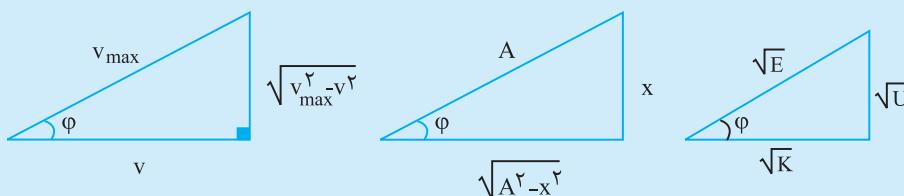
۲. **نسبت $\frac{K}{E}$:** به کمک رابطه‌های $E = K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$ ، $K = \frac{1}{2}mv^2$ می‌توان نسبت $\frac{K}{E}$ را برحسب فاز و ابعاد حرکت نوسانگر به صورت زیر بیان کرد:

$$\frac{K}{E} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv_{\max}^2} \Rightarrow \frac{K}{E} = \left(\frac{v}{v_{\max}} \right)^2 = \cos^2 \varphi = 1 - \frac{x^2}{A^2}, \quad K = E \cos^2 \varphi$$

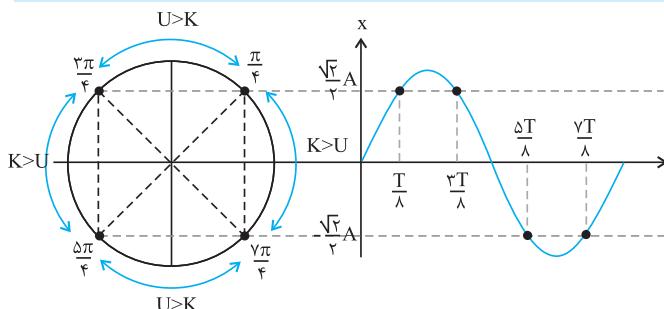
۳. **نسبت $\frac{U}{K}$:** دقت کنید همواره می‌توان به کمک $E = U + K$ یکی از دو کمیت U و K را بر حسب دیگری به دست آورد. در ضمن به کمک رابطه‌های بیان شده در مورد انرژی، می‌توان نسبت $\frac{U}{K}$ را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{U}{K} = \frac{E \sin^2 \varphi}{E \cos^2 \varphi} = \tan^2 \varphi = \frac{x^2}{A^2 - x^2}$$

برای یافتن نسبت‌های انرژی ذکر شده در ۳ حالت بالا بر حسب ابعاد، از مثلث فاز حرکت استفاده می‌کنیم که تابع‌های مثلثاتی $\sin \varphi$ و $\cos \varphi$ از این مثلث بر حسب x ، v و A قابل محاسبه است. استفاده از این مثلث‌ها از بر کردن روابط بین ابعاد، انرژی‌ها و سرعت‌ها و همچنین محاسبات را بسیار ساده خواهد کرد.



۴. بررسی و مقایسه تغییرات انرژی جنبشی (K) و پتانسیل (U) در یک دوره: فرض می‌کنیم یک نوسانگر در مبدأ مکان قرار دارد. در این صورت می‌توان گفت که در مبدأ زمان K ماقریم و U صفر است. اما هر چه به انتهای مسیر نزدیک می‌شود، K کاهش یافته و U افزایش می‌باید و تا قبل از $t = \frac{\pi}{\lambda}$ انرژی جنبشی از انرژی پتانسیل بیشتر است اما درست در لحظه‌ی $t = \frac{\pi}{\lambda}$ (هنگامی که $x = \frac{\sqrt{2}}{2} A$ و فاز حرکت $\frac{\pi}{4}$ می‌شود) این دو کمیت برابر می‌گردند. بعد از این لحظه و تا رسیدن نوسانگر به انتهای مسیر ($\frac{\pi}{\lambda}$ دیگر) این انرژی پتانسیل است که همواره از انرژی جنبشی بیشتر است و درست در انتهای مسیر ($\frac{\pi}{\lambda}$)، U بیشینه و K صفر خواهد شد. نکته‌ی قابل توجه این‌که، برابر شدن U و K در یک دوره‌ی کامل، چهار بار اتفاق می‌افتد، آن هم در مکان‌هایی که $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} A$ می‌شود و فاز حرکت در این چهار مکان، $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ و $\frac{7\pi}{4}$ دوره‌ی کامل، چهار بار رخ دهد (برابری U و K) تارخداد بعدی آن $\frac{T}{4}$ به طول می‌انجامد.



نکرهای سرسری داخل و خارج کشور

بورسی و محاسبه انرژی مکانیکی نوسانگر به کمک رابطه‌ی آن

- ۴۳۹- دامنه‌ی حرکت نوسانگر وزنه- فنر ۵cm است. اگر جرم وزنه ۲۰۰ گرم و ثابت فنر $\frac{N}{m}$ باشد، انرژی کل نوسانگر چند ژول است؟

$$(سوابق تجربی - ۸۷)$$

$$\text{۱) } \frac{۰/۲۵}{۵/۳} \quad \text{۲) } \frac{۲/۵}{۵/۴} \quad \text{۳) } \frac{۰}{۵/۳} \quad \text{۴) } \frac{۱/۱۰}{۰/۲۵}$$

- ۴۴۰- نوسانگر وزنه- فنر، روی سطح افقی بدون اصطکاک، با دامنه‌ی A_1 و بسامد f_1 نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که نوسانگر در بیشترین فاصله از مرکز نوسان قرار دارد، $\frac{۳}{۴}$ جرم وزنه، کنده شده و جدا می‌شود و جرم باقی مانده متصل به همان فنر به نوسان ادامه می‌دهد. اگر در این حالت بسامد، f_2 و دامنه،

$$(سوابق ریاضی - ۹۳)$$

$$\text{۱) } \frac{۱/۱۰}{۰/۲۵} \quad \text{۲) } \frac{۰/۲۵}{۱/۱۰} \quad \text{۳) } \frac{۰}{۱/۱۰} \quad \text{۴) } \frac{۱/۱۰}{۰/۲۵}$$

- ۴۴۱- شکل رو به رو، نمودار مکان- زمان دو نوسانگر A و B را نشان می‌دهد. اگر جرم نوسانگر A باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر A چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر B است؟

